OPERE

DEL CONTE

JACOPO RICCATI

NOBILE TREVIGIANO.

Tomo Primo.

IN LUCCA MDCCLXI.

APPRESSO JACOPO GIUSTI.

CON LICENZA DE' SUPERIORI.

SAGGIO
INTORNO IL SISTEMA
DELL' UNIVERSO.

PREFAZIONE

DELL' EDITORE.

GIunto l'Autore all'anno sessantesimo quinto della sua età, tre anni prima della sua morte diede incominciamento al Saggio intorno il sistema dell'Universo. Conservava egli una mente così serena, e penetrante, ed una fantasia talmente viva, e feconda, che ben a ragione, malgrado l'età avanzata, potè accingersi ad una per altro sì malagevole impresa.

Per accudire alla nuova idea abbandonò l'altra Opera dei Principj, e dei Metodi della Fisica, intrapresa l'anno 1739., che avea ridotta se non ad un total compimento, almeno a buon termine. Anzi egli s'era affezionato per guisa al Saggio intorno il sistema dell'Universo, che questo solo pensava di dare alla pubblica luce, introducendo in esso tutto ciò, che nell'Opera de'Principj si contenea; ben conoscendo, che verisimilmente non gli restavano tanti anni di vita da poterle compiere tutte e due. Chi le metterà al paragone, vedrà, che non di rado vi sono trattati gli stessi argomenti: ma nello stesso tempo s'accorgerà, che sempre v'ha della varietà, e che diverse riflessioni nell'una, e nell'altra contengonsi, e le medesime cose vi sono maneggiate con metodi assai diversi: onde sarebbe stato male il sopprimerle.

Al

Alcuni Capitoli per altro trasportati dai Principj al Saggio quasi colle stesse parole, e senza notabile mutazione si leggeranno solamente in quest'Opera, e non in quella. Tali sono i cinque ultimi Capitoli della prima parte del libro secondo, due appartenenti alle forze elastiche, e tre al sistema celeste.

Intorno all'Astronomia Fisica il Conte Jacopo ci avea impiegate delle fruttuose meditazioni. Impariamo da una lettera del Dottissimo Sig. Ab. Giuseppe Suzzi, che l'anno 1723. riuscì al nostro Autore di dimostrare il Teorema, che due pianeti stimolati da differenti scale analoghe, e varie solo nei parametri di forze centrali possono descrivere in diversi tempi periodici la medesima tragettoria. Da ciò dedusse, doversi porre l'aree generate dal raggio vettore non eguali, ma proporzionali ai tempi, nei quali gli archi della tragettoria si passano. Determinò poscia la relazione fra le dette aree, e tempi nella ipotesi, che la stessa scala di forze centrali in ragione inversa dei quadrati delle distanze regoli il corso di tutti i pianeti, e fece vedere, che la legge Kepleriana dei tempi periodici ne proveniva come un semplice Corollario. Tornò a versare sopra la stessa materia del 1736., ed indi del 1748., aggiungendovi sempre qualche nuovo ritrovamento. Nell'anno ultimamente mentovato ei la riprese per mano, affine d'inserirla nella sua Opera dei Principj, e dei Metodi della Fisica, valendosene come d'un esempio per illustrare il Capitolo decimo del Libro terzo, il cui titolo: *Del metodo, per cui si traducono i fenomeni fisici alle appropriate ragioni geometriche*. Da questo luogo egli trasferì nell'Opera del Saggio le sue scoperte astronomiche.

Osserverà il cortese Lettore compiutamente trattata la teorica delle Resistenze nel Capitolo sesto del Libro primo. Le distingue l'Autore in tre generi dipendenti dal fregamento, dalla tenacità, e dalla inerzia, spargendo sopra quest'

ul-

ultimo principalmente un nuovo lume, e non ordinario. Compose egli l'anno 1730. una Dissertazione, che si stamperà nel terzo Tomo, nella quale prova, che viaggiando un solido a traverso d'un mezzo fluido, e supposto, che il fluido cacciato di luogo ceda prontissimamente dai lati, soffre una resistenza proporzionale al quadrato della attuale velocità. Considera ottimamente l'Autore, che nelle descritte circostanze abbiamo una comunicazione di moto dal solido al fluido, che può farsi in tre diverse maniere, due di limite, cioè o quando gli elementi del fluido si fingono affatto inerti, ovvero dotati d'una perfetta virtù di molla, e la terza di mezzo in fra due, che unicamente appartiene alla Fisica. In tutti i nominati tre casi la resistenza si trova come il quadrato della velocità, ed il divario consiste solamente nei coefficienti, i quali stanno fra l'unità, ed il binario. Il Padre Vincenzo Riccati ha inserita questa speculazione comunicatagli dal Conte Jacopo nel suo Dialogo sopra le forze vive, e sopra le azioni delle forze morte pubblicato in Bologna l'anno 1749.

Seguitando l'Autore a meditare intorno alle resistenze, e sorta in tale proposito una privata controversia tra lui, ed il celebre Sig. Conte Giovanni Rizzetti, gli diede questa occasione l'anno 1732. di avanzare le sue scoperte. Aveva egli antecedentemente supposto, che tutto il fluido, il quale viene spinto innanzi dal solido, fluisca liberamente dai fianchi nell'atto della comunicazione dal moto, per modo che la superfizie del corpo duro urti sempre in un nuovo velo di liquido, che prima non abbia risentita alcuna benchè minima impressione. Cangiò poscia supposizione, ed immaginossi, che il fluido cammini a seconda del solido, e che urtando nel primo velo il tiri seco di conserva ad imprimere il moto nel secondo, e così di mano in mano. In questa nuova circostanza trovò, che la resistenza giunge ad essere

pro-

proporzionale al cubo della attuale celerità. Così venne fatto all'Autore di chiudere fra due limiti del quadrato, e del cubo della velocità le resistenze nascenti dalla inerzia della materia. Questa, ed altre sue invenzioni gli diedero a conoscere l'utilità grande, che riceve la Fisica dal metodo dei limiti, di cui tratta il Conte Jacopo nella Annotazione, che segue il mentovato Capitolo sesto.

Nel Capitolo primo della seconda Parte del Libro secondo promette il nostro Autore di dimostrare in un Capitolo a parte, che le leggi Dinamiche sono di stretta indispensabile necessità. Questo Capitolo egli non l'ha composto: perciocchè aveva probabilmente disegno di formarlo spogliando l'Opera dei Principj, dove cotal punto ritrovasi con ogni accuratezza trattato.

Il primo disegno del Conte Jacopo era di donare al pubblico i suoi pensieri intorno al sistema dell'Universo distribuiti in alcune dissertazioni: ma crescendogli, come suol accadere, la materia in mano, cangiò idea, compartendola in libri, coll'aggiunta a ciascun capitolo d'opportune annotazioni. L'Opera era così avanti portata, che già avea incominciato a farla copiar per la stampa; ed il primo Libro, dove si tratta delle proprietà generali, su cui si fonda il sistema materiale dell'Universo, era a tanta perfezione condotto, che pochissime mutazioni vi avrebbe fatte. Aveva incominciato altresì a disporre, e a corredare d'annotazioni il libro secondo, cui dava il titolo d'alcune più limitate particolarità del sistema, quando impedito fu dall'ultima malattia di proseguire il lavoro. Egli avea allora sotto la penna la terza Annotazione del Capitolo primo, la qual si darà imperfetta, qual l'ha lasciata.

Si ricava, ch'egli avvisava di partir l'Opera in tre Libri, aggiugnendo a' due antecedenti il terzo, che mette in vista alcune regole, che s'osservano nel commercio tra lo spi-

fpirituale, ed il corporeo. Da quefta divifione non ha giudicato l' Editore di dipartirfi. Quanto al terzo Libro, fi vedea tofto, quali Capitoli il doveffer comporre. Più dubbiofo l'ha tenuto il Libro fecondo, che alcune più limitate particolarità del fiftema dovea abbracciare. La materia era vaftiffima, e numerofi, e lunghi i Capitoli, che il Conte Jacopo avea lafciati; talmente che quefto libro avrebbe di mole fuperato gli altri due infieme. Le proprietà, di che fi trattava, erano difparate, e diverfe, nè chiaro fi comprendea, qual ordine avrebbe ad effe dato il fuo Autore. In quefta ambiguità riflettendo egli, che alcune erano interamente fifiche, altre contenevan del metafifico, ha prefo il configlio di partire il fecondo Libro in due parti; ed è perfuafo, che fe l'Autore aveffe alla fua Opera data l'ultima mano, l'avrebbe in quattro libri diftribuita. Finifce l'Opera con un' Appendice formata da tre Capitoli, nei quali degli errori dei Filofofi fi tien difcorfo.

Conofce, e vede l' Editore, che alcuni efempj fono in più d'un luogo replicati, che qualche dottrina fi potrebbe reftringere, e più brevemente efporre, che qualch' altra meriterebbe d' effere trattata più a lungo, che in fomma l'Opera non va efente da qualche picciola negligenza, che l'Autore avrebbe infallibilmente emendata. Ma oltre di che quefte fon minuzie, da cui non fono immuni l'Opere de' più eccellenti Scrittori, non ha giudicato di por mano in ciò, che ha lafciato fcritto l'Autore, perfuafo, che i difcreti Leggitori ricordevoli, che l'Opera è poftuma, vorranno perdonare alcuni piccioli difetti, a cui l'Autore prevenuto dalla morte non ha potuto recar rimedio.

S' avverta finalmente, che da quefti fuoi ultimi fcritti fi deve raccogliere, quali fieno le fue opinioni, giacchè col tempo ne ha riformato, e migliorato molte fparfe per l'Opere antecedenti.

INDICE

DEI LIBRI, E DE' CAPITOLI.

LIBRO SECONDO.

D' alcune più limitate particolarità del Sistema.

PREFAZIONE.

PARTE PRIMA.

Delle particolarità fisiche.

LIBRO SECONDO.

PARTE SECONDA.

Delle particolarità metafisiche del Sistema.

LIBRO TERZO.

D'alcune regole, che si osservano nel commercio tra lo spirituale, ed il corporeo.

INTRO-

INTRODUZIONE.

Nella mia senile età, mentre la fantasia è meno torbida, e più lucido l'intelletto, mi sono dato di proposito a contemplar l'Universo, e a coltivare la Fisica: scienza oltre ogni credere difficilissima, di cui diceva Galileo Galilei, che solo Dio la sa tutta e gli Uomini a stento ne intendono una piccolissima parte. Le altre Facoltà a suo confronto mi pajono giuochi d'ingegno; conciossiachè, raccozzate insieme alquante primitive idee, ed assunti alcuni fondamentali principj, dalle conseguenze, che con giusto metodo se ne derivano, viene a formarsi il corpo d'una particolar Disciplina, in cui la mente suole quietarsi tal volta afferrando il vero, e tal volta contentandosi del verisimile. Ma nella Fisica le cose vanno al rovescio; mercè che dopo aver pensato, e ripensato, e dopo esserci lusingati di colpire nel segno; spunta di traverso un inaspettato fenomeno, che gitta a terra la fabbrica con tempo, e con fatica innalzata: e la Natura inesorabile ricusa di accomodarsi ai nostri mal immaginati concepimenti.

Inteso io al mio disegno ho creduto necessario di provvedermi di molte notizie preliminari: al qual oggetto non ho mai abbandonate la Geometria, e l'Analisi, e ne ho fatto conserva, e tesoro. Nè sono state da me pretermesse le meditazioni della Metafisica, ben sapendo, che questa lavorata a fior di astrazioni somministrava alle altre scienze subordinate i primi originali principj, ed i più puri, ed evidenti assiomi. Appresso dovea ragunare un buon peculio di osservazioni, e di esperimenti; e scorrendo da un capo all'altro le vaste regioni della Natu-

ra,

ra, impossessarmi della sua storia per tanti libri dispersa. Non si può veder tutto cogli occhj proprj, ne toccar tutto colle proprie mani; laonde bisogna contentarsi di leggere, ed alla fede altrui con discernimento appoggiarsi.

Ciò fatto alla meglio, che da me si è saputo, ho prese a considerare alquante naturali apparenze; e veggendo a prova quanto io fossi corto nel dilucidarle, e che ad ogni passo mi si facevano incontro insuperabili ostacoli, ho cominciato a diffidare delle mie forze, e poco ci mancò, che non abbandonassi l'impresa, siccome totalmente disperata. Mi avvidi tosto, che troppo coraggiosamente volea farla da maestro, mentre in figura di discepolo aveva a sottomettermi agli altrui insegnamenti.

Mi feci dunque a volgere le memorie de' più accreditati Filosofanti antichi, e moderni, ed altro non raccolsi nella mia testa (lo che sia detto senza pregiudizio dell'altrui fama) se non se un confuso catalogo di nomi misteriosi, ed una farragine d' opinioni, parte disparate e parte contrarie. Intorno i principj delle cose naturali, un solo ne ammetteva comunemente la scuola Jonica; cioè Talete l'acqua, Anasimandro il fuoco, e Parmenide l'unità immensa. Chi si compiacque di tre, come lo Stagirita; chi di quattro come Empedocle. Ci fu Democrito, che gli ampliò all' infinito co' suoi atomi omogenei, e diversi soltanto nella grandezza, e nella figura. Anassagora ci sostituì gli eterogenei, e c' introdusse la sua Omeomeria. Nascosero i Pittagorici sotto il velo de' numeri i loro arcani. Platone ci propose un Mondo ideale, in cui l'uno, il vero, ed il buono signoreggiavano. Si appigliò Aristotele ai subbietti, alle forme, alle privazioni, ed alle qualità occulte; e gli Settici seguirono più da presso le popolari anticipazioni. Gli Epicurei, ed i recenti Cartesiani anno in disprezzo tutto ciò, che non è meccanismo, e spacciano a larga mano le ipotesi: ma quegli adottarono il vacuo, e questi l'escludono. Alcuni fra gli addotti estremi stanno di mezzo; e m' an dato molto da pensare le novelle teoriche del Leibnizio, e del Nevvton, nelle quali si fa pompa di monadi, e di attrazioni.

Confesso il vero, che sono rimasto inviluppato in tanta varietà di sentimenti. Parevami, che in ogni fisica setta ci fusse il suo bene, ed il suo male; atteso che non poteva persuadermi, che soggetti di primo grido avessero inutilmente gittato il tempo, e l'opera. Ma non era da

me

me in tal meſchianza, e confuſione di pareri cavare un puro eſtratto di verità. Quinci mi ſon quaſi dato a credere, che tutta la ſcienza naturale dalla ſola ſtoria de' fenomeni veniſſe compreſa, accompagnata al più da qualche proſſima, e facile deduzione. Lodava pertanto l'iſtituto moderno di que' Valentuomini, che iſtruiſcono la Gioventù cogli annui corſi di Fiſica ſperimentale, e che provveduti d'un bello appreſtamento di macchine conſeguiſcono, che ſenza ſtento, e per via di oculate oſſervazioni s'impari. Si ſono ſegnalati in tal lavoro prima di qualunque altro gli Accademici Fiorentini del Cimento, e poſteriormente li Signori s'Graveſande, Muſchembroek, Deſagulieres, e l'Ab. Nollet: e queſta foggia di filoſofare cogli occhj ſi è ben preſto propagata per le Nazioni più colte d'Europa.

Giudico utiliſſime, anzi neceſſarie le accurate ſperienze, traſcurate le quali, appena ſi può muovere un paſſo: ma, ſecondo me, non baſta il vedere. Fa di meſtieri ragionare, ed aggiugnere raziocinj tali, che ſiano alla noſtra miſura, e che la noſtra intelligenza non ſuperino. Se tanti grand' Uomini del preſente, e del paſſato ſecolo ſi foſſero laſciati atterrire dalle difficoltà; ſarebbe privo il Mondo ſcienziato delle loro ſublimi ſcoperte, e durerebbe tuttavia la ſchiavitù de' tempi oſcuri, ne' quali tutta la Filoſofia ſi riſtringeva nell' interpretare Ariſtotele.

Il lodato Galileo ci ha ammoniti, che indarno ſi tenta di ſcandagliare l'intima eſſenza degli obbietti; imperciocchè non ci riuſciremo con onore. Sarà aſſai, ſe ci anderà fatto di render conto delle proprietà eſterne, ſoggette ai ſenſi; ne da un dotto Fiſico, e perito nel ſuo meſtiere ſi debbe aſpettar di vantaggio. Ed in vero l'oculatiſſimo Autore non ha ſpiegata bandiera a parte, ſiccome capo di fazione, e non ſi è mai ſognato di organizzare un generale ſiſtema. Dio voleſſe, che gl'Italiani aveſſero adottate le ſue maſſime, e le ſue caute maniere di diſcorrere: ma preſſo noi non ſi tengono in pregio ſe non ſe quelle fogge, che ſi portano da' paeſi ſtranieri.

Aggiungo del mio un altro avvertimento di pari importanza. Quando ſi piglia a contemplare un ſubbietto, non è mica neceſſario, che ſe ne ſviluppino tutte le ſue proprietà. Sopra ciò non conviene oſtinarſi, perchè la perquiſizione va a terminare nell' infinito, e da mente umana non può eſaurirſi. Egli è certo, che quante più ci verrà fatto di ſvelarne, tanto maggiormente s'impoſſeſſeremo della materia. Ma di rado accaderà, e forſe non mai, che qualche oſcura particolarità non ci ſi

nasconda, è che per render ragione ogni sforzo sia vano. Me ne porge un esempio la Diottrica, scienza fondata sulla legge notissima delle refrazioni. Pare, che in essa nulla abbia a desiderarsi tanto sono evidenti i principj, e tanto ben dedotte le dimostrazioni. E pure tal volta s'ignora l'azione della luce, e la reazione de'diafani. Un raggio, che si fa strada a traverso del cristallo d'Islanda, giusta le osservazioni dell'Ughenio, e del Nevvton, si parte in due, e soffre due refrazioni, una usitata, e l'altra inusitata, moderate da regole diverse: del qual curioso fenomeno non si è per anco veduta la spiegazione.

Questi due canoni di metodo an alquanto diradata la nebbia, che m'ingombrava, e sono stato vie più rischiarato dalla seguente decisiva riflessione. Fra me diceva: se un valente Filosofo giugnesse a dipingere nel suo cervello un ritratto compiuto, e rappresentante il Mondo creato, e fosse la copia simillissima all'originale, per modo che i concepimenti ideali alle operazioni reali della Natura puntualmente corrispondessero, a guisa di due funicelle musiche accordate all'unisono; non ci sarebbe fenomeno, di cui non si conoscesse il celato meccanismo, e non effetto, di cui s'ignorasse la causa, e l'esecuzione. Quindi la scienza umana anderebbe del pari colla Divina: lo che il solamente pensarlo si è una inaudita temerità. Si sarebbe per avventura Costui trovato al fianco del Creatore in tempo, che si ordiva la gran tela dell Universo; onde acuiti i sensi, e sollevata la mente oltre i limiti d'una coscienza finita, si fosse reso abile a comprendere l'incomprensibile?

Per la qual cosa abolite le invecchiate preoccupazioni, e posti in non calere gli esempj, ed i conati altrui, che non vogliono imitarsi, mi sono meco medesimo consigliato di non dipartirmi dalle massime poco fa inculcate. Sperava, che meditando assiduamente sul mio soggetto, passo passo mi si affacciassero alquante particolarità colla presente costituzione di cose tanto strettamente connesse, ed incorporate, che, tolte di mezzo, non potess'essa ne formarsi, ne sussistere; e così non mi venisse disdetto di delinearmi in capo, se non altro, un abbozzatura del nostro Sistema. Il punto della difficoltà consisteva principalmente nel ben accertare sì fatti necessarj requisiti, nel metterli in buona vista, e sopra tutto nel discernere, qualment'entrino nell'economia del Mondo, ed in quali uffícj s'impieghino.

Conobbi, che bisognava tornar indietro, e farsi da capo ad esaminare accuratamente gli attributi passivi, ed attivi della materia, base fon-

fondamentale de' fisici investigamenti. Ed in prima mi si parano innanzi l'estensione, la divisibilità, le figure, le posizioni, e l'inerzia, o sia la repugnanza al cangiamento di stato nascente dall'impenetrabilità. Mi è riuscito di geometricamente dimostrare, riducendo la cosa all'assurdo, essere onninamente impossibile, che la materia quanta monti per un verso ad un infinito assoluto, e transcendente; e che per l'altro discenda ad un infinitesimo indivisibile. Dee sempre stare di mezzo fra i due estremi, e trovarsi in qualunque incontro circoscritta da limitate dimensioni: non ripugnando però, che sia misurata dagl'infiniti, e dagl'infinitesimi relativi, atteso che di sua natura può sempre mai aumentarsi, e diminuirsi. In ordine a ciò la materia, cui si è dato l'essere dal Sommo Facitore nel costruir l'Universo, ha indispensabilmente sortito due modificazioni, una, che riguarda la mole, e l'altra la divisione. Ed ecco l'origine d'un conveniente temperamento, a cui si appoggia il Sistema mondano, e la pianta, su cui posa il grand'Edifizio.

Secondariamente debbe considerarsi la forza alla solida trina dimensione addossata. La scienza dinamica ci da una teorica compiuta delle forze di qualsisia genere, viene a dire delle morte, e stabilisce i canoni degli equilibrj; delle successivamente applicate, e ci si presenta la legge capitale delle azioni; indi delle vive proporzionali alle masse moltiplicate ne' semi-quadrati delle attuali velocità. Non ommette le regole delle forze resistenti, delle composte, delle comunicazioni de' moti tra i corpi molli, ed elastici; ed in somma ci porge un grand'ajuto per penetrare ne' più reconditi magisterj della Natura.

Io mi sono adoperato a tutto potere di spargere nuovi lumi su cotali subbietti, e mi è venuto fatto di scoprire o per fortuna, o per industria una rilevante verità: cioè, che le menzionate leggi dinamiche non sono altrimenti di congruenza, e di elezione, come si persuadono i seguaci del Leibnizio, ma di precisa inalterabile necessità, siccome quelle, che dall'essenza della materia inerte animata dalla forza si derivano per via di legittime conseguenze; conciossiachè col mutarle a capriccio, e col sostituirne dell'altre analoghe escono in campo gli assurdi geometrici, e metafisici d'insanabil contraddizione. Tengasi ben a mente il Lettore i due Teoremi testè raccordati, e non li revochi in dubbio, perchè sono stati da me rigorosamente dimostrati. Ad essi i miei raziocinj principalmente si appoggiano; e quando li perdess'egli di vista nello scorrere il mio Trattato, urterebbe ad ogni passo in qualche perplessità.

Fin quì mi son trattenuto in ciò, che c'è di materiale nella fabbrica dell'Universo. Volgendomi da un altro lato veggio, che gli spiriti ne fanno la miglior parte: i quali dotati d'intelligenza, e di libertà, oltre il costituire un Mondo spirituale, si mettono in azione, ed esercitano sopra i corpi un arbitrario limitato dominio. Io non presumo di sciogliere l'intrigatissimo nodo, viene a dire con che vincoli impercettibili abbia Dio legata l'anima colla materia. So, che la reciproca unione, e l'intralciamento delle cause, e degl'effetti di genere totalmente disparato modificano alquanto l'economia del Sistema, ma non la perturbano. In mancanza d'una cognizione, che sarebbe necessaria per ben esplicare l'ordine, e la connessione de' fenomeni, io mi sono ingegnato di rintracciare alcune poche regole, che si osservano nel prestabilito commercio fra lo spirituale, ed il corporeo, e che vengono a sesta opportunamente, non già per esaurire la presente costituzione di cose, ma soltanto per adombrarla.

Con tale apparato di notizie speziali acquistate appoco appoco nel meditare ora sopra l'uno, ora sopra l' altro soggetto, e massimamente lasciandomi guidare dal metodo, ch' io mi sono prefisso; non ci sia chi creda, ch' io mi lusinghi d'ergere sugli esempj altrui la gran macchina d'un generale Sistema. A me basta dalle verità cognite, ed accennate dedurre alquanti corollarj, e mostrare a dito parecchie particolarità, di cui ho contezza, le quali accompagnano la struttura del nostro Mondo, ed in esso a chiare note rilucono, e ad un intelletto attento non si nascondono. Con ciò mi anderà fatto di manifestare una piccola parte di quegl'indispensabili requisiti, ch' entrano nella costruzione dell'Universo; esclusi i quali, non c' è modo di salvare le naturali apparenze. Verranno degl' ingegni più svegliati, che amplieranno la ricolta, di cui spargo i primi semi: e così passo passo spunteranno nuovi lumi, per cui si dilucidera l'oscura materia.

E perchè sempre mai mi è stata a cuore la Religione, della di cui certezza per gl' infallibili motivi di credibilità, che l' accompagnano, era pienamente convinto, ho tenuto un occhio fisso alla Natura, e l'altro alla Fede; ed avendoci trovata una perfetta corrispondenza, oltre a quanto io mi sarei da principio promesso, mi sono lusingato, che i miei divisamenti, almanco in gran parte, dal vero non sono guari lontani. Dicano dunque ciò, che vogliono, gl'Increduli, un buon sistema naturale non discorda dal rivelato; e tutta la discrepanza, che alcuni spiriti for-

forti ci si ravvisano, dipende unicamente dagli errori massicci, con cui costoro deturpano la Natura; e che conseguentemente colla verità della Rivelazione conciliarsi non possono. Dal paragone, ch'io sono per istituirne, si comprenderà, che il lume della ragione non è diverso da quel della Fede, se non se in quanto sono d'un ordine totalmente disparato. Per la qual cosa non si trasanderanno i miracoli, ed esposti i criterj, per cui si distinguono i veri dai falsi, metterò in buona vista, qualmente nella presente costituzione influiscono. Appresso non si porranno, giusto lo stile comune di coloro, che soltanto di filosofare si pregiano, in una superba oblivione i misterj, i quali, quantunque la nostra cortissima intelligenza di gran lunga trascendano, evidentemente però non ripugnano alle sensate esperienze, e alle proposizioni a tutto rigore dimostrate. Iddio, che con cognizioni e naturali, e soprannaturali doppiamente per sua bontà ci rischiara, non mentisce se stesso; e tra le verità rivelate, e le invincibilmente comprese non ci passa mai una reale, e legittima contraddizione. Al più ci sarà una apparenza di contrasto, o meglio una delusione; ed in tali casi conviene volgersi addietro, ed esaminare da capo, e con accuratezza i nostri raziocinj; conciossiachè al balenare d'un qualche nuovo raggio scopriremo, che i principj o sono mancanti, o mal applicati, oppure mal dedotte le conseguenze. Io parlo così. perchè ho dovuto spesse fiate rettificare, e con buon successo, certi discorsi da me a prima vista reputati irrefragabili, che, sottoposti ad un esame più severo, ho compreso ad evidenza, ch'erano falsi, ed assurdi.

Queste mie poche riflessioni per tre titoli sono di profitto alla Fisica. In primo luogo ci ammoniscono fin dove possa giugnere la mente umana, e dove non è possibile, che co'suoi sforzi pervenga, e c'insegnano ad astenerci dagl'inutili, e dannosi tentativi, che nodriscono in noi l'ignoranza, e la presunzione. In secondo capo una qualche idea, benchè superfiziale del sistema in genere, perchè piantata sul vero, e che co'fenomeni vada di concerto, agevola frequentemente il modo di soddisfare ai problemi particolari, perchè ci suggerisce i fondamentali principj, che non ci lasciano deviare dal retto sentiero; e nel proseguimento della mia Opera non mancheranno gli esempj. Per ultimo non dee trasandarsi il giro de'miei discorsi, ed i canoni, di cui ho fatto uso, i quali più facilmente si applicano ai casi singolari, che ad una generale Teorica.

A tal fine ho esposto ingenuamente l'ordine, ed il progresso delle mie perquisizioni, non perchè io pretenda di farmi scorta agli altrui pensamenti, e molto meno che il mio procedere fondi una regola in via di metodo. Ogn' intelletto è un picciolo Mondo da se, ed in una spezialissima maniera raccozza le sue idee, e dispone le sue cogitazioni. Tutta volta non è discaro il sapere, qualmente taluno siasi adoperato ne' suoi divisamenti; e coloro, che troppo circospetti, e gelosi delle lor ritrovate divulgano nude nude le verità, e ritengono in mente gli artifizj, con cui sono state scoperte, giovano al pubblico sol per metà. La serie de' raziocinj è una catena di molti anelli, che scambievolmente si legano, ma che bene spesso si sciolgono, e s' interrompono; onde ci vuol nuova industria, perchè tornino ad annodarsi. Così a me è accaduto in questo mio malagevole intraprendimento, essendo stato obbligato nel periodo delle mie specolazioni di aggiugnere avvertenze sopr' avvertenze per liberarmi dalle radicate preoccupazioni, e per assuefare la mente ad insuete, e non comunali ricerche.

Sarà vero, che la scienza della Natura ci si presenta sotto un novello, e poco cognito aspetto, siccome affatto spogliata di que' varj, e curiosi abbigliamenti, di cui gli antichi e moderni Filosofanti l' anno capricciosamente vestita. Costoro si sono formate in testa tante idolopee, lavori d'una calda fantasia piuttosto, che d' un intelletto sobrio, quanti si contano gl' inventati generali sistemi. Ogni capo di Setta si compiace della propia visione, e ci mette ogni studio, acciocchè da tutti vegna abbracciata; quasi ch' essa sia l'unico ritratto sembiante all' originale uscito dalle mani del Creatore. Ma non mancano Maestri di prima fama, che le contrastano il primato; e così non si rifina mai di ostinatamente piatire. Le vecchie Scuole in più fazioni smembrate a stento si sostennero, e tal fiata si ristorarono, quando era invalso di giurare nell'altrui sentenze. Dacchè poi ogni mezzanamente dotto ha cominciato a pensare da se, sono surte in copia le nuove, parte tramontate nel nascere, e parte che si mantengono, e si propagano. Quanto siano per durare nol so; so bene, che il Cartesianismo, appena passato un secolo, per sino in Francia va in decadenza; che le massime metafisiche del Leibnizio non escono dal Settentrione; e che presentemente i principj Nevvtoniani sono alla foggia in quasi tutta l' Europa. I più saggi, e circospetti fra gl' Italiani non si sono per anco arrolati sotto queste straniere insegne. Seguitino dunque dietro la scorta del Galileo

a con-

a conservarsi nella loro filosofica independenza, ed abbiano a memoria il bel passo di Marco Tullio, che *hominum commenta delet dies, natura judicia confirmat*. Ben afferrata una volta per sempre la verità, non ci sfugge dalle mani; mercè che il lungo tempo, in vece di cancellarla, vie più la ricalca; e le obbiezioni stesse servono a maggiormente convalidarla. Che vuol dire, che alcune poche proposizioni meccaniche, ed idrostatiche lasciateci da Archimede in retaggio, tutt'ora dopo due mille anni sussistono nel lor primiero vigore, e sono la base stabile delle moderne sublimi speculazioni: laddove tutti gli sforzi de' Peripatetici non ci an potuto far gustare le dottrine di Aristotele su questi punti, e massime la leggerezza positiva?

Orsù, quando mutato stile, i Fisici non si appiglieranno a metodi più rigorosi, e più magistrali, altro non si farà fuorchè ampliare all' infinito la storia delle opinioni con irreparabile detrimento, anzi chè profitto della scienza naturale. Certi semi fecondi, pronti a germogliare, ed a stagionarsi ridotti a buona coltura, frequentemente rimangono soffocati da una farragine di frivole conghietture, e di fallaci probabilità; onde tardi giungono a metter frutto, e forse non mai. E da ciò si comprende per qual causa dopo trenta, e più secoli, che si è cominciato a filosofare, abbia mossi così pochi passi la Fisica. Mi asterrò dunque a tutto potere dal dar corso alle scientifiche vanità, e mi guarderò dal prestare l'assenso a qualsivoglia asserzione, anco delle più verisimili, se non è accompagnata da una incontrastabile perspicuità. Io nulla perdo a tener in bilancia il mio intelletto, e a sospendere il mio giudizio; e perciò non imiterò il contegno oltre modo decisivo de' Dommatici, i quali per soverchia fretta di saper tutto *faciunt*, *ut nimis intelligendo nihil intelligant*. Ne mi si dica, ch' io serro tra troppo angusti confini la perspicacia degl' ingegni; conciossiachè altra cosa è l'arricchire la scienza fisica di qualche novella verità, ed altra il sempre più impoverirla col moltiplicare le illusioni; ponendo in dimenticanza il celebre detto del Galileo: che quanto la Fisica sarà più perfetta, tanto manco verità insegnerà.

Del buon esito affatto non diffido, sebbene molto non mi prometto; e massimamente perchè mi si para innanzi un nuovo ordine de cose, ed un insolito giro di meditare, a cui non so, fin a quanto potranno reggere le mie forze. Fa d'uopo, ch' io mi accerti in qual particolar maniera mi si affaccino gli obbietti esterni, e come l'anima in se li ricet-

cetti, e se li renda, per così esprimermi, familiari. Ella non abbandona il suo corpo per farsi ad esso loro intimamente presente, ma sta raccolta in se medesima nel centro de' suoi sensorj; e non talmente imprigionata, che non vada a suo talento per tutto l'ambito dell'Universo liberamente spaziando. In questo doppio passaggio dal di fuori al di dentro, e al rovescio, c'ha del misterioso, e del sorprendente, siccome istituito da una infinita Sapienza, consiste il capitale dell'umano sapere; ed in ordine a ciò egli è indispensabile, che le operazioni della Natura, ed i mentali concepimenti procedano di concerto: altramente nissuna verità fisica sarebbe di nostra giurisdizione. I modi dell'esequimento sono reconditi, e ne terrò discorso a suo luogo. Intanto preparo i miei Lettori a formarsi una qualche antecipata idea del mio metodo.

Io forse sono stato il primo a tentare il cieco, e profondo guado, e mi è convenuto ora camminar lentamente a piè fermo, ed ora risolutamente gittarmi a nuoto; ed avrò fatto assai, se mi sarà riuscito di superar la corrente, ed afferrare la riva opposta. La mia qualunque industria si è unicamente impiegata non mai nell'affrontare la Natura di petto, ma nel coglierla di fianco. Per la qual cosa ho dovuto bene spesso soccombere alle difficoltà da me reputate invincibili, e tal volta usare i miei sforzi per superarle. Potrebb' essere, che in entrambi i casi sovente io mi fossi mal apposto; imperciocchè non ho alle mani stromenti atti a tirare una linea di separazione tra ciò, che si può, e non si può sapere dagli uomini. A me basta, che la mia intrapresa, ed i miei progressi stiano di mezzo fra l'affettata, ed empia incertezza de' Settici, che di tutto dubitano ostinatamente, e la vana presunzione de' Sistematici, cui non c'è verità, che si nasconda.

Delle obbiezioni, che non so per qual destino, giusto il costume de'nostri tempi, non mancheranno, e spezialmente in Italia, io non terrò conto. Se si oppugneranno certe asserzioni secondarie, e di poco momento, io confesso di buona voglia, che, corretti i miei sbagli quasi inevitabili, e scoperte alcune più ricercate particolarità del Sistema, che saranno sfuggite alla mia attenzione, la teorica poggerà ad un grado di maggior perfezione, senza però che possa mai giugnere all'intiero suo compimento. Ma ciò nulla monta alla somma delle cose, perchè l'invenzione originale non perde il suo pregio per gli abbellimenti, che vi si aggiungono. Se poi si volteranno le arme contro il massiccio del mio metodo, io, che sopra tutto mi vanto di docilità, e soglio diffidare del-

delle mie ritrovate, dirò francamente, che i colpi anderanno a vuoto. La mia fabbrica, quantunque rozza, ed incolta per molti titoli, è però talmente piantata ful fodo, parte fu principj dell'ultima evidenza, parte fu geometriche inconcuffe dimoftrazioni, e parte fu i fenomeni naturali ben avverati, ch' io non temo gli affalti altrui, i quali non avran vigore di fcuoterla, non che di atterrarla. Conchiuderò con Santo Agoftino: *Si quis pariter certus eft, pergat mecum: fi quis pariter hæfitat, quærat mecum: fi errorem fuum agnofcit, redeat ad me: fi meum, revocet me.*

LIBRO PRIMO

Delle particolarità generali, su cui si fonda il Sistema materiale dell'Universo.

PREFAZIONE.

PER innalzare un grand' edifizio conviene in prima ragunare i materiali necessarj, prepararli a disegno, e poi gittare le fondamenta, ergere le pareti, apporci il coperto, e finalmente dar l'ultima mano all'opera, abbellendola cogli ornamenti. Come potrei proporre un saggio della struttura del nostro Mondo, contemplato soltanto nella sua parte inferiore, e corporea, se non tenessi lungo discorso dei principali elementi, di cui è unicamente composto? Base della mirabile fabbrica si è la materia corredata de' suoi passivi attributi, viene a dire estensione, divisibilità, figura, impenetrabilità, inerzia, ed indifferenza. A questi un principio attivo indispensabilmente se ne dee aggiugnere, e consiste in una facoltà, cui si da nome di forza, che vivifica la massa pigra, ed oziosa, abilitandola al moto, e all'azione, ed introducendo in Natura le cagioni, e gli effetti. Impiego il primo libro nello spiegare per quanto so, e posso i due primitivi, e capitali requisiti; e nel tempo stesso faccio vedere, che l'industria della costruzione ci dà del supremo Architetto una chiara contezza.

CAPITOLO PRIMO.

La fabbrica del Mondo ha per base il Sistema temperato.

I.

IO sul bel principio non mi accingo ad investigare con che maestria sia stata costrutta la gran macchina dell'Universo, e chi ne sia l'Architetto. Mi basta per ora starmi a contemplar la natura, e la qualità de' materiali, di cui è composta, per venir passo passo in cognizione di quelle particolarità, dalle quali ha ricevuto l'ultimo suo compimento.

D 2 Non

Non c'è a giorni nostri Setta di veri Fisici, da cui si metta in quistione, che nel mirabile lavorio principalmente non c'entri la trina dimensione impenetrabile, e corredata della sua inerzia. Parimente da chi non è affatto ospite nella Geometria non si dubita, che l'estensione solida possa all'infinito crescere, e diminuirsi, siccome sottoposta alla nozione generale della quantità, che nel più, e nel meno non ammette limitazione. E quì appunto i Filosofi cominciano a separarsi in varie opinioni. Alcuni vogliono, che la materia esistente sia di fatto infinita; ed altri la circoscrivono fra determinati confini. Ci ha, chi la crede all'infinito attualmente divisa, come il Galileo, e Giovanni Bernoulli; e ci ha, chi pone argine al partimento, onde oltre il finito non varchi; e sono per lo più coloro, che presumono d'internarsi nella Fisica senza la scorta delle Matematiche Discipline.

Fa d'uopo toglier di mezzo gli equivoci, e formarsi in mente una distinta idea de' varj ordini delle grandezze infinite, ed infinitesime, e discernere accuratamente le relative dalle assolute. In un secolo tanto illuminato è vergogna, o piuttosto ignoranza di ciò, che dovrebbe sapersi, il piatire ostinatamente su certi punti, che già sono stati con chiarezza dimostrati.

II.

E' una maraviglia, quali stravaganze siano uscite di bocca ai Fisici volgari, ed anco a qualche più timoroso Geometra. Sogliono comunemente pensare, che l'intelletto umano non abbia ale per sollevarsi all'infinito, obbietto trascendente, che coll'ignorarlo solamente alquanto si può comprendere: che la mente se lo finge in un continuo flusso, e con una metafisica astrazione toglie di mezzo qualunque limite. Esso dunque è unico, e sommo, a cui ripugna, che nulla si aggiunga di nuovo; imperciocchè rispetto al tempo egli è eterno d'una eternità interminabile, e riguardo allo spazio è immenso d'una inesauribile immensità. Si applichi la dottrina alle magnitudini molto menomissime, che vanno a finire negl'istanti indivisibili del tempo, e ne' punti, che non ammettono partizione.

In tal guisa la discorrono coloro, che guari non penetrano nella vera essenza della quantità o discreta, e successiva, o continua, e permanente. Se avessero posto attenzione, che in sì fatti subbietti domina una pienissima indifferenza, e che a cagion d'esemplo non si diversificano gli attributi sostanziali dell'estenzione inerte, o perchè un pezzo d'essa più minutamente si divida, o perchè due tocchi insieme congiunghansi, o perchè si muti di figura, e di posizione; si sarebbero accorti, che la natura delle cose quante consiste nell'esser sempre mai capaci di accrescimento, e di diminuzione; e che, se di tali proprietà inavvedutamente si spogliano, escono in campo gli assurdi, e le contraddizioni.

Quin-

Quinci le dimensioni in qualsisia genere di grandezze sogliono considerarsi come relative, e non come assolute; e ciò dicasi non solo di quelle, che per nostro modo d'intendere stanno dentro i confini del finito, ma delle altre ancora, che poggiano all' infinito, o discendono all' infinitesimo: anzi si avverta, che da noi per una spezie di prevenzione si chiamano finite quelle magnitudini, le quali ai corpi, che ci son familiari, con un assegnabile proporzione rispondono. Per altro io sono tutto ciò, che più mi piace, viene a dire finito, infinitamente grande, ed infinitamente piccolo, secondo chi mi metto a confronto con grandezze della mia classe, o con quelle, ch'io concepisco in relazione a me siccome infinitamente maggiori, o minori.

III.

Per non navigar senza bussola in Mari immensi, e sconosciuti, che non an fondo, ne lidi, convien prefiggersi un ordine di magnitudini, che ci serva di comune misura, e faccia figura d'unità; indi lasciare, che la Geometria quasi nocchiere ci guidi in questo lungo viaggio. Si assumano dunque siccome unità le nostrali dimensioni, e paragonando insieme le innumerabili figure, che si pigliano a contemplare, scopriremo, che l' aja compresa dalla iperbola Apolloniana, e da' suoi assintoti è maggiore di qualsivoglia data superfizie, e conseguentemente infinita. E perchè le linee assintotiche ad angolo retto ponno abbracciare moltissime iperbole di differente paramento, ed è facile a dimostrarsi, che alla medesima assissa corrispondono le ordinate in ragione costante, e che di conseguenza fra gli spazj interpassa una pari proporzione; ne segue, che dianzi due, o più aje infinite in determinata ragione.

Cotali quantità, avuto riguardo alle nostre misure, le quali non escono forse dal grado, che si concepe come finito, appartengono ad un ordine superiore, che tutte in se le contiene; imperocchè non si assegnerà fra le comunali un analogia, che del pari alle infinite di qualsisia genere particolare non poss' adattarsi. E fra i rapporti, che ci piacesse di eleggere, ci sarà anco quello di egualità, o pure di adequazione; conciossiachè, se tra una coppia di grandezze si porrà un divario, sia di che classe esser si voglia, che a ciascuna di esse abbia una proporzione minore di qualunque data, non si turberà l'uguaglianza: sebbene sì fatte menomissime relative differenze bene spesso non vanno trascurate, siccome quelle, che delle sublimi verità ci somministrano. Ne abbiamo l'esempio nelle serie armoniche del Leibnizio, le quali, essendo di lor natura infinite, si superano però con eccesso finito, e tale, che ci da la vera misura dell' area circolare, e iperbolica.

Appresso il P. Ab. D. Guido Grandi nel suo Trattato de Infinitis infinitorum geometricamente dimostra, che, descritte dentro gli stessi assintoti infinite iperboloidi, che van poggiando di grado in grado, gli spazj indi nascenti si estollono ad infiniti sempre più sublimi, per guisa che ci mettono anzi gli occhj quantità d'ordini diversi, ed in progresso l'una dell'altra infinitamente maggiore.

IV.

IV.

Non altrimenti si discorra intorno le magnitudini infinitesime, le quali giacchè, palesandoci l'indole, e l'andamento delle curve, vengono sovente ad uso, sono meglio conosciute, sebbene ancora non abbastanza. Le comunali dimensioni stanno di mezzo, e talvolta dato un infinito di qualsivoglia grado, possiamo per via d'un analogismo segnare un infinitesimo corrispondente, onde il primo tanto poggi verso il sommo, quanto il secondo discende verso l'infimo; ed in un certo modo l'uno, e l'altro del pari si discosti dal finito, e moltiplicati insieme i due estremi ci diano un prodotto eguale al quadrato assegnabile della quantità intermedia.

Le flussioni si distinguono in prime, seconde, terze, e così di mano in mano. Ed a fine di sgombrare le ambiguità sappiasi, che questi minimi, come taluno s'è dato a credere, non sono in conto alcuno determinabili; imperciocchè egli è una vanità il pretendere di stabilire la classe, a cui propriamente appartengono. Un primo infinito, ovvero infinitesimo immediatamente accosto al finito sono illusioni. Se io mi fingo la prima differenza segnata per dx, siccome la più prossima al finito, e fra essa, e l'unità io prendo una media proporzionale esposta per $\sqrt{dx}$, io non so sotto qual genere collocarla. Non va certamente riposta fra le grandezze finite, perchè il suo quadrato dx si suppone infinitesimo. Non vuolsi chiamare col Signor Fontanelle finita indeterminata; atteso che l'abuso d'un vocabolo, che nulla significa, non farà mai, ch'essa non sia minore di qualunque assegnabile, com'è facile a dimostrarsi: dunque tanto è lontano, che la spezie assunta dx possa mai dinotare un infinitesimo primo, quanto che ci si presenta una progressione infinitamente infinita di elementi $dx^{\frac{1}{2}}$, $dx^{\frac{1}{3}}$, $dx^{\frac{1}{4}}$, et cet., che paragonati con dx, o fra loro sono d'ordini differenti, ed incomparabili.

V.

Ogni qualvolta una quantità finita, e variabile va per gradi crescendo, o scemando, ciascun passo è menomissimo, e così richiede lo stile della Natura, che non cammina di salto; e la flussione nascente suole appellarsi prima differenza, non perchè sia tale in fatto, e siccome tale possa assegnarsi, ma perchè è il primo incremento, o diminuzione, che ci si affaccia, per cui si altera insensibilmente lo stato della grandezza fluente, e che dee infinitamente replicarsi acciocchè la pareggi. E siccome una magnitudine finita si scioglie ne' suoi elementi col calcolo differenziale, così torna a restituirsi per mezzo del sommatorio. In questo mentre non importa l'indagare a qual ordine spettino le predette flussioni. Sarebbe inutile, anzi assurdo il tentativo di determinare l'indeterminabile e basta, che l'eccesso, o il difetto, siano di qual genere esser si vogliono, non rechino alla quantità principale salvo che impercettibili cangiamenti, che non turbino l'adequazione.

Parimente una prima differenza dx talvolta si moltiplica per una data coefficiente n, ed allora tra le due flussioni ci passa una proporzione determinata, come $s : n$, e vanno maneggiate colle regole delle grandezze finite, perche sono della stessa classe, e non si dee badare alla lor picciolezza. Se poi alla dx si aggiungne, o si leva l'elemento incomparabile esposto per la spezie ddx, ed hassi il binomio, o l'apoteme $dx \pm ddx$, entriamo nella regione delle differenze che si nomano seconde; intorno le quali deggiono ripetersi le avvertenze, che sopra le prime fatte si sono, e che seguitando lo stesso metodo danno norma alle terze, alle quarte, e così all' infinito, sempre però tenuto fermo il principio, che cotali magnitudini minime sono di natura indeterminate, ed indeterminabili.

Gioverà dilucidare la cosa con un esempio semplicissimo. Abbiasi l' equazione locale della parabola conica $ax = yy$, in cui x sono le assisse, ed y le ordinate. In vece di x pongo $x + dx$, ed in cambio di y, $y + dy$, ed istituito il computo, trovo $ax + adx = y^2 + 2ydy + dy^2$. E perchè $ax = y^2$, tolti di mezzo i due termini, che si elidono resta $adx = 2ydy + dy^2$. Quinci se l' applicata y è finita, svanisce il quadrato dy^2, siccome del rettangolo $2ydy$ infinitamente minore; e perciò dall'equazione $adx = 2ydy$ mi nasce l'analogia $a : 2y : : dy : dx$, dalla quale raccolgo, che nell' assunta ipotesi le due flussioni si riguardano con una ragione assegnabile. Se poi l' ordinata y fosse infinita, essendo il paramento costante a in confronto d'essa incomparabilmente minore, la proporzione di $dx : dy$ sarà maggiore di qualunque data, e la curva camminerà parallela al suo asse prossimamente. C'è un terzo caso, viene a dire quando le applicate nel vertice della parabola a fluire cominciano. In questa posizione l' ordinata y diventa nulla, ma non così il quadrato dy^2 che per quanto sia menomissimo non si dilegua; dunque nell' omogeneo di comparazione cancellato il primo termine $2ydy = odx$, mi si presenta l'equazione $adx = dy^2$, e conseguentemente l' analogismo $a : dy : : dy : dx$; ed essendo a infinitamente grande rispetto dy, lo stesso dicasi di dy rispetto alla dx, la quale assumendosi in qualunque sito, ed anche nel principio del flusso, siccome un elemento costante, nè segue, che la corrispondente $dy = \sqrt{dx}$ sia una di quelle quantità infinitesime, che stanno di mezzo fra le finite, e le prime differenze, di cui superiormente ho fatta menzione. Questa rigorosa maniera di procedere, che in certi 'ncontri non trascura le differenze degli ordini inferiori, e fa uso delle adequazioni a suo luogo, ed a suo tempo, serve a maraviglia per iscoprire da' suoi veri principj le più recondite proprietà delle curve, cioè i massimi, i minimi, i flessi contrarj, i regressi, le intersecazioni dei rami, e la varia indole de'contatti. Ma sopra questi punti di sottile indagine spero, che in breve sia per uscire alla luce un compiuto Trattato.

VI.

Mi son fermato, e forse troppo, nel purificare le idee degl' infiniti, e degl' infinitesimi relativi. Non dovea risparmiare parole per aprirmi

il var-

il varco allo ſcioglimento d'una importante quiſtione, intorno cui ſono andati di traverſo tutti gli antichi Filoſofanti, i quali del ſolo infinito, ed infiniteſimo aſſoluti an avuto una imperfettiſſima nozione. Si cerca pertanto, ſe le coſe capaci del più, e del manco, come la materia impenetrabile, ed inerte, poſſano montar da un lato ſino alla ſuprema immenſità, ed abbaſſarſi dall'altro ſino al menomiſſimo indiviſibile. Ciò è onninamente impoſſibile, e d' una impoſſibilità metafiſica, e geometrica, che porta con ſeco una patente, ed inſanabile contraddizione. A primo aſpetto mi ſi parano innanzi due quantità ripugnanti, una che può calare, e non creſcere; l'altra, che può aumentarſi, e non iſcemare. Se la prima ſi divide in parti, che al tutto abbiano una ragion data, e ſi ſepara l' immenſo, che ſi ſtende verſo l' oriente da quello, che ſi dilata verſo l'occaſo, io non ſo più dove mi ſono. Sotto che ſorta di magnitudini deggio collocare la metà, o qualunque del ſuppoſto infinito traſcendente? Se può eſſa propagarſi a maggiore ampiezza, ed al doppio ricreſcere, non è ſenza fallo infinitamente infinita; dunque va riposta fra gl' infiniti di grado inferiore: e ſe così è, ſi annoveri tra le parti infiniteſime, e non tra le aſſegnabili dell' infinito ſupremo; lo che ripugna all' ipoteſi. Quinci chiaramente ſi ſcopre, che la immenſità, la quale non ammette ne incremento, ne partizione, ſi finge ſiccome eſtera, fornita di quantità, e nello ſteſſo tempo non tale, ſiccome indiviſibile, e che non può conciliarſi ſe non ſe con una perfettiſſima unità.

Ed in fatti ad eſſo lei non ponno applicarſi i canoni dell'Analiſi. Si cade in aſſurdo col moltiplicarla per qualſivoglia numero, e molto più in ſe medeſima, alzandola al quadrato, ovvero a qualſiſia dignità, ed iſtituendo intorno ad eſſa qualunque algebratica operazione. E' queſta dunque un' idea, o meglio una chimera, che da ſe medeſima ſi diſtrugge; e che mentre ſi tenta di concepirla, viene l' intelletto ingombrato da un vuoto, che d' altro nol riempie, fuorchè di confuſioni, e di repugnanze.

VII.

Mi volgo dalla parte oppoſta, e conſidero il punto individuo, a cui ſi vuole, che pervenir poſſa una maſſa, che ſenza fine va decreſcendo. Ma la Geometria dimoſtrativamente, riducendo la coſa all' aſſurdo, mi convince eſſere la ſuppoſizione affatto impoſſibile. Potrei di tal verità addurre parecchie prove, ed io mi attengo ad una delle più ſemplici. Deſcrivo col raggio AB aſſunto ad arbitrio (Fig. 1.) il circolo BKC, che divido per metà coll' altro concentrico DME. Quindi partó egualmente in due tanto la zona eſterna colla periferia FLG, quanto il cerchio interno col minore HNI; e così vado procedendo ſenza mai venire a termine della doppia partizione. Se, dati i due ſemidiametri AH, AB, cerco il valore dell'intercetta FB, onde la faſcia compreſa dalle due circonferenze BKC, FLG ſi agguagli all'aja circolare HNI, trovo la ſeguente equazione del ſecondo grado affetta dal lato $\overline{2AB-FB} \times FB = \overline{AH}^2$; e conſeguentemente l' analogia $2AB-FB : AH :: AH : FB$.

Sin

Sin a tanto, che fortendo bensì dai limiti del finito, non varco però oltre gl' infinitesimi relativi di qualsivoglia ordine esser si possano, non mi si fa incontro alcuna sconvenevolezza, concioffiachè essendo per la ipotesi la retta finita AB, ovvero l'adequata AF infinitamente maggiore di AH, sarà AH infinitamente maggiore di FB; e perciò queste lineette spettano a classi differenti, ed incomparabili di quantità minime. E così dee necessariamente succedere, atteso che la superfizie della zona esteriore è proporzionale al rettangolo $2AB \times BF$, e quella del circolo interno al quadrato AH; laonde dee verificarsi l'analogismo $2AB : AH :: AH : FB$.

Ma quando si pretenda, che il predetto cerchio a forza di estenuarsi finalmente pervenga al punto indivisibile, cioè all' infinitesimo dell'ultimo grado, e col suo centro si confonda, sotto qual genere di magnitudini avrassi a riporre l'intercetta FB, che del semidiametro AH ridotto all' individuo si è dimostrata infinitamente minore? Si danno forse punti, che non an parti, e pure scambievolmente si riguardano con qualunque assegnabile, e non assegnabile proporzione? Se così fosse, l'indivisibile si accoppierebbe col divisibile; e non è maraviglia, che nasca la contraddizione, carattere dell' onninamente impossibile, ogni qual volta gl' infinitesimi relativi coll'assoluto mal si confondono.

Una ripugnanza non va mai sola, e se ne tira dietro delle altre di conseguenza. Posto che lo spazio HNI pervenga ad una picciolezza, di cui non si da la più piccola, e si concentri nel punto A; ne segue, che le due curve BKC, FLG distanti fra loro per l' intercetta indivisibile BF, che passa dall'esser di linea a quello di punto, si stringano talmente insieme, che alla per fine coincidano, e che la zona superiore a esse abbracciata si perda nella circonferenza BKC. Ora essendosi partite le aje circolari interne, e le fascie esteriori sempre mai per metà, si è conservata una perfetta uguaglianza; e però conchiudo, che giunti per un verso, e per l'altro alle due estremità, oltre cui non si può progredire, il centro A sarà uguale alla periferia BKC.

E giacchè il raggio AB sul bel principio si è scelto ad arbitrio, e posso aumentarlo quanto mi piace per fino all'infinito, tenuta ferma l'esposta maniera di raziocinare, mi si affacciano delle esorbitanze incomprensibili, viene a dire, che il detto centro A nella posizione impossibile, su cui discorro, si dimostra eguale a qual si voglia periferia; e di più che cotali periferie, che ponno assumersi e grandi, e picciole in qualunque data ragione, sono fra loro eguali, siccome ognuna di esse uguale al centro comune A. Ma se intorno lo stesso punto io m'immagino descritte innumerabili sfere concentriche, con un simil giro di raziocinio m' inoltro a provare, ch'esso centro A alla superfizie di ciascuna sfera del pari si agguaglia. Per la qual cosa converrebbe ammettere punti lineari, come l' intercetta FB; punti piani, come il centro A de' circoli delineati; e punti solidi, come il centro comune delle nostre sfere: ne' quali punti tutti in un modo impercettibile stesse rannicchiata l'immensità a qual si sia dimensione corrispondente. Se questi non sono tali, io confesso di non sapere cosa sieno gli assurdi. E non occorre spacciarli per arcani geometrici

tiici, come tal uno ha creduto, perchè le contraddizioni non son misterj.

Abbiasi dunque per indubitato, che non si da porzione, quantunque menomissima di materia, che non sia corpo fornito di tutte e tre le misure. Impicciolisca quanto ci aggrada, e giunga a qualunque ordine di quantità infinitesime, non si spoglierà della sua natura, e resterà sempre corpo capace di ulterior partimento. Col ridurre l'ultima analisi agli individui si urta nell'impossibile, e s' inciampa facilmente in qualche paralogismo. Per lo che si è abbandonato il metodo degl'indivisibili del Cavalieri, e si sono sostituite le grandezze minime dello stesso genere senza lanciare il gran salto da genere a genere.

Mi si opporrà: come dunque i Geometri adottano il punto impartibile, la linea distesa in lunghezza, ma non alta, ne larga, e la superfizie mancante di profondità? Rispondo, che queste ideali dimensioni dalla Natura non conosciute mal si cercano fuori di noi; perocchè sono lavori della nostra mente intesa secondo le occorrenze ad astraere, ed a prescindere. A me non importa, che il filo, con cui misuro la sublimità d'una torre, sia più grosso, o sottile, ne che sieno alquanto più, o meno anguste le diottre, per le quali passa una mia linea visuale. Oltre che i menzionati concepimenti si assumono non come grandezze determinate, o determinabili, ma piuttosto siccome limiti, a i quali possiamo sempre più avvicinarsi senza mai afferrarli. E basta, che le minime magnitudini, che fanno figura di punti, siano incomparabili colle linee dal loro flusso prodotte. A cagion d'esemplo una retta infinitesima del secondo grado si genera da un corpicciuolo del terzo, o del quarto, che da un capo all' altro successivamente la trascorra.

VIII.

Adesso ho tanto in mano per esplicare con chiarezza cosa da me s' intende, quando francamente asserisco, che la costituzione dell' Universo ha per base un Sistema temperato. A buon conto i notati assurdi geometrici ci fanno ad evidenza comprendere, essere affatto impossibile, che la materia inerte si estolla al più alto grado degl'infiniti, o si deprima al più basso degl'infinitesimi. Per la qual cosa l' attuale, che in fatto esiste uscita fuori in qualunque modo dall' abisso del possibile, debb'essere nelle sue misure necessariamente determinata: tanto perciò, che concerne la mole, quanto il partimento, conciossiachè in una sola unica maniera, e sotto una spezialissima modificazione può realmente sussistere.

Ed ecco in che precisamente il temperamento consiste. Tutta la possibile estensione impenetrabile non poteva ridursi all'atto, nè si potea pervenire all' individuo; dunque doveano per l'uno, e per l'altro verso prescriversi indispensabilmente i congrui confini, e di conseguenza aveva essa a sottoporsi ad una aggiustata participazione. Ma come, e da chi? Muovo un secondo passo, e rifletto essere di sua natura la materia dotata d'una perfettissima indifferenza. Se non le fosse disdetto di sollevarsi

al

al sommo, e di abbassarsi all'infimo, sarebbe in ambo le sue dimensioni trascendentemente infinita, ed infinitesima, e perciò abbastanza determinata. Ma appunto la sua totale indifferenza nasce dal trovarsi costretta ad esistere in uno stato di mezzo fra i due estremi; mercè che le varie misure, da cui senz' alcun disordine può venir circoscritta, non la pregiudicano punto ne' suoi essenziali attributi. Essa rimane intatta, cioè estesa, impenetrabile, inerte, capace d'essere in qualsisia modo configurata, e ciò, che più rileva, atta sempre mai a ricrescere, e a scemare, nel che va riposta una delle sue capitali proprietà.

Ora io dimando, come la materia abbia da se medesima potuto, e saputo assumere lo stato, in cui attualmente si ritrova, sotto una speziale grandezza, e sotto una particolar divisione a preferenza di qualunque altro, che del pari è possibile, ed ugualmente privilegiato. Quì esce in campo quella sorta di ragione sufficiente, ch' io soglio chiamar negativa a differenza dell'altra, che dee dirsi positiva. Questa talmente determinata, che posta in azione siccome causa, non ne può nascere salvo che un solo ed unico effetto; e ne abbiamo in Natura innumerabili esempj. All' incontro la prima nulla opera, a nulla si determina; perocchè non ci ha motivo alcuno escogitabile, per cui fra gl'infiniti, che ponno prodursi, uno piuttosto, che un altro effetto si generi. Ed una ragion sufficiente di tal fatta, se pure così debbe appellarsi, è una cosa stessa con una pienissima indifferenza, la quale unqua non si riduce all'attualità.

Siamo appunto nel caso. Considerata la materia in sestessa, e nelle sue essenziali proprietà, essa è indifferentissima ad accettare qualunque partecipazione dentro i limiti prefissi, ed a far la sua comparsa fornita di qualsivoglia grandezza, ed in qualsisia modo partita. Per la qual cosa non sortirà mai dalle regioni del possibile, essendo assolutamente impossibile, che si disponga ad affettare, escluse tutte le altre infinite, una individuata costituzione: in quella guisa, che posto un corpo in quiete, da se non si metterà in movimento; perchè la totale indifferenza, in cui si ritrova, non consente, che si determini a camminare con una data velocità, e per una singolar direzione. Mi si obbietterà, che l'argomento avrebbe il suo massimo peso, ogni qualvolta la materia fosse stata in tempo prodotta, ma esistendo necessariamente ab eterno, per guisa che ne ha avuto principio, ne sarà per aver fine, non è maraviglia, che dalla necessità, da cui trae l'eterna sua origine, sia stata modificata, e ridotta allo stato, nel quale si rinviene. Su questo punto a suo luogo terrò discorso: intanto gli Avversarj si tirano un passo addietro, e nel bujo dell' eternità si nascondono. Vorrei sapere, cos' abbia che fare l'indifferenza della materia col tempo; quasi che dall'essere surta o prima, o dopo, ed anco dal non aver avuto cominciamento dipenda la sua inseparabile essenza, e quasi che in ogni stagione non dovesse del pari determinarsi, e soggiacere ad un opportuno temperamento per iscansare l'esposte geometriche contraddizioni.

IX.

E se da se non può farlo, attesa la sua infinita indifferenza, fa d'uopo indispensabilmente ricorrere ad un agente estrinseco guarnito d'un vigore bastante per metterla a dovere, e per istabilirla nella presente sua particolare costituzione. Ora quai requisiti in un tale agente richiedonsi, e di quali sublimi prerogative debb'esser provveduto, onde il fine divisato si conseguisca? In prima non ci vuol meno d'una sapienza trascendentemente infinita, acciocchè discerna in un occhiata tutti gli ordini delle magnitudini incomprensibili ad una mente limitata, i quali rispetto a noi per doppia scala poggiano ad un infinito supremo, e discendono ad un assoluto infinitesimo senza mai pervenire all'uno, od all'altro termine. Di più alla sapienza vuolsi accoppiare una pari possanza, per cui tal uno de'menzionati generi di grandezze congruamente temperato faccia il gran passaggio dal non essere all'essere. Al qual oggetto si ricerca una somma libertà, che superi l'infinita indifferenza della materia, e che a suo beneplacito cavi dal nulla fra tutte le possibili quella classe delle quantità, le quali intanto sono privilegiate, in quanto sono state prescelte. Quinc' inferisco; ch'è indubitatamente il nostro Mondo modificato da una conveniente participazione: ma il Mondo non ci potrebb' essere, se non ci fosse distinto dal Mondo medesimo, e fuori d'esso un Ente unico, e supremo, infinitamente saggio, potente, libero, e dotato d'innumerevoli transcendenti attributi concentrati, per così esprimermi, in una perfettissima unità; dunque c'è Dio. E questa dimostrazione dedotta dai premessi principj, e fondata sulla indifferenza della materia, che sta nelle sue dimensioni necessariamente di mezzo fra il sommo, e l'infimo, mi pare così evidente, che per via di gavillazioni non possa essere in conto alcuno snervata. Essendomi proposto d'andar passo passo in traccia di que' requisiti, che concorrono, e si uniscono nella formazione dell'Universo, ho dovuto cominciare dall'accurato esame delle proprietà originali dell'estensione inerte, e spezialmente dall'internarmi nel fondo della sua indifferenza, la quale richiede d'essere modificata da un sistema partecipato: ben sapendo quanto giovi l'accertare la natura de' materiali per intendere almanco in parte l'economia della struttura. E questi mi anno dato un chiarissimo indizio, che vi si è adoperato il divino Artefice, il quale non si è talmente nascosto dietro la tavola, che non abbia avuto la condescendenza di farsi conoscere.

X.

Non ci venga in capo la curiosità di sapere in qual genere di grandezze ci abbia Dio collocati. Egli solo il sa, siccome quello, a cui distintamente ad uno ad uno sono noti i gradini di questa scala infinitamente infinita. In qualunque d'essi siamo stati posti fuor che nel primo e nell'ultimo, lo che sarebbe impossibile, rispetto a lui, che i superiori, e gl'inferiori partitamente discerne, partecipiamo in un certo modo degl'

degl' infiniti, e degl' infinitesimi relativi secondo i paragoni, che s' istituiscono. Ben è vero, che riguardo a noi per una spezie di preoccupazioni siamo propensi a crederci collocati nella classe delle magnitudini, che siccome finite si concepiscono, e perciò giudichiamo tale il Mondo in se stesso, e tali le parti o grandi, o picciole, di cui è composto. Ed in vero è così ampia per un verso, e per l'altro l'estensione delle grandezze finite, che senza fare il gran salto, anzi gl'innumerabili salti da genere a genere di quantità, abbiamo tanto, che basta, onde sia stato organizzato un ben disposto sistema.

Ed appunto dalla necessaria partecipazione introdotta io deduco un importante corollario: viene a dire che non solo si sono prescritti i confini alla quantità, ed alla partizione della materia; ma che è onninamente impossibile, che qualsisia proprietà de' corpi poggi al sommo assoluto, o discenda all' ultimo individuo. Per il primo capo il celebre Giovanni Bernoulli rigettava con ragione gli atomi Epicurei solidi, infrangibili, e di qualsisia fisica alterazione affatto incapaci; e per lo stesso motivo riputava contraddittorio il quisito proposto dagli Accademici di Parigi, con quali leggi si faccia la comunicazione del moto fra i corpi perfettamente durissimi. Non mi sia disdetto l'avvertire, ch' egli non ragiona sempre coerentemente a' suoi principj; conciossiachè vuole, che il fluido ettereo sia talmente sminuzzato, che di elementi indivisibili si componga: e ciò per salvare la legge della continuità, di cui terrò discorso nel seguente Capitolo. Io non capisco, qualmente al dotto Autore non paja ripugnante il precipitare fino al limite estremo, che va a finire nel menomissimo, e poi giudichi assurdo il salire al limite sommo, che termina nell' ultimo massimo. In fatti dalla collisione di due corpi durissimi altro inconveniente non nasce, se non che si generi un punto individuo di contusione: lo che non può dar noja al nostro Geometra, il quale di cotali punti compone la materia sottile. Conchiudo pertanto, che una cosa dà mano all' altra, e che perciò deggiono del pari ammettersi, o ripudiarsi amendue gli eccessi; e già si è stabilito a qual partito conviene appigliarsi.

ANNOTAZIONE PRIMA.

Quando nel corso de' miei ragionamenti mi si presenteranno per istrada alcune verità importanti, o qualche canone di metodo, o qualche originale principio fisico, non mancherò di apporvi le opportune dilucidazioni. Da ciò spero conseguire il benefizio, senza interrompere il filo de' miei discorsi, di spargere un maggior lume sulle particolarità, che adornano il mondano sistema, e di vie più confermarle coll' accertare l'evidenza degli assiomi, su cui si fondano, e l' aggiustatezza de' metodi, da cui si deducono.

A buon conto un Teorema geometrico m' ha insegnato, che la presente costituzione di cose è regolata da un congruo temperamento: e questa proposizione fondamentale è tanto certa, quanto è certa la Geometria. Giacchè il punto è di sommo momento e per ciò, che ho detto, e per ciò, che farò per dire;

re; gioverà l'aggiugnere dimostrazione a dimostrazione. Abbiasi per tanto l'ellissi ABCD, (Fig. 2.) *nel cui vano s'intendano descritte innumerabili curve simili, una delle quali sia* EFGH. *Prendo fra gli assi maggiore* AC, *e minore* BD *una media proporzionale* = ac, *intorno cui siccome diametro sia descritto il circolo* abcd; *e quante ellissi si sono delineate nella principale, altrettanto si moltiplichino i cerchj, uno de' quali sia* efgh, *salva sempre fra le aje analoghe* EFGH, efgh *l'egualità. Essendo dunque le due zone esteriori fra loro eguali, facciasi, che adempiuta questa condizione, vadansi all' infinito successivamente stringendo. Se fosse possibile, ch'esse fascie ridotte nelle lor larghezze* AE, *ne ai punti indivisibili passassero dallo stato di superfizie a quello di semplici linee, e coincidessero, l'una col perimetro ellittico, e l'altra col circolare, ne seguirebbe, che degenerando due zone per la costruzione uguali in due curve altresì eguali, perchè l'eguale dall' eguale sempre si sottra, gli spazj ugnali dell' ellissi, e del cerchio sarebbero compresi da ambiti eguali: lo che è un massimo assurdo; conciossiachè il circolo fra le figure isoperimetre non sarebbe la più capace. Per la qual cosa importando contraddizione, che la materia poggi all' infinito supremo, o discenda all' ultimo infinitesimo, di bel nuovo si conchiuda, che la materia dovea prodursi, e sussistere una determinata mole, e sotto uno speziale partimento.*

ANNOTAZIONE SECONDA.

Sul cominciamento delle mie ricerche è uscito in campo prima d'ogni altro il gran principio dell' indifferenza, che domina in tutte le cose, le quali ammettendo il più, ed il meno, sono comprese sotto l'idea generale della quantità o discreta, o continua. Ciò, che nelle cose risiede, e da loro l'essere, e le proprietà, che l'essere accompagnano, è sempre mai un attributo reale, e positivo; imperciocchè gli aggiunti o privativi, o negativi nascono dalla imperfezione della mente umana, la quale non penetrando bene spesso nell' interno del subbietto ha bisogno di tai nozioni, che non sono principj di Natura, ma di metodo, e di dimostrazione. Non si creda dunque, che l' indifferenza sia un non so che di reale, mentre vuole riporsi fra le privazioni; e non dee concepirsi se non se per una mancanza, che in qualche cosa ci ravvisa il nostro intelletto, o meglio per un requisito, che non c'è, ma ci potrebb' essere. Attesa la qual mancanza, che in moltissimi casi manifestamente ci si palesa, o non si genera effetto di sorta, o si produce talmente determinato, che esclude tutti gli altri della medesima spezie.

E perchè certe idee lavorate a fior d'ingegno meglio si capiscono cogli esempj chiari, che colle sottili spiegazioni, io m' immagino un corpo costituito in perfetta quiete, e dico, che da se medesimo non comincerà mai a muoversi. Non potendo esso camminare nel tempo medesimo con differenti, e con contrarie velocità, e direzioni, evidentemente conosco essere necessaria una azione esterna, ch' entrambe le dette affezioni precisamente determini: altrimenti sin a tanto che il mobile se ne sta in riposo, è patente, che manca il requisito della forza straniera capace di procreare l'effetto. Per la qual cosa se il corpo è fer-

è fermo, persevererà eternamente nel suo stato, senza che mai giunga a muovere il primo passo.

Spogliato una volta il mobile della sua quiete, e messo in movimento, mi si affaccia un' altra sorta d' indifferenza, dalla quale imparo, che il solido non devierà mai dalla linea retta, per cui ha cominciato a progredire, ne patirà mai alterazione alcuna nel grado della celerità ad esso dall' agente estrinseco comunicata. La ragione si è, perchè in infinite maniere può farsi la mutazione, le quali essendo del pari privilegiate, che l' una piuttosto che l' altra si elegga nol consente l' indifferenza. Questa si dà mano con una proprietà passiva della materia, cui s' è imposto il nome d' inerzia, o di ripugnanza a qualunque cangiamento di stato. E' totalmente impossibile, che una massa inerte da se stessa si disponga a mutare la costituzione, in cui si ritrova, o di quiete, o di moto, siccome quella, che conserva in se medesima la sua innata ritrosia a qualsisia variazione.

Alle volte siamo in circostanze tali, che un solo effetto necessariamente si genera, e ciò in virtù della indifferenza. Eccone un esempio. Sia la sfera A *stimolata da' due pari impulsi a camminare giusto le direzioni* AB, AC (Fig. 3.) *con velocità eguali. E' facile ad indovinare cos' abbia a succedere; conciossiachè ripugnando, che un solo mobile batta nel tempo stesso le due diverse strade* AB, AC, *e sia presente a due luoghi, dovrà innoltrarsi per un sentiero di mezzo, cioè per la retta* AD, *dividente l' angolo* BAC *in due parti uguali; mercè che l' indifferenza non permette, ch' esso più alla linea* AB, *che alla* AC *si avvicini. Dal nostro principio derivano gli assiomi fondamentali, ai quali si appoggiano le scienze. La Meccanica assume, che due pesi ugnali collocati in egual distanza dal fulcro in una stadera stanno equilibrati; e la Catottrica, che un raggio, il quale investe uno specchio a piombo, si riflette per la medesima normal direzione. Così vadasi divisando, e rare fiate interverrà che l'ultima analisi d' una verità dimostrata non termini nell' indifferenza.*

ANNOTAZIONE TERZA.

L' impareggiabile Leibnizio co' suoi seguaci an fatto valere il famoso principio della ragion sufficiente, il quale sin a tanto che cammina di concerto col già proposto dell' indifferenza, io non ho che ridire. Parmi però, che sia stato portato troppo avanti, massime nelle conseguenze, che se ne sono dedotte; onde conviene, per non andar di traverso, ristrignerlo fra i suoi giusti confini. Appunto in moltissimi incontri, e ne ho recati gli esempj, la indifferenza signoreggia in guisa, che esclude qualsivoglia escogitabile ragion sufficiente. Su questo punto si è disputato gagliardamente tra il citato Autore, ed il Signor Clarke; ed io senza entrare ne' litigj altrui piglio la cosa per un altro verso, e dico.

O la ragion sufficiente, la quale si pretende, che da per tutto predomini, stà dalla parte dell' effetto, o da quella della cagione. Quanto al primo capo un' aperta contraddizione mi si presenta; conciossiachè, a cagion d' esempio, la materia inerte è indifferentissima a qualunque cangiamento di stato, ne per quanto sforzo di mente io mi faccia, so immaginarmi un motivo intrinseco,

per

per cui essa, ripugnando del pari, e condescendendo a ciascuna mutazione, affetti l'una piuttosto, che l'altra fra le innumerevoli, che le possono essere addossate. E se così è, la ragione bastante non è obbiettiva, e non risiede nel soggetto fornito d'una pienissima indifferenza, ma bensì nell'agente, da cui procede l'effetto. Se la causa è necessaria, la cosa è abbastanza determinata, almeno in via d'ipotesi. e supposta la debita applicazione. Se poi l'agente è libero, ed il suo potere ad una sola azione non si ristrigne, spessissimo accaderà, che in vano si cerchi la ragion sufficiente, per cui ad operar si disponga: se pure non s'abbia per tale un atto arbitrario di volontà, che delibera di far qualche cosa per non far nulla.

Certamente IDDIO OTTIMO MASSIMO *colla sua infinita libertà ha tolta di mezzo l'infinita indifferenza delle creature possibili, che considerate in se stesse aveano un pari diritto per passare dal non essere all'essere, ma che per muovere il gran salto doveano aspettare il divino comando. E quì chiedo agli Avversarj, perchè Dio abbia prescelto il nostro Mondo, e posposti ad esso altri innumerabili, ed anco assai più perfetti; perchè non l'ha creato o prima, o poi, onde sia corso fino al giorno d'oggi un maggior, o minor numero di generazioni; perchè l'ha situato dove presentemente si trova? Non poteva Egli con una mezza gira volta della gran macchina far sì, che, senza sconcertare nè molto, nè poco il Sistema, i corpi celesti, che camminano da Occidente verso Oriente, andassero al rovescio? Di cotali eventi, e d'altri infiniti di simil fatta, non si allegherà mai qualunque ragion sufficiente fuori del supremo beneplacito, che sta per ogni ragione.*

Mi si dirà, che in qualsivoglia caso c'è il suo motivo urgente di scelta, benchè al nostro corto intendimento, per lo più non apparisca. In tal guisa ad un principio chiaramente conosciuto se ne sostituisce un altro affatto ignoto, e di nessun uso; viene a dire una positiva ragione determinante innestata nell'effetto da prodursi in vece della negativa, che non è diversa dalla totale indifferenza, e che come si è provato, nel soggetto o reale, o possibile unicamente risiede. Per la qual cosa si lega il Creatore coi vincoli d'una fatale necessità; imperciocchè nelle sue deliberazioni, e nel suo modo di operare, in cambio di prefiggere le regole alle Creature, da esso loro debbe riceverle. Appresso io non mi sarei aspettata questa risposta da que' Leibniziani, che sono stati costretti dal buon senso a confessare la possibilità degl'indiscernevoli. Se non ripugna, che si mettano in essere due stille d'acqua tanto similissime, che l'una dall'altra non possa discernersi, qual motivo si addurrà, per cui l'una piuttosto, che l'altra siasi dal sommo Facitore creata?

Quinci non mi quadra la sentenza del Leibinizio appoggiata alla ragione sufficiente, che dalle Mani di Dio dovea necessariamente uscire un Mondo perfettissimo; e che tale sia il nostro, in cui ci troviam collocati. Avrebbe dunque ad essere immenso, eterno, non solo senza superiore, ma senza pari, non regolato da una congrua participazione, ed in somma fornito di quegli attributi, e di que' requisiti, che quando si addossano alle cose quante, vanno a finire, come ho dimostrato, in una geometrica contraddizione. Dove le sostanze, e tali sono le create, ammettono di

sua natura il più, ed il meno, ivi non ha luogo l' ottimo assoluto. Dio non sarebbe più Dio, se potesse far l' impossibile, importando ciò la massima di tutte le imperfezioni. Non si creda dunque, ch' Egli per soverchia delicatezza si sia astenuto dal prescegliere liberamente fra tutti i possibili il presente Universo; perchè col produrre il Mondo perfettissimo non potea creare un' altra Divinità.

CAPITOLO SECONDO.

Per formare un Sistema corporeo alla materia debbe accoppiarsi la forza.

I.

CErte idee semplici rappresentanti gli obbietti, che sono fuori di noi, assai meglio s'imprimono nelle menti altrui coi comunali vocaboli, che colle studiate diffinizioni. Ognuno sa cosa è forza; e quasi che fosse un misterio, è stata messa dai Matematici, e dai Fisici sotto tanti differenti aspetti, e tal volta contrarj, che non se ne cava costrutto; e sono nate moltissime equivocazioni, per cui sulle verità capitali tutt' ora ostinatamente si disputa. Per anco non van d' accordo, se diasi forza viva in Natura, e molto meno qualmente abbia a misurarsi; non essendo ai giorni nostri sopita intieramente la lite fra i seguaci del Cartesio, e del Leibinizio. Per me penso, che il disordine provenga dal non essersi ben istabiliti i fondamentali principj, dal non aver discussi, quanto basta, i fenomeni col dedurne le legittime conseguenze; e sopra ogni altra cosa dal non prendersi la cura di separare accuratamente i nostri mentali concepimenti, che sono giovevoli in via di metodo, dalle germane, e reali operazioni della Natura. Per la qual cosa le primitive nozioni, in vece di rischiararsi, si offuscono.

Egli è certissimo, che la materia inerte a varie mutazioni di stato perpetuamente soggiace. O ciò facciasi, passando un corpo dalla quiete al moto, o al rovescio, ovvero accelerandosi, e ritardandosi, o pure perchè, secondo le circostanze, cangi figura, e si ammacchi, e si costipi, e si rarefaccia, e talvolta si scheggi, e si spezzi: tutti questi effetti fisici, ed analoghi da cause fisiche simili infallibilmente traggono la loro origine. Anzi si osservi, che la medesima cagione non è limitata ad un solo effetto, e che si adopera a produrne ora l'uno, ed ora l'altro de' sopra menzionati, conforme la diversa disposizione, in cui si rinvengono le masse pazienti. Si noti di più, che la stessa causa soventemente non consuma tutto il suo vigore, e parte in se ne ritiene, che bene spesso in qualche particolar effetto unicamente s'impiega, e che tal fiata si divide, ed in molti partitamente si spende. E se così è, abbiamo in Natura una vera

cagione, ed un principio generale, che dà regola a qualsivoglia cangiamento di stato. Chi mi vieta dunque di contrassegnarlo col nome arbitrario di forza, esponente un subbietto, la di cui possibilità non si può mettere in dubbio, perchè di fatto, e realmente sussiste, ed intorno cui non si può equivocare nel ben concepirlo, avvegnachè ce lo pongono anzi gli occhj le quotidiane sperienze? E se mi prendessi la briga di definire la forza, che abbastanza senz' altro giro di parole s' intende, direi, ch'essa è una facoltà, che muta attualmente lo stato de' corpi, o almanco è capace di mutarlo.

Siamo pervenuti ad una precisa, ed incontrastabile diffinizione, che non soggiace ad ambiguità, e per cui non si corre rischio di pigliare una cosa per l' altra, nè di confondere l'una coll' altra le idee. In essa rilucono alcune proprietà di conseguenza; imperciocchè senz' azione, o reazione non ci ha variamento di stato, ne questo va mai disgiunto dal moto, in cui vuol far le sue parti l' inerzia, e nel quale si ravvisa di botto spazio, velocità, e tempo. Ma non abbiamo ancora in virtù dell' originale nozione tanto alle mani per conoscere, come tali particolarità colla forza si accoppino, e da che regole prendano norma. Riservo a suo luogo la discussione; ed intanto lascio, che i Fisico-Matematici seguitino ad agitar con calore le invecchiate controversie.

II.

Dal primitivo concetto, che intorno la forza mi son formato, cavo alquante certissime illazioni. E primieramente non si vuol annoverare la forza tra gli attributi essenziali della materia, la quale può restarne affato spogliata, e ridursi alla costituzione di perfetta quiete, e tuttavia persistere nell' esser suo, non rimanendo nè punto, nè poco pregiudicata nelle sue originali proprietà. Ed in fatti chi concepe la cosa diversamente, come Stratone, ed Epicuro, dee dire, che un corpo nudo di forza non può sussistere, e che col toglierla in un medesimo tratto si annienta l' estensione, l' impenetrabilità, e l' inerzia: lo che è un manifesto assurdo, non essendoci ripugnanza, che una massa solida, e non penetrabile si conservi, e mantenga i suoi passivi attributi posta o in movimento, o in riposo.

Arroge, che un dato corpo non è sempre animato dallo stesso grado di forza, ed ora secondo le occorrenze ne acquista, ed ora ne perde. In questo mentre le affezioni inseparabili dall' essenza non ammettono variazione, ed una determinata quantità di materia è sempre mai fornita o stia ferma, o si muova, della stessa stessissima ripugnanza a cangiare stato. Adunque, se la forza foss' essenzialmente legata colla trina dimensione inerte, quella porzione, che in una particolar massa risiede, e vi s' incorpora, si manterrebbe illesa in qualunque incontro, nè potrebbe aumentarsi, o diminuirsi.

Ben è vero, che, se la materia fosse onninamente incapace di alloggiare nel suo seno la forza, non sarebbe più materia; e conseguente-

men-

mente verrebbe ad annichilarsi, siccome svestita d' inerzia proporzionale alla massa, con cui essenzialmente si copula. A che servirebbe la ritrosia al cangiamento di stato radicata nell'estensione, quando si suppone, che il mutarlo sia totalmente impossibile? E' cosa chiara, che la trina dimensione non inerte si trasforma in uno spazio vuoto, ed immaginario, o piuttosto in una mera privazione nuda affatto di realità.

III.

Secondariamente, siccome non è necessario, che la materia sia corredata di forza, così egli e indispensabile, che la forza, la quale da se sola non si regge, alla materia si appoggi. E vaglia il vero, l'estensione, in quanto è modificata dalle sue tre dimensioni, e circoscritta dalle figure, è l'obbietto della Geometria: scienza, in cui si suole metter da canto tutto ciò, che c' è di fisico; ed al più nella genesi delle figure s'introduce un qualche moto ideale, in cui non si bada nè alla forza, nè all' azione. All'opposto nella Dinamica non ci è conceduto di prescindere dalla massa, che senza taccia di paragolismo non può trasandarsi, essendo la base, su cui si fonda la forza. Quinci convengono tutti i Matematici, che le forze di due corpi dotati di uguale velocità sono in ragione delle masse: la qual proposzione è facile a dimostrarsi, assunto il principio della indifferenza, per cui si sa, che pari sono le forze di due corpi eguali procedenti con eguale celerità; non essendoci motivo, che la forza dell'uno a quella dell' altro prevaglia.

Ciò non ostante, io dico in terzo luogo, che la materia non ha in se stessa virtù di forta per generare un qualsisia minimo grado di forza. Ed in fatti, se fosse fornita di tale prerogativa, ne seguirebbe, che nella sua essenza due proprietà contraddittorie si raccozzassero. Per una parte la materia non viene mai abbandonata dall' insita repugnanza a qualunque mutazione di stato, e per l' altra la forza da essa procreata, e mantenuta incessantemente s' impiegherebbe in cangiarlo; dunque si opporrebbe diametralmente all' inerzia, e fra i due attributi ci sarebbe un perpetuo contrasto,

Inoltre fra gl'innumerabili gradi di forza, che ugualmente può sostener la materia, a qual d' essi si avrebbe ad accordare la preferenza? Si tratta di passare da stato a stato, laonde ci vuole un' altra spezie di forza precedentemente innestata nel fondo della materia per assortir l'elezione; imperciocchè un effetto determinato non si produce salvo che da una causa determinata. La totale indifferenza, che non ha limiti, e che nel nostro caso pienamente signoreggia, fa sì, come si è esposto nel primo Capitolo, che nulla di forza si metta in essere, e che per questo capo il corpo si mantenga eternamente nella sua nativa pigrizia.

IV.

IV.

E ſe così è, ci vuol poco a capire, che l' indefinito necessariamente richiede d' eſſere riſtretto fra limitati confini: altrimenti neſſun effetto potrebbe mai generarſi. Coſa saria il noſtro Mondo, ſe foſſe ſoltanto un compoſto di maſſe inerti, diviſe bensì, e figurate, ma immote, e ſveſtite affatto di forza? Da eſſo ſarebbero eſcluſi i mutamenti di ſtato, le azioni, e le reazioni, le cauſe, e gl' effetti, ed in eſſo lui dominerebbe una perenne ozioſità. In tal poſitura di coſe come ſarà mai di ſe moſtra un ben concertato ſiſtema? Appreſtati i materiali, ad oggetto di compierlo, e di perfezionarlo egli è d' uopo, che un Agente eſtrinſeco, cioè Dio Ottimo Massimo di bel nuovo vi ſi adoperi, facendo uſo della ſua Sapienza, della ſua Poſſanza, e della ſua Libertà nel vincere la menzionata infinita indifferenza, e nel creare una quantità determinata di forza per addoſſarla alla materia.

Ora la materia ſteſſa, atteſe le rifleſſioni già fatte, non uſcendo dai cancelli del finito, ne ſegue, che ſarà altresì finito il cumulo di forze in ſolido, da cui è ſtata opportunamente animata, compartite dove più, e dove meno con una congrua diſtribuzione adattata all' intenzione del grand' Artefice. Eſſe forze o ſi trattengano nelle maſſe, o paſſino da corpo a corpo, ſi congiungono, e ſi ſeparano, ſi compongono, e ſi riſolvono. In ſomma dai loro varj artifizioſi combinamenti ſpunta per la maggior parte ciò, ch' è di bello, e di buono nell' economia dell' Univerſo.

E quì ſi noti, che il preſtabilito temperamento non modera ſolamente la mole, e la partigione della materia, ma ſi eſtende altresì a regolare la forza, ſerrandola fra i limiti del finito, e permettendo, che ſvaghi per gli ordini delle grandezze relativamente infinite, ed infiniteſime; e molto meno che giunga al ſommo, ed all' infimo, ſin dove ſenza contraddizione non è poſſibile, che pervenga.

V.

Conviene per tanto far un buon uſo del famoſo principio della continuità, che nelle più ſublimi dimoſtrazioni della Geometria, e della Dinamica viene a ſeſta frequentemente, ma che alla Fiſica debbe applicarſi con diſcretezza. Si tenga fermo ſino ad un certo ſegno il pronunziato, che la Natura non va di ſalto, ed io conſento, che gli Analiſti ſi vagliano dei varj generi delle fluſſioni eziandio più rimote, conforme i problemi ricercano; atteſochè la pratica m' inſegna, quanto ſia fecondo, e profittevole il metodo. Non pertanto mal ſi ſuppone di ſalvare per queſto mezzo una eſattiſſima continuità; imperocchè le poſizioni de' Matematici non vanno a finire nell' impoſſibile. Confeſſo, che i ſalti ſaranno molto menomiſſimi, ma pur ſaran ſalti. Le ſuddette differenze di qualſivoglia claſſe ſi aſſumano, ammettono ulterior diviſione; ed una rigoro-

sa continuità ricerca di camminare per una serie di passi indivisibili, cioè per punti nella quantità continua, e nella discreta per istanti di tempo, e per elementi d'una velocità, di cui non si possa concepir la minore.

Ho dimostrato essere onnninamente impossibile l'estenuare le magnitudini per fino all'individuo; e gli stessi Geometri, i quali varcano coraggiosamente oltre le regioni del finito, si fermano a mezza strada, e si appagano di quella continuità, che vien loro somministrata dalle grandezze differenziali, che eglino secondo le occorrenze maneggiano, ora d'una, ed ora d'un'altra spezie. In tal guisa nel lor progresso introducono insieme colle adequazioni una sorta di temperamento. Non altrimenti abbiam a comportarci, tenendo dietro ai lavori della Natura, ne'quali si custodisce bastantemente il canone della continuità, procedendosi bensì con passi finiti, ma impercettibili, e tali, che si confanno alla preordinata temperatura. Urtano in assurdi coloro, che adottano gli elementi onninamente minimi, ed indivisibili: e perciò non potendosi scansare in qualsisia ipotesi i picciolissimi salti, nulla rileva, qual genere di partecipazione sia stato dal sommo Facitore eletto nell'organizzare il nostro Mondo.

Il P. de Chales nella sua Statica propone un curioso quisito; se la gran mole della Terra sospesa in aria si scuota, e tremi al salto d'un appena visibile insetto? Non ci ha dubbio, che la velocità impressa al vasto globo, giusto i canoni della comunicazione del moto, sarebbe dell'ordine delle finite: ma se per avventura dovesse essere minore dell'infima dal temperamento prefissa, non si avrebbe movimento locale di traslazione, e la tenuissima azione in qualche altro effetto, sostenuto dalle particelle soggette all'urto, si consumerebbe.

Diceva il Celebre Signor Giovanni Bernoulli, che posto un mobile, il quale facesse transito da termine a termine senza toccare tutti i gradi intermedj, nello spiccare il salto procederebbe con una insuperabile ambiguità. Non c'è ragion sufficiente, per cui ad un salto in particolare, piuttosto che a qualunque altro deggia darsi la preferenza; e ad una scelta, di cui non si può addurre motivo di sorta, si oppone l'indifferenza. O cesserebbe dunque il moto, o verrebbe diretto, non si sa come, dal caso: conseguenze amendue, che portano con seco manifestissimi assurdi. Appunto giacchè, per isfuggire le geometriche invincibili ripugnanze da me allegate, si è tolta di mezzo l'indifferenza totale della materia, e della forza con un'appropiata partecipazione, hassi ad inferire, che questa, dando norma ai minimi salti, ne determina la precisa misura.

VI.

Come che la forza non sussiste solitaria, e debbe necessariamente all'estensione inerte appoggiarsi; non si creda però, ch'abbia a riporsi fra le semplici modificazioni, come le figure de'corpi. I modi sono inseparabili dal subbietto, a cui stano affissi, e se di taluno d'essi la materia si spoglia, per esempio della rotondità, un altro subito ne sottentra, ed il primo svanisce, e non fa transito da soggetto a soggetto. All'incontro le forze

forze passano da massa a massa; e se abbandonano un corpo, non si dileguano in nulla, ma mutan sede, e ad un altro si addossano. Per la qual cosa sono un non so che di reale, e della propria esistenza fornite: e siccome tali sin dal principio del Mondo Iddio le ha prodotte, e nella materia, che ne poteva star senza, con mirabile avvedutezza innestate, onde si desse compimento al premeditato sistema. Richiedeva il temperamento, che se ne creasse una determinata quantità, e che ad esse si assegnassero i limiti degli accrescimenti, e delle diminuzioni: e così fu fatto.

E se i fenomeni fisici dipendono in parte dalla materia, ed in parte dalla forza, che in generarli unitamente s'impiegano; siccome non si distrugge mai in Natura un atomo di materia, così non si annienta un qualsisia grado di forza. Ed in vero, se due forze pari scambievolmente contrastanti con direzioni contrarie, non prevalendo l' un' all' altra, al nulla si riducessero, l'energia, che prima del congresso risedeva nelle cagioni, sparirebbe, non lasciando alcun vestigio d'essere mai stata in Natura; e l'unico effetto procreato sarebbe il niente, molto inettissimo ad operare, ed a restituire in pristino la forza consunta. Qual porporzione ci può mai essere tra una vera causa, ed un effetto, che nell' atto di generarsi passo passo si annichila?

Oltre che, essendo frequentissimi i combattimenti fra le forze opposte, tratto tratto se ne distruggerebbe una notabil porzione. E perchè la materia pigra non ha in se vigore di ristorare il perduto, ne nasce di legittima conseguenza, che di giorno in giorno vassi estenuando la quantità della forza, e che nel lungo corso di secoli si rende oltre modo sensibile lo scemamento. Per la qual cosa sempre più la Natura s' illanguidisce, manca la virtù nelle azioni; ed il Mondo d'oggidì, che non è più quello de' tempi andati appoco appoco si deteriora.

Non so come possa salvarsi la patente sconvenevolezza. Si dirà forse ciò, che in altra occasione è uscito di bocca al Cavaliere Nevvton: che Dio, inteso con premura alla conservazione della sua grand' opera, di quando in quando è costretto a risarcirne i detrimenti, che Lui tollerante, in essa s'insinuano? Mi è sempre paruta stravagantissima la sentenza, per cui si professa, che una mente infinita nella prima origine delle cose o non abbia saputo, o non abbia voluto provvedere anticipatamente ai disordini, che nel giro de' tempi aveano a succedere: e che qual imperito Artefice stia perpetuamente colla mano sul suo lavoro, il quale mostrandosi a Lui contraffatto, dimanda, per così esprimermi, d' essere nel primiero stato rimesso; e che nel caso nostro gli si restituisca, per via d'una novella creazione, la forza tratto tratto negli anni addietro perduta. Non so per qual urgente ragione abbia a mettersi una eccettuazione al famoso antichissimo assioma: che naturalmente, e senza che il Sommo Facitore vi si adoperi, una qualche cosa possa risolversi in nulla; mentre essendoci un salto infinito tra l'esistere, e il non esistere, per muoverlo non ci vuol meno d'una infinita potenza.

VII.

VII.

Non mi ſarei mai immaginato, che Uomini conſumati nelle ricerche matematiche, e fiſiche peccaſſero contro il celebre aſſioma, che ſtabiliſce l'indiſpenſabile uguaglianza fra la cauſa piena, e l' effetto intiero, ſe nel riandare le loro ſpecolazioni non mi foſſi accorto, che ſe ne rinvengono pur troppo frequenti gli eſempj. Non ſi ſuole dubitar già dell' evidenza del pronunziato, che anzi ſpeſſiſſimo ſi adopra, ſi inculca, e ſi aſſume per fondamento di moltiſſime dimoſtrazioni: ma tal volta interviene, che nel fervore de' raziocinj non ci ſi badi, e ſi decida francamente ſenza porre ſtudio, ſe le conſeguenze dedotte col menzionato principio vadan d'accordo. Non ſo darmi pace, che, meſſa in non calere la filoſofica ingenuità, l'amor di parte, e l'oſtinazione di ſoſtenere una ſentenza da cui ſi fa dipendere il decoro d'una nazione, travolga gl'intelletti umani per guiſa, che non ci ha paradoſſo, che non ſi adotti, ne ſtravaganza, che non ſi pigli a difendere. Per isfuggire i paralogiſmi non abbiamo miglior criterio, quanto di mettere a confronto la cauſa, e l'effetto, oſſervando attentamente, ſe la noſtra ſpiegazione ne mantien ſalda la giuſta corriſpondenza; imperciocchè ſe in conto alcuno la perturba, e la ſconvoglie, ſiamo ſicuri d' eſſerci bruttamente ingannati, e dobbiam dar di penna al giro de' noſtri diſcorſi, quantunque ci coſtino tempo, e fatica. E di quella ſteſſa circoſpezione, di cui ſi fa uſo nell'eſaminare i noſtri diviſamenti, che ſiccome parti delle noſtre menti pur troppo ſi prediligono, abbiam a ſervirci nel giudicare diſcretamente delle ſentenze altrui.

Piglio a conſiderare una proprietà paſſiva della materia, e ſia queſta l'inerzia, che opponendoſi a qualunque mutazione di ſtato, atteſa la ſua totale indifferenza, non può determinarſi a cangiarlo, ſe non ſe a miſura dell'azione, che vi s'impiega. Ora nell'azione ſta certamente la cauſa, perchè ſenza di eſſa nulla di nuovo ſi produrrebbe in Natura, e nel mutamento di ſtato ſi ravviſa l'effetto prodotto, proporzionato per una parte al vigor dell'agente, e per l'altra alla ritroſia del paziente; dunque, dovendoſi neceſſariamente commenſurare il determinato col determinante, tra la cagione, e l'effetto ci dee paſſare una ſtrettiſſima egualità. Il noſtro aſſioma preſcrive le regole inviolabili alle operazioni della Natura, che della ſua coſtanza non ſi dimentica; e va del pari coll'altro aſſunto dai Geometri, che il tutto alle ſue parti preſe inſieme perfettamente s'agguaglia.

Tutto ciò, che ſi ammira nel preſente ſiſtema di coſe e per l' artifizio, e per la varietà, dipende unicamente dal mutuo commercio tra corpi, e corpi; mentre la forza, che in alcuni riſiede, agli altri ſi partecipa, e quanto per un verſo ſi perde, tanto per l'altro ſi acquiſta. Quì parlo ſolamente di que' fenomoni, ne' quali ha luogo la materia, e la forza E queſto tranſito da maſſa a maſſa dee farſi con leggi ferme, ed immutabili; avvegnachè qualunque volta un corpo fornito d'un dato grado di forza è in azione, ed in circoſtanze tali, ch' abbia a ſpogliarſene

ne o in tutto, o in parte, ai corpi vicini distribuendola, egli è certo, che compiuta l'operazione, o nell'atto stesso di operare, le forze parziali saranno precisamente uguali alla totale, e primitiva. E nulla importa o che se ne conservi una qualche porzione nella causa agente, o si spenda intieramente in un solo effetto, ovvero in molti si divida; perchè dee sempre verificarsi, che l'aggregato delle forze comunicate, compresa talor la residua, non superi la forza primigenia, ne da essa sia superato. Quando altrimenti fosse, quel di più, che nell' effetto si rinvenisse, o dovrebbe derivarsi altronde, lo che è contro l'ipotesi, o di bel nuovo si produrrebbe; ed allora dal niente una qualche cosa verrebbe a nascere. Similmente se dopo l'azione si trovasse minor quantità di forza di quella, che c' era da principio, una parte ne sarebbe perita, e risolta in nulla.

Ed ecco come le prime verità si porgono amichevolmente la mano. Che ci sia disuguaglianza fra la cagione, e l'effetto, nol consente l'assioma, che del nulla non si fa qualche cosa, e che una qualche cosa in nulla non torna; e nol tollera altresì il principio della indifferenza. Sono infinite le proporzioni di maggiore, e di minore inegualità, che tutte anno una pari giurisdizione di fare la lor comparsa. Ora fra tante quale negl'incontri speziali abbia dalla Natura a prescegliersi, in nessuna maniera può stabilirsi; perchè non si saprebbe dare all'una piuttosto, che all' altra la preminenza. La perfetta uguaglianza si è l' unica, che toglie di mezzo l' indifferenza, e posta la causa, determina l'effetto, ovvero, dato l'effetto, ci somministra la precisa misura della cagione.

Per le quali cose non si dia orecchio ai Signori Mairan, e Martini, i quali formatisi in mente un concetto falso delle potenze equipollenti, veggendo, che nella composizione c'è più causa, ch'effetto, e nella risoluzione più effetto, che causa, anno con franchezza deciso, non importare, che in tali casi si verifichi il nostro assioma: eccettuazione oltre modo assurda, che apre le porte ad un ridicolo Pirronismo. Sapevano cos'aveva a concludersi? Che non potendosi conciliare colle loro teoriche l'evidentissimo pronunziato, doveano deporre gli inveterati pregiudizj. Ne tampoco si ascoltino coloro, che ad un effetto reale assegnano una causa immaginaria, ad esso per nissun titolo proporzionata, e fanno spuntare i fenomeni fisici dagl' ideali concepimenti. Altri poi, ignorando da qual fonte scaturiscan le azioni uguali ai cangiamenti di stato, e come si misurino, sono stati obbligati ora ad accrescerle, ora a diminuirle, ora ad annientarle conforme le occorrenze; ed in somma ad accomodarle alle lor prevenzioni, mal lusingandosi in tal guisa di mantenere indenne il generale assioma. Ed in questo errore, come farò vedere a suo luogo, sono inciampati i Cartesiani, i quali estimano le azioni dalle potenze moltiplicate nel tempo, e gli effetti dalle quantità del movimento.

VIII.

VIII.

Alla dignità, di cui ho fatto parola, un'altra ne sostituisce il Cavalier Nevvton, la quale pare, che colle sue attrazioni, e repulsioni meglio si accordi; ed è, che l' azione è sempre uguale, e contraria alla reazione. Questa legge, da lui promulgata sul bel principio della sua grand'Opera, si espone anco nella seguente maniera. Le mutue azioni fra due corpi sono sempre uguali, e si diriggono in parti contrarie. Di questo canone an avuto sentore gli antichi Filosofanti, i quali solevano dire, che *omne agens agendo repatitur*, e che *agens tantum agit, quantum patitur*. Sono stato lunga pezza perplesso, qual profitto possa trarre la Fisica dal premesso assioma: e giacchè maneggiandolo da molti lati mi son accorto, che non va esente dall' equivocazione, e che tal fiata se ne fa abuso, spezialmente nelle Scuole Cartesiana, e Nevvtoniana, ho preso il partito non già di totalmente escluderlo, ma piuttosto di ridurlo a dovere, e rinserrarlo fra suoi giusti confini. Abbiasi continuamente in vista la necessaria uguaglianza fra le cagioni generanti, e gli effetti generati: legge di Natura inalterabile per ogni titolo, e che non ammette eccettuazione. Questa dia norma al menzionato principio delle azioni, e delle reazioni; e stiamo sempre in guardia, se amendue si accordano, e camminano di concerto. Quando scambievolmente si contrastano, sia stabilito, che il secondo al primo dee cedere la preminenza; imperocchè o si prende sbaglio nel misurare le azioni, e le reazioni o mal si conoscono le vere cagioni, e gli effetti corrispondenti. Obbliato un tal importante documento daremo di petto ne'paralogismi, e negli assurdi.

Una data azione s'impieghi a mutare lo stato d'un corpo, facendolo passare dalla quiete ad un grado determinato di movimento; non ci ha dubbio, che per rimetterlo nella sua primiera costituzione ci si richiede una reazione uguale, e contraria. Quì abbiamo due effetti opposti bensì, ma precisamente uguali; mercè che tanto ci vuole, acciocchè il corpo passi dalla quiete al moto, quanto dal movimento al riposo. E l' inerzia si oppone con pari ritrosia all' uno, e all' altro cangiamento di stato. Per la qual cosa le cause in senso contrario operanti deggiono esser fornite di eguale efficacia; altrimenti non si pareggerebbero gli effetti prodotti. In tal ipotesi i due canoni fra loro convengono, o per dir meglio in un solo si uniscono.

Appresso abbiasi una funicella di minima massa, ma di virtù elastica fornita, e gagliardamente stirata, la quale nelle sue estremità sia raccomandata a due palle della stessa materia, e di differente grandezza. Impedito da due ostacoli inammovibili l'accostamento d'ambo le sfere, onde la corda non possa accorciarsi, essa consumerà inutilmente il suo vigore in semplici nisi eguali, e contrarj, senza che segua qualsisia mutazione di stato. Ogni fibra farà forza per ristrignersi, ma nol permetteranno le contigue, che vi si oppongono con pari conati; e di conseguenza amendue i globi saranno egualmente stimolati, e dal loro canto contrasteranno con una pari resistenza. Se in questo senso si preten-

 de,

de, che ci corra la professata uguaglianza fra le azioni, e le reazioni, io dirò, che l'ambiguità dell'espressione, e del concepimento ci farà andar di traverso. Conciossiachè collo stesso nome si contrassegna tanto la pura potenza, che si esercita solamente nello sfiancare, o nel premere, quanto la potenza medesima messa in libertà, e successivamente operante. E pure ci ha un gran divario fra i nisi, qual ora persistono invariati, ed oziosi, e non producono effetto, e quando svolgendosi accompagnano il mobile, e succede la mutazione di stato; imperocchè le due posizioni sono regolate da leggi onninamente diverse.

Non è dunque maraviglia, che dalla menzionata confusione dei vocaboli, che inavvedutamente si è tirata dietro quella delle idee originali, sians dedotte delle false conclusioni. Nei conati, che scambievolmente l'un contra l'altro si sostengono, e si equilibrano, le azioni sono eguali, ed opposte alle reazioni; e fin quì non ho che ridire, mentre i mutui sfiancamenti si voglian chiamare azioni, e reazioni, avvegnachè io non litigo sul significato delle voci. Cosa poi s' inferisce? Si professa, che ogni qual volta, levati gl' impedimenti, la cordicella elastica ricupera la sua natural dimensione, e trae in consenso le palle ad essa raccomandate, vaglia l' esposto principio; e dall' egualità delle potenze abbia a desumersi quella delle forze alle dette masse comunicate. Ed in fatti ci vuol poco a dimostrare, che, compiuta l' azione, ad ambo le sfere una pari quantità di moto nel tempo stesso s' imprime, la quale di conseguenza mal si reputa essere la vera misura della forza partecipata dall' aggregato delle azioni.

IX.

L'origine dell' inganno nasce da ciò, che l' assunto principio da se solo non regge, e che non bisogna scordarsene un altro, che ci ha la sua parte, e che non si può negligere, senza turbare la necessaria corrispondenza fra le cagioni, e gli effetti. Una forza qualunque collocata tra due corpi ivi esercita maggiore l'azione, dove incontra minore la resistenza. E questo pronunziato familiare ai Meccanici viene comprovato dalle sperienze note per fino agli Artefici manuali, e spezialmente a coloro, che lavorano gli oriuoli a molla. Ciò posto, apertamente ripugna, che dalla contrazione della fune le due masse disuguali acquistino forze uguali; mentre non sono pari le resistenze, e non è pari dall' una, e dall' altra parte l' inerzia, che si oppone al doppio cangiamento di stato. Per la qual cosa dalle quantità eguali del movimento mal si deriva l' egualità delle forze alle mutazioni dello stato proporzionali. Segnato nella corda il centro di gravità, che la divide in ragione reciproca delle masse annesse, si rifletta, che nell' atto della restituzione esso centro se ne sta immoto, come se con un chiodo fosse fermato. Non esercitando dunque fra loro alcun commercio i due segmenti seperati da un punto immobile, ne segue, che il minore impieghi i suoi sforzi contro il globo più grande, ed il maggiore contro il più picciolo. Ora essendo composta la nostra molla d'innumerevoli fibrelle uguali, ed ugualmente stirate, egli è manifesto, che

ognu-

ognuna di esse eserciterà un pari niso per corrugarsi, e che conseguentemente i conati in solido operanti, massime in tempi eguali, saranno come i numeri delle fibre, o come le lunghezze delle due porzioni, nelle quali dal centro delle masse la funicella si comparte; viene a dire in qualsivoglia proporzione, che ci piace d' eleggere. Se dunque i due segmenti forniti di differente vigoria, in ragione della moltitudine delle fibre elementari, che in se contengono, nell' atto di rannicchiarsi partecipano alle due palle una pari quantità di moto, cioè a detta degli Avversarj una pari forza, ne segue, che se alle disuguali cause agenti corrispondono effetti eguali, non si mantiene la debita analogia fra le cagioni, e gli effetti: e che per conservare illeso questo inviolabil principio dee ripudiarsi l' altro, che stabilisce nel caso in quistione l' uguaglianza tra le azioni, e le reazioni.

Proccuriamo di ridurre la cosa a dovere. La forza totale dell' elastro, come sopra in due parti disgiunto, si divide in maniera, che a ciascun segmento ne tocca una porzione proporzionata alla sua lunghezza. Chiamati essi segmenti S, s, queste spezie ci esporranno nel tempo stesso e le forze, di cui son guarniti, e le mutazioni di stato sofferte dalle due sfere; facendo le prime figura di cause, e le seconde di effetti. Intanto io non ravviso ne' corpi mossi se non se massa, e velocità; e di sopra ho provato, che i predetti due elementi insieme moltiplicati non pareggiano le forze agenti: dunque i cangiamenti di stato deggiono altrimenti esprimersi, cioè per i prodotti delle masse semplici m, M, che sussistono invariate, e d' una qualche funzione delle velocità variabili, per esempio U^n, u^n da determinarsi in progresso. Quinci avremo l' analogia $S : s :: mU^n : Mu^n$. Ma $mU = Mu$, stante l' uguaglianza fra le quantità del moto; dunque $S : s :: U^{n-1} : u^{n-1}$. E giacchè le porzioni dell' elastro nel tempo medesimo si accorciano per ispazj proporzionali alle dimensioni, in cui attualmente si ritrovano, o sia alle lor naturali lunghezze, si cavi la conseguenza, che le velocità crescenti, e finali si mantengono sempre nell' istessa ragione. Dunque $S : s :: U : u :: U^{n-1} : u^{n-1}$: il qual analogismo non può verificarsi, se l' esponente n non si fa uguale al binario, giusto la sentenza del Leibinizio. Di fatto posto secondo l' opinione de' Cartesiani $n = 1$, e $n-1 = 0$, ambo le velocità U, u, ed amendue i seguenti S, s ci verrebbero espressi per l' unità: lo che è contro l' ipotesi; e non può aver luogo suor che nell' unico caso, che sieno uguali le masse m, M, e che il centro di gravità tagli per metà la funicella.

Urtiamo pertanto in un' aritmetica insanabile contraddizione, qualunque volta i cangiamenti di stato nelle due palle, derivati dalla contrazion della molla, non si misurano dalle masse nelle velocità duplicate. E quì si noti in via di corollario, che conficcato un chiovo in qualsisia punto della corda, e mutate a piacimento le grandezze delle sfere, accaderà sempre mai, che ad esse, terminata la doppia azione in tempi diversi, si comunichi una pari somma di forze computate alla Leibiniziana, la quale si può esporre per la longitudine invariabile dell' elastro

ridotto alla sua naturale costituzione. Quind' inferisco, che in ogni altra supposizione mal si pretende di tener salda l'esattissima corrispondenza, che debbe indubitatamente passare fra la cagione, e l'effetto. Pongo da canto gli altri corollarj, essendosi per ora intorno ciò ragionato a bastante.

ANNOTAZIONE PRIMA.

Mi è convenuto, per isgombrare gli equivoci, proporre una sincera, ed incontrastabile definizione della forza in genere, e mi ci sono adoperato nella seguente maniera. Osservava, che molto frequentissime sono in Natura le mutazioni di stato, quando i corpi passano dalla quiete al moto, e dal minor moto al maggiore, ovvero al contrario. E se ci ha l'effetto, egli è necessario, che non solo sia possibile, ma che in fatto esista la cagione agente, che lo produce. Ora non mi può venir contrastato, che ad una tal causa operativa io dia il nome comunemente usato di forza, e la diffinisca per una facoltà atta nata a cangiare lo stato della materia inerte, qualunque volta non impedita si mette in azione.

Io non ammetto per belle, e per buone altre definizioni, se non se le lavorate su questo modello: viene a dire, che prima bene accertando la precisa significazione del vocabolo, nella cosa indicata chiaramente si ravvisi l'attuale esistenza, o almeno una palese nota di possibilità. Mancando l'importantissimo requisito, il tutto si mesce, e confonde; l'idee, che in noi si svegliano, sono torbide, ed oscure; e tal fiata senz' accorgersene se ne raccozzano insieme di repugnanti. Per la qual cosa, formandosi gli Uomini in testa dello stesso subbietto concepimenti disparatissimi, non ponno mai convenire nelle deduzioni; e dureranno eterne, ed ostinate le dispute, sinatanto che le definizioni, basi de' nostri raziocinj a miglior forma non si riducono.

Lascio a' Laici la briga di diffinire per via di generi, e di differenze, concioffiachè, sebbene non è sovente inutile il poggiare, e il discendere per la scala de' gradi metafisici, bisogna però confessare, che per lo più ci sono ignoti il genere prossimo, e l'immediata ultima differenza. Sia l'Uomo un animal ragionevole: definizione celebre, e reputata esattissima, che a tutte le altre serve di esempio, e di canone; ne segue per ciò, che se Dio legasse a' corpi dai nostri differentemente organizzati degli spiriti intelligenti, e liberi d'un ordine diverso, fossero costoro per esser veri Uomini? Appresso le bestie in tante spezie divise sono tutte comprese sotto il concetto d'animali irragionevoli. Per questo una mosca sarà forse un Elefante? Un altra sorta di definizioni suol esser familiare ai Peripatetici, e procede per i quattro generi delle cause efficiente, materiale, formale, e finale, alle quali i Platonici ci aggiungono l'esemplare. Ma tanto è lontano, che sì fatte magistrali descrizioni possano servir di principj, quanto che contengono in compendio le capitali proprietà del subbietto, di cui si è preso a ragionare. Fa d'uopo d'averne ben penetrato il midollo, onde si possa esporre altrui epilogato in poche parole ciò, che ci ha di più essenziale nella proposta materia, e si racchiuda, per così esprimermi, in una noce l'Iliade.

Del.[e]

Dell' addotto canone mi sono accorto nel riflettere attentamente sul rigoroso progresso de' Geometri, i quali marcano sempre mai le lor accurate diffinizioni di nome coll' impronta d'una evidentissima possibilità. Euclide nel principio del libro decimo de' suoi elementi avendo a proporre una spezie di paradosso, cioè che si danno due quantità, che non ammettono comun misura; e che possiamo assumere un elemento, quanto si voglia minimo, ed impercettibile, che non giugnerà mai a misurarle precisamente amendue; si fece prima a dimostrare questa sublime verità contraria al senso comune, e superiore ad ogni esperienza, e poscia alle predette magnitudini impose il nome, appellandole asimetre, o incommensurabili. Similmente Apollonio di Pergamo chiamò assintonti due linee, che all' infinito si vanno sempre più accostando senza mai congiugnersi, ma dopo aver provato, che son possibili, e che tali sono in qualche particolar circostanza la linea retta, e l' iperbola.

Oltre che non sogliono i Geometri moltiplicar le diffinizioni, se non se quando sono invitati a farlo dalla comparsa di nuove idee, alle quali si adattano nuovi vocaboli per agevolarne l' intelligenza. Conviene astenersi dal caricare le scienze di voci soverchie, ed inutili fuori del bisogno, e di ciò, che ricbiedon gli obbietti dei nostri divisamenti per evitare le confusioni; attesochè di rado avviene, che a segni diversi una sola cosa significata puntualmente risponda. Sarà per lo migliore, che ogni Disciplina parli il proprio linguaggio; e che bene spesso si discosti dal popolare per lo più perplesso, ed ambiguo, ma senz' affettazione, e purchè, per mostrar di sapere ciò, che non si sa, non s' introduca un idioma misteriosо, e filosofico vuoto affatto di senso. Colle regole assegnate il favellar comune vuolsi ridurre ad uso scientifico, per quanto la materia il permette; e pute di pedantismo colui, che nel suo gergo di novelle, e strane parole si vale fuori d' una espressa necessità.

Appresso la Geometria ci ammonisce, che nelle definizioni si dee procedere gradatamente; e che le più semplici, e le già note servon di scala alle più composte, che dietro l' ordine delle cose passo passo ci si affacciano, e con i canoni testè prescritti si van lavorando. A cagion d' esempio, qual idea si formerebbe in noi delle sezioni coniche, se per avanti non fosse definito il cono, il cerchio, il triangolo; e non si sapesse, che un piano può tagliare un solido, ed in più parti dividerlo? Quinci dalla varia posizione del piano nascendo, oltre i triangoli, e i circoli, tre spezie di curve precedentemente non conosciute, per via della geometria elementare se ne cercano le affezioni; indi dalle lor differenti proprietà si denominano parabole, ellissi, ed iperbole: suoni alla Grecia, e massime ai Retori non ignoti; e che dal citato Apollonio, ripudiati gli antichi, siccome troppo ristretti, più tardi alle dette figure curvilinee sono stati meglio appropriati.

ANNOTAZIONE SECONDA.

Non anderò lungi dalla presente ispezione, se mi fermerò alquanto sulle divisioni, altro principio di metodo inculcato da' Logici, intorno cui non veggio, che siano state prefisse regole stabili per ben adoprarlo. Io per me penso ch' anzi se ne sia fatto un grandissimo abuso, spezzando, o piuttosto lacerando in mem-

membri troppo minuti i subbietti, che si prendono a maneggiare, e coll' aggiugnere fuor di proposito divisioni, e suddivisioni per guisa, che discendendo essi a gradi molto remoti, parmi d'avere anzi gli occhj un arbore genealogico. Il peggio si è, che alle volte i partimenti istituiti a capriccio, e con una nociva sovrabbondanza si dimenticano per istrada, e siccome superflui in tutto il progresso dei trattati non se ne fa più parola. Il disordine è vecchio, e fu familiare agli Stoici; ed io potrei addurne alquanti recenti esempj, se non temessi di tirarmi addosso l'odio delle sette filosofiche, che tutt' ora fiorisc[o]no.

I Geometri, e gli Analisti sono assai parchi nell' uso delle divisioni, ne ci danno mano, se non se quando la natura della cosa ragionevolmente le richiede. Accade spesso, che le proprietà principali d'un obbietto nel discorrerci sopra talmente si discostino, che sotto viste affatto disparate ci venga rappresentato; e che rispetto alla nostra mente in più obbietti si separi, i quali non possono insieme copularsi, ne restare abbracciati salvo che da un concepimento oltre modo astratto, e generale da cui non si sanno dedurre le verità di maggior momento, e più lontane dai primi principj. In tal caso chi non si arresta per istrada, dee valersi d'una necessaria divisione, accoppiandoci nel tempo stesso le congrue diffinizioni; indi passar oltre a contemplar il soggetto nelle sue membra opportunamente distinto, notandone con accuratezza fra parte, e parte le convenienze, e le discrepanze.

Un meschino concetto si formerebbe l'Analista della innumerabile famiglia delle linee curve, mentre soltanto dalle rette le separasse. Ma quando riflette, che dal vario genere delle locali equazioni nascono le geometriche, le trascendenti, l'esponenziali d'indole onninamente diversa, viene ammonito a distribuirle nelle lor classi, a rintracciarne le differenti, e talvolta opposte passioni, ed a farne uso, secondo le circostanze, nello scioglimento de' più ardui problemi. Non abbiam per tanto alla prima occhiata della immaginazione ad aprirci nuove strade, e a partirle in un labirinto di sentieri, ma bensì a calcare le più maestre, che dopo un lungo esame ci vengono additate dalla natura delle cose, e dalla retta ragione.

Di più alle due regole metodiche sin ora brevemente discusse aggiugne la Geometria alcuni evidentissimi assiomi derivati dal fondo della più pura metafisica, e dalle idee originali: per esempio, che il tutto è maggiore della sua parte; che due linee rette non chiudono spazio, e non anno un segmento comune. E finalmente termina il piccolo apparato delle sue incontrastabili supposizioni col pigliare a prestanza, come ci ha avvisati il Cavalier Nevvton, alquanti postulati dalla meccanica; fra quali, che si conceda di tirar una linea retta da punto a punto; e con un dato raggio di descrivere un circolo. Ora se le matematiche discipline surte da pochi, e semplicissimi principj, sono così fertili di sublimi impensate verità, che anno superata l'aspettazione, bramerei sapere per qual motivo le altre facoltà, giusto la loro indole, a maggior certezza, e ad un grado più alto di perfezione non possano sollevarsi? A mio parere la mancanza viene da noi, e dalla nostra impazienza; imperocchè siamo proclivi a dar corso a tutto ciò, che ci cade nella fantasia, senza far caso de' metodi, che colla lor austerità ci atterriscono.

A N-

ANNOTAZIONE TERZA.

Le nozioni del possibile, e dell'impossibile giocano per tutte le scienze; e spezialmente non deggiono porsi in non cale, quando si tratta di ben avverare le condizioni del nostro Sistema, non essendosi astenuti i Fisici più accreditati, come a suo tempo vedremo, di caricarlo di esorbitanze, e di assurdi. Ognuno sa, che l'unico criterio dell' impossibilità sono le insanabili contraddizioni. Quinci si è stabilita tra' Filosofi una massima comunemente adottata, che qualunque volta non ci si scorge una palese ripugnanza, la cosa dee riputarsi possibile senz' altra più attenta disamina. E se così dee camminar la faccenda, donde poi sono pullulate le controversie, che tutto dì s'agitano con calore, e spezialmente fra gli Scolastici, intorno il possibile, e l'impossibile? Ciò nasce indubitatamente, perchè i Dotti sogliono contentarsi di poco, e per dar corso alle loro dispute fanno la sola probabilità misura dell' uno, e dell'altro; mentre in un subbietto sì delicato non ci vuol meno d'una esatta dimostrazione.

Piglino in buona parte i discreti Lettori una mia novella, e forse non più udita proposizione: ed è, che le cose fin ora si sono prese al rovescio. Per farmi intendere io dico, che bene spesso deciderò francamente della impossibilità della cosa; atteso che ne sarò convinto da una prova in tutto rigore dimostrativa: all'incontro venendo interrogato, se la tal cosa è possibile, non ardirò alle volte, massimamente discorrendo colla dovuta circospezione, nè di negarlo, nè d'affermarlo. Il motivo si desume da ciò, che, quantunque presentemente non ci ravvisi repugnanza di sorta, può essere, che ce la vegga un giorno, o l'altro, conforme più fiate mi è accaduto; e ne ho pubblicato qualche saggio. E quando il mio fiacco intelletto non giunga mai a discernerla, non mi prometto, che un ingegno più penetrante non me la faccia toccar con mano; o almeno che la scoperta a' nostri posteri non si riservi. Su tale incertezza, piuttosto che correr rischio d'ingannarmi, non è miglior partito aspettar nuovo lume, e che frattanto il mio assenso a favore della possibilità cautamente io sospenda?

Confesso, che in sì fatte inchieste s'incontrano gravissime difficoltà, e qualche fiata quasi insuperabili. I Geometri ci anno insegnato a valersi in tali circostanze del metodo indiretto, il quale, posta la cosa, siccome vera, per via di legittime illazioni ci guida finalmente all'assurdo. Ma non per mezzo d'ogni filo di analisi si perviene a quella deduzione, che in se contiene la repugnanza; e sovente accade, che nissuna delle strade da noi battute ci conduca speditamente alla meta: anzi che le più piane, e dirette ci facciano deviare, e che le più torte, ed oblique ci sieno di fedele scorta al termine del viaggio. Tal ora la fortuna ha il suo ingegno, ma molto più si debbe alla sagacità, ed all'industria, e moltissimo all'assiduità, ed alla pazienza di aggirare la cosa per tutti i versi. Quand'anco dopo varj tentativi non ci va fatto di ottenere il divisato intento, non bisogna perdersi d'animo; imperciocchè o dobbiam replicare le ricerche, o almanco tener in bilancia i nostri giudizj.

In

In tanta perplessità non consiglio i Filosofi ad ismarrirsi nell' abisso dell' impossibile, se non se di rado, e quando sono costretti d' impugnare a difesa della verità una qualche ipotesi erronea, in cui si scorge patentemente l' assurdo, acciocchè passando da libro a libro le falsità, sempre più non si propaghino, siccome alla giornata interviene. Per la qual cosa meritano egual lode coloro, che purgano la Fisica da' vecchj errori, e quegli, che di nuove scoperte l' arricchiscono. A che pro farsi ad indagare di che prodotti siano state adornate le terre celesti, e dietro l' Ughenio, e il Fontanelle convertir in Romanzi piucchè poetici la scienza della Natura? A che profitto sconcertare da capo a fondo le leggi fisiche credute di scelta, e di congruenza, e giusto le fantasie del Burnet, e del Wiston fondare su vani supposti la teoria della Terra primitiva, chiamata sacra? C' è ancora di peggio: si presume di scandagliar il profondo della suprema Onnipotenza, e si decide francamente ciò, che Dio possa fare, o non possa, mentre non ci ha criterio, e non ci ha analogia escogitabile per averne un qualche sentore. Due principj generalissimi mi suggerisce la metafisica: l' uno, che le creature possibili, se uscissero dal seno del nulla, e fossero nel loro essere costituite, sarebbero dotate de' proprj essenziali attributi: l' altro, che tutte verrebbono comprese sotto due sommi generi, cioè di quelle, che sono, e non sanno d' essere; e di quelle, che di esistere son consapevoli. Niente di più si può mai sperar di sapere.

Ogni qual volta si attribuisce alla Natura una maniera di operare, che non le conviene, si sovverte indispensabilmente tal una delle sue leggi, e si urta in un impossibile assoluto, o almanco ipotetico ripugnante alla presente struttura. Un sagace Filosofante eviterà questi scogli col valersi del metodo geometrico, non movendo passo, se prima non si è ben assicurato, che dal combinamento de' subbietti, e delle circostanze non s' introduca una clandestina impossibilità. Sopra tutto fa d' uopo guardarsi dalle speziose verisimiglianze, che con lume falso frequentemente c' ingannano. Per camminar con piè fermo, gioverà osservare le seguenti regole.

E primieramente sappiasi, che nelle idee semplicissime l' impossibile non s' insinua. La ragione si è, perchè da un solo indivisibil concepimento non ponno germogliare due proprietà contraddittorie, che vicendevolmente si escludano. Quind' i Matematici su cotai nozioni nel loro genere originali fondano il grand' edifizio; e facendo sì, che una nasca immediatamente dall' altra, e la terza dalla seconda, e così di mano in mano gradatamente, e senza interrompimenti, ottengono, che le loro specolazioni dal possibile non si dilunghino: e per accertarsene basta dar un' occhiata alla generazione delle linee curve, che si descrivono per via di geometrica, o di meccanica costruzione, intorno le quali tante mirabili proprietà si dimostrano. Ma nello stendere le nostre primitive cognizioni sovente in qualche paralogismo s' inciampa, e per troppa fretta di ampliarle, vi si congiungono certi stranieri elementi, che mal con esse conciliandosi, si tirano dietro le contraddizioni. Gli esempj non sono rari, ed in progresso di parecchj avrò a tenere discorso.

Se

Secondariamente nella scienza della Natura per lo più non ci è conceduto di poggiare ai primi fondamentali principj. Bisogna dunque cominciare a mezzo il cammino, ed appoggiarsi ad un altro criterio. Ciò, che in fatto è, debbe non solamente reputarsi possibile, ma possibile altresì tutto ciò, che dal fatto può evidentemente dedursi. Questa irrefragabile massima ci fa scorta, e ci da un metodo nelle fisiche perquisizioni, di cui non saprei suggerire il migliore, il più cauto, ed il più sicuro. Fa di mestieri ben avverare i fenomeni, istituire delle novelle sperienze, ed iterare le antiche, dilatare la giuridizione de' nostri sensi cogli stromenti a tal disegno sagacemente inventati, non trasandare quegli elementi, che poco, o molto influiscono negli effetti; e finalmente deporre i pregiudizj, e liberarsi da cento lepide favolette, che infrascano la storia della Natura. Non si può far peggio, quant' ostinarsi a render ragione d'una falsa apparenza. Quali cause si allegheranno mai, se non se fantastiche, ed assurde?

Dopo i primi passi conviene avanzar cammino, e farsi con uno studio attento a cavare quel maggior numero di conseguenze, che il fenomeno ci somministra, e nulla di vantaggio. Siano esse prossime, vere, certe, chiaramente comprese; e, per così dire, afferrate, onde non si dia luogo alle conghietture, ed alle probabilità, per quanto ci pajano ragionevoli. Ogni particolarità estrinseca, che per inavvertenza vi s'intruda, bene spesso rompe il filo del metodo, che vuol maneggiarsi a tutto rigore. Quinci a coppia a coppia si confrontino insieme le illazioni come sopra dedotte; imperciocchè qualche nuovo lume trasparirà dai loro combinamenti, e ci si svelerà ad ora ad ora qualche inaspettata verità. Indi veggasi, se per avventura ci vien fatto di scoprire una, o più leggi, da cui la Natura pigli norma nel regolare le sue operazioni. Per ultimo, se ci riesce di applicare alle prefate leggi i computi dell' Algebra, o le costruzioni della Geometria, da una serie di verità insieme legate spunta una nuova Scienza, come a' nostri giorni è nata l' Astronomia Fisica. In altri casi, mentre l' analisi delle nostre cognizioni finisce ne' primi originali assiomi, facciasi uso del penultimo canone ad imitazione de' Geometri: e ne abbiamo gli esempj nella Meccanica, nella Statica, e nella Dinamica.

CAPITOLO TERZO.

Delle potenze, e delle azioni.

I.

STabilite a misura della mia corta intelligenza le verità generali, discendo alle particolari, e divido in due parti la presente materia. In questo capitolo mi accingo a rintracciare quali sieno le germane forze della Natura, e qual uso ne faccia ne' suoi magisterj senza badare nè punto nè poco a certi umani artifiziali concepimenti, che bene spesso vengono a festa in via di metodo per agevolare i nostri raziocinj. Nel seguente di cotali forze immaginate, che siccome equivalenti alle reali si sostituiscono, tengo discorso, additando con quanta circospezione d'esse abbiamo a servirci per non inciampare in frequenti paralogismi. Importa assaissimo il separare nelle loro classi, e distinguere accuratamente le forze vere dalle ideali; conciossiachè, sebbene chi sa valersene a luogo e tempo non erra nel dedurre dall'uno, e dall' altro fonte le conclusioni legittime, non bisogna però confondere con quegli da noi surrogati i meccanismi della Natura, e fingerci un sistema mondano differente da quello, che in fatto sussiste.

Ed in prima la grand'Artefice tiene sempre mai a sua disposizione, e per metterle in opera alle occasioni, una miniera inesausta di potenze, o di conati, che costituiti in quiete con pressioni, e contropressioni si equilibrano, e scambievolmente si sostengono. In tal positura di cose non si vede per anco spuntare una vera azione, e conseguentemente non si aspetti cangiamento di stato: non pertanto essi nisi deggiono considerarsi come il principale, anzi l' unico stromento della Natura, e come i semi primitivi, da cui pullulano tutte le azioni, e tutti i mutamenti di stato. In fatti tolti di mezzo i mutui sforzi, e poste le particelle elementari de' corpi un'accosto l'altra per guisa, che reciprocamente non si premano, cessano le cause, e gli effetti, altro non restando salvo che le proprietà passive della materia.

II.

Le menzionate potenze per farsi sentire attendono soltanto d'esser messe in libertà, e che, levati gli ostacoli, che le tengono in freno, diasi lor agio di svilupparsi, e di agire. E prima d' ogni altra cosa facciamci a contemplare le potenze in se stesse sotto un doppio aspetto, e quando se ne stanno in riposo esercitando un semplice conato, e quando non impedite si mettono in azione. Io dico, che, appostati i siti confacenti, sono esse d'un pari vigore fornite. Diamone un esempio. Sia la molla AB (Fig.4.) ristretta fino al punto C, ed

ivi

ivi trattenuta da un intoppo immobile. Abbiasi un altra molla affatto simile ab, che si serri sino in f, e poi si lasci spiegare, sin a tanto che si rimetta nella sua natural dimensione ab. Giunta in c per modo, che le due lunghezze ac, A C siano eguali, la potenza sollecitante cd s'agguaglierà alla premente C D, ed ambo dovranno esprimersi per la medesima spezie F, o per la stessa linea cd, ovvero C D. La dimostrazione è palese; conciossiachè io posso fermare l'elastro ab per guisa, che aprendosi non trascorra oltre il punto c, ed in tal caso, attuito l'impeto impresso, la cosa si ridurrà a tale, ch' io non softerrò salvo che la pressione esposta per cd. E giacchè in amendue le molle le circostanze sono pari, il principio della indifferenza richiede, che sieno altresì uguali le potenze cd, CD espresse dalle ordinate analoghe nella scala de' conati sollecitanti.

Adunque tutto il divario consiste in ciò, che il niso CD si perde in una non interrotta pressione equilibrata costantemente dalla reazione dell'obice, e per conseguenza non produce effetto di sorta; laddove l'altro niso cd nello svolgersi dell'elastro agisce uniformemente per lo spazietto $ci = ds$, e non più; perchè essendo variabile la scola gdb delle potenze acceleranti, ciascheduna d' esse successivamente nella sua particolar azione s'impiega. Quinci la derivata dalla potenza cd ci viene rappresentata dall' aja $dcib$, o dal rettangolo $dc \times ci = Fds$, ed il cumolo delle azioni in solido dal trilineo $fgdb =$ alla sommatoria $SFds$

E quì si noti dietro la scorta del P. Vincenzo Riccati nel suo primo Dialogo delle forze vive, che le potenze paragonate alle azioni quantunque infinitesime indi nascenti appartengono a' generi di quantità onninamente incomparabili; imperciocchè le prime sogliono esprimersi per via di linee, e le seconde per mezzo delle superfizie, che dal flusso delle linee si generano. Ed in ordine a ciò i conati, che in un elastro compresso o più forti, o più deboli risiedono, e che ponno esser fra loro in qualunque assegnabile proporzione, come linea a linea, non an che fare colle iterate minime azioni, che si sono spese in costiparlo, le quali per una superfizie si espongono. Ben è vero, che la provvida Natura non le mette in dimenticanza; attesochè se dopo un secolo la molla viene a schiudersi, prescindendo da qualche estrinseco accidente, restituisce bello, ed intiero l' aggregato delle azioni, che nel ristringnerla s'era impiegato.

III.

Avverto di più, che, quantunque le nomate grandezze siano d'un ordine totalmente disparato, e non si corrispondano in qualsivoglia abitudine; mercè che possiamo accrescere quanto ci aggrada una potenza, che non arriverà mai ad essere azione; ciò non ostante, siccome le linee sono i termini delle superfizie, così le potenze sono i termini delle azioni. Ed in quella guisa, che da una linea, che scorre sopra un'

 al-

altra linea, si genera la superfizie, del pari da una potenza, che per uno spazio fluisce, si produce l'azione.

Sì fatte magnitudini, ch'io chiamerò terminali, fin a tanto che se ne stanno in riposo, non mutan indole, e sono sempre mai o linee, o potenze: ma qualora col movimento si accoppiano, diventano superfizie, o azioni; ed in tal modo l'une dall'altre dipendono, e con una qualche analogia si rispondono; atteso che senza la potenza non si avrebbe mai l'azione, nè la superfizie senza la linea. Esse deggiono accuratamente distinguersi dalle quantità affatto eterogenee, delle quali l'una non può passare nella natura dell'altra; e fra queste io conto lo spazio, ed il tempo, la potenza, e la volocità, perchè nè lo spazio è termine del tempo, nè la potenza della velocità. All'incontro si danno delle grandezze, che sebbene incomparabili, l'una però è realmente termine dell'altra; ed in questo senso l'una dall'altra, ed in spezie dalla potenza l'azione. E con ciò si vuol significare, che la potenza termine dell'azione tante fiate replicata, quanti sono i punti nello spazio, per cui successivamente trascorre, diviene azione. Quindi ha tratta l'origine il metodo degl' indivisibili scoperto dal Galileo, e coltivato da'suoi Discepoli, e spezialmente dal Cavalieri, di cui si è fatto, e si può fare un ottimo uso: sebbene, per isfuggire gl' equivoci, si è sostituito quello delle flussioni, o delle magnitudini infinitesime assai più geometrico, nel quale non si fa transito da genere in genere di quantità, ed ogni elemento benchè menomissimo, ed inassegnabile non esce fuori dai confini della propria categoria.

IV.

Ora qual è l'effetto inteso dalla Natura nel mettere i conati in libertà, ed in tal guisa servirsene per produrre le azioni? Non altro certamente, che l'unico di mutare lo stato de'corpi. E perchè in infinite maniere può diversificarsi la costituzione d'una data qualunque massa, e questa varietà per se stessa indeterminata vuole senza fallo determinarsi, onde si generi uno piuttosto che l'altro cangiamento, conviene dar una occhiata all'economia della Natura, e discernere attentamente quali sieno gli elementi, che stanno dalla parte della cagione agente, e quali dalla parte dell'effetto generato. Da lato dell'azione si ravvisa solamente la potenza, e lo spazio, a cui viene applicata, e coloro, che appiccano la potenza al tempo, onde da tal prodotto risulti l'azione proporzionale alla quantità del moto, dovrebbero accorgersi, che un conato può esercitare la sua pressione per anni, ed anni senza che segua effetto di sorta: laddove ogni qualvolta collo spazio si accoppia, hassi infallibilmente l'azione.

Dal canto poi dell'effetto ci si presenta ne' corpi pazienti la mutazione di stato, che frequentemente consiste nel solo moto locale, e nel trasferirli da luogo a luogo, nel qual caso ci si affacciano i due elementi massa, e velocità. E sebbene questi ci mettono anzi gli occhj, che

che lo ſtato ſi cangia, col loro prodotto mal ſi eſtima, come ſi è già provato, l'energia dell'azione. Per la qual coſa la quantità del moto, in cui c'entra la velocità ſemplice, è piuttoſto un aggiunto, ed un contraſſegno dell'azione, che il vero, e legittimo effetto inteſo dalla Natura; imperciocchè non ſi mantien ſalda l'uguaglianza fra la cauſa operante, e la quantità del movimento naſcente di conſeguenza.

Le azioni vanno riposte nella categoria delle quantità ſucceſſive; imperocchè le potenze operano paſſo paſſo, ed introducono a gradi nelle maſſe pazienti la mutazione di ſtato, che a poco a poco ſi aumenta con minimi incrementi ſin a tanto, che dura l'azione, o con accelerare il moto, o con ritardarlo. Quindi trae la ſua origine la legge della continuità, di cui ho ſavellato nell'antecedente Capitolo, e per cui la Natura unqua non cammina per via di ſalti, ma con paſſi fiſicamente impercettibili miſurati dal preſtabilito temperamento. Appreſſo la ritroſia al mutamento di ſtato, che nella materia riſiede, e che dal Keplero ſi appella inerzia, e forza inſita dal Cavalier Nevvton, a parlar propriamente non vuolſi annoverare fra le vere forze; avvegnachè eſſa è prontiſſima a laſciarſi vincere da qualſiſia tenuiſſima impreſſione; nè ſi dà azione così picciola, alla quale non corriſponda un analogo mutamento di ſtato. E da ciò ſiamo ammoniti, qual ſia il germano uſizio dell'inerzia, proprietà paſſiva della materia, che forſe è una coſa medeſima coll'impenetrabilità, per cui il pieno ſi diſtingue dal vacuo, e l'eſtenſione ſolida dallo ſpazio inane.

V.

Io ſeparo in due ſpezie i conati, de'quali fa tanto uſo la Natura, per vie più dilucidare le ſue differenti, anzi contrarie operazioni. Alcuni ſono vigoroſi, ed attivi, ed altri, per così eſprimermi, torpenti, e paſſivi. I primi tanto s'impiegano ad accreſcere, e a produrre, quanto a ſminuire, ed eſtinguere il moto, i ſecondi ſolo ad eſtinguerlo, e minorarlo. Tra queſti io conto la tenacità, le frizioni, i coſtipamenti de' corpi, ed altri parecchj di ſimil fatta, che tutti vengono dinotati dal nome generico di reſiſtenze. E vaglia il vero, ſe la Natura altro non faceſſe, che permettere ai niſi aſſociati colla quiete di ſvolgerſi, e di metterſi in azione ſenza mai repararne la perdita, ben preſto ſi ſeccherebbe la ſorgente di quelle potenze, che per generar nuovi effetti aſpettano d'eſſer poſte in libertà; e così verrebbe a ſconcertarſi l'economia del Siſtema, il quale non può ſuſſiſtere ſenza un doppio equilibrato appreſtamento e di potenze in riposo, e di potenze in azione. Egli è dunque indiſpenſabilmente neceſſario, che ſe alle occaſioni le particole elementari ſtirate, e vicendevolmente compreſſe ſi ſviluppano, altrettante poco preſſo, ed altrove inſieme ſi ſtringano, e ſi coſtipino: lo che per via delle reſiſtenze provvidamente ſi ottiene. I conati negativi s'adoperano contro l'inerzia a roveſcio de' poſitivi. Siccome queſti ſi affrettano ſempre più a ſuperarla con avvalorare il movimento, così quegli col procu-

curar la quiete: laonde alla mutazione delle figure, alle contusioni si accoppiano i condensamenti, che ne' corpi molli perseverano, e si restituiscono negli elastici.

Non è maraviglia, che, giusto i varj fini intesi dalla Natura, alle azioni, chiamate da' Geometri forze morte continuamente applicate, sieno state prescritte leggi diverse, e che da differenti scale piglino norma le loro successive impressioni. Le positive atte nate a generar il moto, o pure ad aumentarlo non cominciano mai dal nulla, o da un conato infinitesimo; e le curve locali, che ne segnano l'andamento, anno in qualunque punto dell'asse per ordinata una linea finita: le quali ordinate o calano gradatamente, e finiscono in un punto, come nelle scale degli elastri, che si aprono; ovvero ricrescono all' infinito per un verso, e scemano per l' altro; come nelle iperboloidi determinatrici delle sollicitazioni centrali in ragion inversa duplicata delle distanze dal comun centro. E giacchè le predette scale prese al rovescio moderano le azioni negative, che ritardano il moto, non ripugna, che le resistenze principino tal volta dal minimo, e tal volta dall' infinito: avvertendo però, che il primo caso frequentemente viene ad uso in Fisica, ed il secondo è puramente geometrico.

VI.

Se mal non mi appongo, son venuto a capo di discernere, quali sieno i generi delle forze impiegate dalla Natura ne' suoi lavori. Consistono essi in potenze attive, e passive, le quali dall'applicazione, che se ne fa, passano in azioni o positive o negative, e nell'uno e nell'altro incontro seguono ne' corpi le proporzionate mutazioni di stato, che promovono, o attutano i movimenti. Null'altra spezie di forze ci verrà fatto di ravvisare nel presente Sistema, e que' Filosofi, che ne ampliano il numero, ci aggiungon del suo, e mescono colle naturali operazioni i loro concepimenti di metodo. Fa d'uopo star ben in guardia, che non solamente non si confondano gli elementi, trasportandoli dalle reazioni alle azioni, o al contrario, ma di più che le cagioni cogli effetti non si permutino: imperciocchè, sebbene in via di raziocinio non si sbaglia nel surrogare una in vece dell'altra due quantità equivalenti, cioè l'immaginata in cambio della reale; tutta volta contro l' intenzione della Natura si mette in non calere il vero suo meccanismo, e si acquista de' fenomeni fisici una imperfetta contezza. Bene spesso per internarsi in un astruso subbietto, ed agevolare il nostro progresso non possiamo adoperarci altrimenti: gioverà tuttavia non ignorare, qualmente la Natura si comporti, e con che forze regoli i suoi magisterj.

VII.

Frattanto mi converrà sovente sospendere il mio lavoro per opporrmi alle inavvertenze altrui, e per purgare la Fisica da molti vecchj,

e mo-

e' moderni pregiudizj. Intorno le potenze, e le azioni si sono presi de' gravi sbagli da coloro, che delusi dalle prime apparenze non an, quanto basta, scandagliato il fondo della materia. In prima questi due generi di forze si sono malamente confusi, e si è attribuito all' uno ciò, che all' altro solamente appartiene; ed il mescere a contrattempo conati, ed azioni è un difetto comune alla maggior parte degli Scrittori: con che si turba da capo a fondo la germana analogia fra le cagioni, e gli effetti. Sappiasi, che le forze morte, o vogliam dire, i nisi, e le pressioni, sin a tanto che si associano colla quiete, persistono immutabili, e, prescindendo da qualche straniero emergente, non soggiacciono ad alterazione. La varietà dunque nasce soltanto dal diversamente applicarle, quando lor si permette di svilupparsi, ed agire. Una potenza fievole posta in azione, accompagnando il mobile per uno spazio più grande può pareggiare, e vincere un' altra assai più robusta, che per un tratto minore lo incalza. La Natura non mette mano nei conati, nè li modifica; conciossiachè per se stessi in qualunque circostanza o di moto, o di riposo esercitano sempre una pari pressione. Come possono essere indovini a qual subbietto si voglia adattarli per accomodarsi al bisogno, e crescere, e scemare in un modo affatto impercettibile, conforme richiedono le occorrenze? Per la qual cosa non s'istituiscono gli equilibrj fra le potenze, che per lo più non sono fra loro eguali, ma bensì fra le azioni prime, ed elementari ridotte alla debita uguaglianza, ch' esse potenze sarebbero atte ad esercitare in tempi minimi, e pari.

VIII.

Alle braccia della stadera BAC (Fig.5.) siano appesi due gravi equilibrati, B d'una libra, e C di due. Niuno dirà, che per caricare la verga c' impieghino pressioni eguali, essendo i pesi uno doppio dell' altro, e ciascuno alla propria massa proporzionale. E ben se n' accorge, chi regge colla mano lo stromento, non sentendosi aggravato se non se da tre libre di carico oltre quello della stadera, in qualunque sito siano collocati i due corpi più, o meno discosti dall' ipomoclio A, purchè non si rompa l' equiponderanza. Ora, se non si trova l' egualità costitutiva dell' equilibrio fra le potenze, fa d' uopo derivarla altronde, cioè dalle azioni iniziali, che sebbene non si generano, non manca tuttavia la gravità di fare l' innato sforzo per generarle. Fingasi, che la sfera pesante B discenda nel tempo infinitesimo dt per l'archetto inassegnabile BE, ed obblighi l' altra C a poggiar in alto per l' arco minimo CG nel tempo medesimo; egli è manifesto, che le loro azioni si misurano dai prodotti B in BE, C in CG, e che sono eguali, quando si verifica l' analogia B: C:: CG: BE; ma per la similitudine de' settori BAE, GAC come CG: BE:: CA: AB; dunque per ottenere, che le predette azioni sieno pari, convien collocare i pesi in maniera, che serbino la ragione reciproca delle distanze dal fulcro.

Ap-

Appresso, atteso il procurato equilibrio, non consente il principio della indifferenza, che cali a basso il grave B, piuttosto che l'altro C: Muto pertanto supposizione, e m'immagino, che il globo C nel tempo assegnato dt cammini per lo spazietto $CF = CG$, mentre il corrispondente B sale per il tratto minimo $BD = BE$. Abbiamo dunque quattro azioni uguali, ed a coppia a coppia direttamente contrarie: e da ciò ne segue, essere onninamente impossibile, che, verificate le premesse condizioni, i corpi B, C si muovano, siccome spinti amendue in senso opposto da pari azioni, il primo B dalle due $B \times BE - B \times BD = 0$, ed il secondo C dall'altro pajo $C \times CF - C \times CG = 0$, e siccome totalmente indifferenti alla discesa, e all'ascendimento. Ed ecco dedotta dalle sue vere cagioni la legge degli equilibrj, che in parte dà norma al nostro sistema.

Alcuni si sono ingegnati di dimostrarla per via dell'agguaglianza tra le quantità del moto, viene a dire fra le masse moltiplicate nelle velocità, ch'eglino appellano virtuali. Ed in vero nell'addotto esempio la cosa va a festa; imperocchè le grandezze $m dU$, $M du$ equivagliono alle azioni $B \times BE$, $C \times CF$: e la ragione si è che scorrendosi nel medesimo tempo gli archetti BE, CF, le velocità nascenti dU, du sono ad essi proporzionali, e di più i pesi B, C seguitano la ragione delle masse m, M. Per altro sopra un caso particolare non doveasi fondare una generale teorica; mentre cangiate le potenze, e le masse, dall'egualità delle azioni, e non da quella delle quantità del movimento si regolano l'equiponderanze. Si sono ingannati a partito coloro, che nella composizione delle forze morte, ammettendo un mutuo contrasto, ed una scambievol' elisione tra le laterali, an preteso di temperarle in maniera, che alla diagonale si uguaglino. Ma quando si tratta di risolvere nelle due laterali l'equipollente, che da esse vien superata, nè si può ricorrere alla supposta contrarietà, restano per così dir su due piedi, e non trovano sutterfugio, onde uscire d'impaccio. Se, mantenute intatte le potenze, nè avessero saputo misurare le azioni, come ha fatto il P. Riccati nel suo settimo Dialogo, sarebbero venuti a capo della difficile inchiesta: almeno dovrebbono arrendersi, dappoichè sono stati illuminati. Conchiudo, che per non inciampare in paralogismi le potenze, termini delle azioni, dalle azioni medesime vogliono accuratamente distinguersi.

IX.

Sin ora delle forze vive non ho fatta parola, ed odo taluno, che m'interroga: cosa dunque sono queste forze, su cui si fa tanto rumore, ed intorno cui ostinatamente si disputa, se vadano misurate dalla quantità dal moto, o pur dal prodotto della massa nel semi-quadrato della velocità? Certamente la massa, ed una funzione della celerità, a cui si appoggiano lo spazio, che si percorre, ed il tempo, che vi si consuma, non deggiono riputarsi un mero niente; ed in fatto sono qualche cosa fuori de' nostri mentali divisamenti. Il punto è di sommo rilievo, e

per

per collocarlo in buona vista, onde si sgombrino gli equivoci, non risparmierò le parole.

Ed in prima raccordo alcune massime superiormente inculcate. Se le potenze se ne stanno in riposo, e non si concede loro la libertà di operare, non segue l'azione, e senza l'azione non si dà ne' corpi mutamento di stato. Appresso i conati successivamente si svolgono, e con pari passo camminano le azioni, che altro non sono, se non se i nisi stessi continuamente applicati ad un mobile, che per un dato spazio l'accompagnano, e, quasi direi, lo perseguono. Anche la mutazione dello stato vassi a minimi gradi aumentando; atteso che la Natura non procede di salto. Inoltre si è insinuato, che se la velocità crescente, o calante, computata altresì la massa, non è un effetto, che adegui l'energia dell'azione operante, almeno è un indizio sicuro di variazione, e che il corpo paziente nel suo solito stato di moto, o di quiete non persevera. Dalle quali cose io cavo una fondamental conclusione, che quando non si adempiono i premessi requisiti, e dove non si rinviene incremento, o diminuzione di moto, ivi non hassi mutamento di stato; e per conseguenza o non vi ha azione, o v'intervengono due azioni eguali, e contrarie.

X.

Ora, a cagion d'esempio, piglio per mano l'elastro A B (Fig. 6.) serrato fino in C, ed immateriale giusto l'idea, che se n'è formata il Signor Giovanni Bernoulli, il quale schiudendosi cacci avanti la palla D, e la curva E F B sia la scala delle replicate sollecitazioni. Egli è manifesto, che la massa D per tutto lo spazio C B anderà passo passo mutando stato, siccome quella, che da nuovi impulsi viene successivamente stimolata. Giunta in B, sito, in cui, riparata dalla molla la sua nativa lunghezza, cessa affatto l'azione, essa massa si stacca dalla punta dell'elastro, e colla celerità acquistata, e con moto uniforme prosieguisce a camminare per il tratto indefinito A G H senza mai stancarsi, e senza mai variare velocità, e direzione.

Se mi si chiede, qual sia il vero effetto prodotto dal cumulo delle impressioni esposto per l'aja C E F B, rispondo altro non essere, salvo che la mutazione di stato introdotta nel mobile D, e proporzionale all'energia dell'azione. Ottenuto una volta questo effetto, nulla di vantaggio si aspetti, avendo la Natura intieramente adempiuto alla propria incombenza. Nè mi si dica, che il globo tuttavia seguita a procedere con moto equabile; conciossiachè appunto in ciò consiste il cangiamento di stato per avanti procurato dall'azione, che di operare ha finito, essendosi già fatto il transito della quiete ad uno spezial movimento. In fatti pervenuta la sfera al luogo per esempio L, non si altera nè punto nè poco la costituzione, in cui si ritrova attualmente, non si accelera, e non si ritarda; ed in ordine a ciò per conseguire una qualsivoglia, benchè minima mutazione ci vorrebbe fuori della palla un agente, che vi si ado-

possono le forze derivate, e premer possono con direzioni infinite. E in molti casi la Natura talmente le mesce, le incorpora, e le disgiunge, che non ci ha mente umana, che possa tener dietro a' suoi reconditi magisterj.

Illustro la cosa per se stessa involuta con un esempio scelto fra i più semplici. Sia (Fig.9.) *il pendulo* Ac *composto di due ghiande* B, C *raccomandate alla verga rigida, e non pesante* Ac. *S' io la colloco nel sito orizzontale* Ac, *e s' io tolgo di mezzo il perno, ambo le sfere, come se fossero sciolte, discendono per le rette verticali, ed in tempo pari percorrono spazj infinitesimi eguali: e da ciò si raccoglie, che la gravità, di cui sono affetti i due pesi* B, C, *tutta intera si adopera nello spignerli a basso. Nella stessa posizione, rimesso il perno, e slegato il pendulo in due semplici, ciascuno oscillante da se, egli è certo, che la palla* B *arriverà più presto al luogo* F *di quello sarà la palla* C *nel pervenire al punto analogo* G. *Adunque, riuniti i due penduli semplici in un composito, onde i due corpi costretti sieno a passare i detti spazietti analoghi* BF, CG *in tempicelli eguali, dalla massa pesante* B *verrà accelerato il moto della* C, *e da questa ritardato il moto della compagna. Da tal contrasto ne segue, che la gravità insita nelle due ghiande nello stimolarle alla discesa non esercita la sua totale azione; siccome accaderebbe, se, rimosso il chiodo, le sfere strascinando la verga cadessero liberamente per la verticale, ed in pari tempo percorressero spazj eguali. Nel caso addotto del pendulo composto qualmente dunque la forza primitiva s' impiega? E' facile a dimostrarsi, che non potendo la gravità tutta intera esercitar la sua azione, viene a nascer una forza derivata, la quale preme il chiodo per la linea del piombo* AD. *Si collochi la verga nella posizione inclinata* Abc: *oltre la forza, che s' impiega a premere il chiodo verticalmente, di cui abbiamo parlato nel primo caso, ne nasce un' altra, che si adopera nello stirare la verga, ed il sostegno giusta la direzione* Ac. *Quindi per via di composizione deriva la terza* AH *alle due equipollente. Per le quali cose, acciocchè da una potenza originale risultino le derivate, fa di mestieri, che la sua vera azione o si estingua, o si diminuisca; lo che si ottiene in tutto, o in parte per via degl' impedimenti atti a modificarla: e tale si è nel nostro esempio l' ostacolo, e la resistenza dell' appoggio* A, *da cui unicamente dipende, che la gravità non operi a misura del suo innato vigore.*

Una gran meccanica è la Natura, che conforme le congiunture mette in macchina le sue potenze. Sembra a prima vista uno strano paradosso, che da un sol conato primordiale ne spuntin molti, che di gran lunga lo superino; e che non si osservi qualsivoglia analogia tra i nisi, che pure gli uni dagli altri derivano. Ma quì si rifletta, che queste forze morte, quantunque sieno in un perpetuo commercio, non vogliono riporsi fra le vere cause, ed i veri effetti, siccome quelle, che, se non si mettono in azione, e non si applicano agli spazj, non inducono cangiamento di stato. Per formarsene una giusta idea, e per non equivocare fa d' uopo considerarle in qualità di conseguenti, o meglio di condizioni necessarie, onde la Natura si prepara, e si dispuone ad agire, ed a produrre effetti fisici da fisiche cagioni. Inoltre i predetti conati, che, attesi gl' impedimenti, passano da soggetto

a sog-

a soggetto, sotto un'altra vista ci si presentano; e parlando propriamente altro non sono se non se i termini delle azioni, conforme le linee i limiti delle superfizie. Ora siccome due piani eguali da eguali perimetri non si chiudono, così da potenze ineguali azioni pari si generano. La Natura non si piglia briga di agguagliare le forze morte, ma bensì le azioni, ed i mutamenti di stato. Per quanto un niso primitivo si smembri, ed in molti nisi d'esso talvolta incomparabilmente maggiori si divida, accaderà sempre mai, che le azioni in solido o attuali, o virtuali, che nel medesimo tempo si compirebbero, pareggino l'originale. Così si conserva indenne la debita corrispondenza fra le cagioni, e gli effetti; si conseguisce, che molti effetti da una sola causa provengano; che molte cause in un solo effetto cospirino; e che ad una mirabile varietà si accoppj una stretta uniformità. E questa si è una delle più belle singolarità, che adornino il mondano Sistema.

ANNOTAZIONE SECONDA.

La Natura, che ne' suoi lavori non si stanca, cogli artifizj testè indicati accoppia macchine a macchine. E ben ci si richiede un immenso apparato di potenze principali, e secondarie, di originali, e derivate per supplire alle intenzioni del supremo Architetto, che sin dal principio delle cose le ha preparate, e disposte. Sterminate son quelle, che menano in giro i vasti globi celestie fievolissime le altre, per cui circola il sangue nelle vene degli animali, e massime degl'invisibili entomi. Da per tutto però ci si ravvisa una pari industria; se pure non ci soscriviamo al detto di Plinio, che Natura nusquam magis, quam in minimis tota est,

Gli Uomini si sono ingegnati d'imitarla con un sagace apprestamento di macchine, e colle loro varie combinazioni. Quinci è nata la scienza meccanica, che tutto diviene a festa per avvalorare le potenze oltre modo fiacche, ed attutire le troppo robuste. Ben è vero, che quanto a' giorni nostri si è guadagnato nella teorica, altrettanto nella pratica si è discapitato, perchè non abbiam l'uso di sollevare certi straordinarj pesi, che da' vecchj Ingegneri con prontezza si maneggiavano.

Finalmente i Matematici per un altro verso si sono studiati d'emular la Natura, mescendo alle sue reali operazioni i lor ideati concepimenti. Si fingono pertanto in grazia del metodo delle forze morte immaginarie non riconosciute dalla fisica; e di cotal giro di raziocinare prima d'ogni altro ce ne ha dato un saggio l'acutissimo Galileo. Fattosi egli a misurare la discesa de' gravi ne' piani declivi così procede, e la sua maniera a qualunque curva può generalmente applicarsi. Condotta la verticale CD (Fig.10.) *tendente al centro della Terra, ne segna la porzione* CD, *per cui dinota in qualsivoglia punto* C *il conato costante della gravità. Tirata poi la retta* DE *perpendicolare al piano* CB, *risolve la potenza data* CD *nelle due* DE, CE. *La prima, siccome normale, altro non fa, che premere il piano nel punto* C, *e colla contraria pressione si equilibra. L'altra spigne il mobile giusto la direzione* CB, *e ne regola il movimento colle leggi già conosciute.* Qui

Qui vengono a mio proposito alquante avvertenze. Ed in prima dall' impedimento del piano sottoposto, che in parte sostiene il peso A, *ne nasce, che la gravità in un tempo dato nel cacciar a basso la sfera non esercita l'intiera sua azione; ed il discapito, che soffre, è facile a determinarsi. Ed in vero quanto più la linea* CB *si piega verso l'Orizzonte, tanto più cresce il carico, e scema la sollecitazione per guisa, che la nostra palla ad un piano non inclinato addossata nel solamente aggravarlo, e comprimerlo tutto il suo sforzo consuma. In secondo luogo bisogna guardarsi dagli equivoci nel determinare la vera azione della gravità. L'uffizio, in cui questa potenza unicamente s'impiega, consiste nell'accostare per la linea del piombo i corpi pesanti al comun centro de' gravi. Mentre dunque il globo* A *viene nel caso addotto trasportato per la strada minima, ed obbliqua* Ca, *il germano effetto inteso dalla Natura si è lo spignerlo verso il centro terrestre per lo spazietto verticale* Cc; *e l'azion fisica dee misurarsi dal prodotto della potenza* DC *nello spazio infinitesimo* Cc, *a cui viene applicata. In terzo luogo si avverta, che l'azione esposta per la forza tangenziale* CE, *moltiplicata nello spazio elementare* Ca, *ed operante giusto la direzione* CB *non è in Natura, ma soltanto nella mente de' Geometri. Ben è vero, che senza incorrere in paralogismo possiamo del pari servirci d' amendue i prodotti* $DC \times Cc$, $EC \times Ca$, *mercè che sono eguali; e non ci è disdetto di surrogare l'eguale in cambio dell'eguale. Attesa la similitudine de' due triangoli* DCE, aCc, *abbiamo l'analogia* $DC : CE :: aC : Cc$, *e conseguentemente l'equazione* $DC \times Cc = EC \times Ca$. *E da ciò suole inferirsi, che se la palla* A *fosse tirata dal centro* B *per la linea* CB *con un conato centripeto espresso per la retta* CE, *e strisciando dietro il piano senza caricarlo in una minima data flussione di tempo percorresse lo spazietto* Ca, *si avrebbe lo stesso effetto, come se essa palla sollecitata dalla gravità naturale* CD *per l' intervallo infinitesimo* Cc *al centro della Terra si avvicinasse.*

Chiudo tutto ciò, che ho saputo dire intorno le potenze, assegnando un criterio, per cui tra le derivate si distinguano le reali dalle immaginarie; e si sappia, quando la Natura di fatto opera, e quando si finge, ch'ella si adoperi a norma de' nostri concepimenti. I meccanismi fisici sono frequentemente molto diversi dagli artifiziali inventati da' Matematici: ma ciò non ostante, qualora si discorre colla debita circospezione, si porgono amichevolmente la mano; conciossiachè se ne deducono le medesime leggi, e le medesime conseguenze. Una rigorosa equipollenza, per cui la nostra industria procede di pari passo colla Natura, fa tutto il giuoco; e per via di qualche giro magistrale di metodo si viene in cognizione di certe verità, che per altra strada sarebbero malagevoli ad iscoprirsi.

Nè di ciò abbiamo a maravigliarci; attesochè, senza punto alterare la necessaria egualità fra le azioni, coll'aggiugnere, o col levare una circostanza le potenze semplicemente concepute si convertono in reali, ovvero al contrario le reali in concepute, quasi che la Natura tal volta si compiaccia di approvare col fatto i nostri mentali concepimenti. Dagli ostacoli opportunamente frapposti, o tolti di mezzo nascono le prefate trasformazioni

fino al presente da' Geometri non avvertite. Non mi diparto dall' ipotesi assunta. Già si è provato, che la forza accelerante CE *non appartiene alla Fisica, e che va riposta tra le ritrovate di metodo. Ora si collochi il piano* FG *a piombo dell' altro* CB, *onde s' impedisca la discesa della sfera* A *per la linea declive* CB, *ninno negherà, che il detto piano regga una porzione del peso* A, *e che nel nostro caso la misura della pressione si desuma dalla potenza equipollente* CE, *la quale, prima non esercitando se non se un' azione immaginata, dall' intoppo opposto si abilita ad impiegarsi con un reale conato. Dal vario inchinamento de' piani si diversifica l'analogia fra le pressioni; e può succedere, che, diminuendosi l' una all' infinito, tutto il carico si addossi all' altro sostegno; quando cioè la linea* FG, *ovvero* CH *forma colla verticale* CD *un angolo retto. Appresso, tolto via il piano* HCB, *cessa la pressione fisica esposta per la normale* DE; *che si tramuta in una potenza puramente geometrica, di cui si finge accelerato il mobile* A *giusto la direzione* GF.

Raccogliendo in poche parole ciò, che a lungo ho spiegato, dico, che le potenze primitive, siccome intrinseche, e per così esprimermi innestate nelle masse, e tali sono le forze centrali, e le elastiche, non istanno mai oziose, e sempre operano o premendo, o sollecitando; viene a dire talora senza produrre effetto di sorta in continui successivi conati si perdono, e talora messe in azione nel cangiare lo stato de' corpi s'impiegano. All' incontro le derivate, siccome estrinseche, vogliono essere applicate a qualche straniero subbietto. E se manca il requisito dell' impedimento, che ne determini l'operazione, ed il modo, la Natura non ne fa uso, e deggiono riputarsi soltanto ideali. La ragione si è, perchè quella parte d' effetto, che suole da' Geometri ascriversi a cotal genere di potenze, come alla sollecitante CE *la discesa del peso* A *per la declività* CB, *appartiene alla natural gravità, che totalmente non impedita verso il centro del globo terreno ma con minor vigore lo stimola. Di questa Teorica, che libera la scienza Dinamica da molte dubbietà, dalle quali era per l' addietro ingombrata, siamo debitori al Signore Jacopo Mariscotti, che l' ha fatta valere nelle risposte date alle opposizioni promosse dal P. Felice Balassi contro la Dottrina del P. Vincenzo Riccati intorno le forze vive.*

CA-

CAPITOLO QUARTO.

Delle forze vive.

I.

HO reso precifo conto delle reali operazioni della Natura; e rimane, ch' io muova un altro paffo, facendomi a confiderare fotto qual afpetto le cofe fiano ftate pofte dai Matematici. L' effere all' ofcuro di certe più recondite particolarità gli ha obbligati a foftituire bene fpeffo ai naturali lavori i loro ftudiati concepimenti. Egli è però mirabile, che in tali artifiziofi raggiri per lo più non fi fono fcoftati dalla verità. In prima fono ufcite in campo le forze chiamate vive, che, giufto la vera fentenza, fi mifurano dalle maffe moltiplicate ne' femi–quadrati delle attuali velocità, e che dalle morte confiftenti in femplici conati voglion diftinguerfi. Fa d' uopo indagare, onde quefte forze vive non riconofciute, conforme fi è avvertito, dalla Natura abbiano tratta l' origine. Quando ci fi prefenta un corpo animato da una data velocità, fe più oltre non ci fi bada, fiamo proclivi ad opinare, che fia fornito di forza, e tanto più gagliarda, quanto il movimento è più celere. Subito fi fveglia in noi l' idea dell' impeto, e dai grandi effetti, che veggiamo fovente fuccedere, e che ad effo corpo, ficcome a caufa operante, attribuire fi fogliono, fiamo confermati nella pregiudicata credenza.

Non c' è cofa più facile, quanto il prendere l' effetto per la cagione, ovvero al rovefcio, e l' errore, comechè popolare, è pur troppo frequente. Qualora offerviamo, che la molla compreffa AC (Fig. 6.) nell' atto di fchiuderfi fpigne avanti il globo D, eccitandolo al moto, niuno s' ingannerà dicendo, che la caufa fta dalla parte dell' elaftro impellente, e l' effetto dalla parte della palla, che ne riceve gl' impulfi. All' oppofto, mentr' effa palla perde il fuo impeto, efcavando a cagione d' efempio una foffa nel fevo tegnente, come negli efperimenti Poleniani, pochiffimi faran coloro, che non afcrivano la cagione all' energia della sfera, e l' effetto alla tenacità fuperata: quafiche ai conati vegnenti dalle refiftenze non deggiano appropiarfi vere azioni, e quafichè la vifcofità, le frizioni, i coftipamenti fiano una cofa medefima colla femplice inerzia.

Arroge, che la denominazione di caufa, e di effetto, molte fiate non fi defume del germano progreffo della Natura, ma dai fini, che gli Uomini alle occafioni fi prefiggono. Si volta una batteria contro una muraglia per diroccarla, e quefto fi è l' unico fine intefo dall' Ingegnere; e perciò alla violenza delle palle da cannone fe ne attribuifce la caufa, e non alla mole confiftente, ed alla fua gagliarda reazione. Talvoltà però fi ragiona con maggiore aggiuftatezza, e l' effetto colla cagio-

cagione non si confonde. Io caccio in alto un sasso, che in virtù della sua inerzia, e della velocità impressa dovrebbe poggiare nel vano all' infinito per la linea verticale, ma che sollevato ad una determinata sublimità si ferma, e poscia in terra ricade. Proviene la discesa, ed ognuno lo sa, dalle iterate sollecitazioni della gravità costante, che successivamente l' accompagnano, e l' accelerano; e dalle medesime impressioni agenti in senso contrario viene ritardato, e ridotto ad un punto di quiete nell'ascendimento per modo, che nell'uno, e nell'altro caso non si equivoca nell' assegnarne la causa, e nel distinguerla dal doppio effetto.

II.

Vado d'accordo con coloro, che le forze vive dal tenere della Natura bandiscono; ma non so approvare alcune conseguenze erronee, che a contrattempo se ne deducono; e massime che non se n'abbia a far uso nelle fisiche perquisizioni. Escluso un tal ajuto di metodo, non si speri, che ci si svelino parecchie rilevanti verità, per cui si promove la scienza Dinamica. Per non andar tentoni fa d'uopo formarci in mente una chiara, e distinta idea delle forze vive; indi farci ad indagare, qual profitto possa trarsene, ogni qual volta i nostri concepimenti si adattano ai magisterj della Natura.

Torno ad inculcare, che nel Sistema mondano altri generi di forze non si ravvisano fuorchè le potenze e le applicazioni delle potenze medesime ai minimi spazj, o vogliam dire le azioni, cui corrispondono in qualche massa i proporzionati cangiamenti di stato; conciossiachè i nisi conforme ho notato, o se ne stiano in quiete, o si abilitino ad agire, da se non sussistono in aria, ma alla materia inerte si appoggiano. In questo mentre per lo più ci sono incognite le scale regolatrici dei conati variabili, i quali talvolta con leggi impercettibili vanno ricrescendo, o scemando. Per la qual cosa, ignorato da noi l' andamento geometrico, e l' equazione algebraica delle curve locali, ed il mutuo rapporto delle ordinate alle assisse, non abbiam modo di misurarne le aje, le quali ci manifestano le precise quantità delle azioni particolari, e totali.

Non dico già, che soventemente della natura delle predette scale non si abbia una piena contezza. A cagion d'esempio sappiamo, che le forze centripete, che danno norma alle rivoluzioni dei Pianeti, tantosi minorano, quanto si aumentano i quadrati delle respettive distanze dal comun centro. Una iperboloide solida dunque si è la curva determinatrice dei conati centrali; e con questo solo dato alla mano si è aperta la strada a molte curiose ricerche. Ma quando l' indole della scala ci si nasconde, come bene spesso interviene, bisogna supplire coll'industria; ed i Matematici si sono appigliati a' varj ingegnosi attifizj.

Se la spezie delle curve onninamente si occulta, e non si ha sentore, a qual ordine appartengono, e se siano analitiche, o trascenden-

 ti,

ti, pongasi attenzione per iscoprire, se almeno si riguardano con una qualche cognita analogia; se per avventura sono fra loro simili; se alle assisse uguali corrispondono le applicate in data ragione, ovvero alle ordinate pari in costante proporzione le assisse; o finalmente se amendue i requisiti si adempiono, variato soltanto l'analogismo. Si potrebbe portar avanti l'inchiesta, combinando le funzioni simili ma diverse delle coordinate, e forse con non molto profitto. Dalle suddette scale, in cui si verificano o l'una, o l'altra, o entrambe le premesse condizioni, il Signor Giovanni Bernoulli ha dedotta la sua teorica comparata dagli elastri; di cui abbiamo una compiuta dimostrazione nella Giornata terza delle forze vive del P. Vincenzo Riccati. Ciò però non bastava, e facea di mestieri ristrignere il soggetto con un'altra precisione, spogliando cioè le molle della lor materia inerte, o almanco talmente estenuandola, che non sia computabile, paragonata colla massa delle palle, cui dee comunicarsi il movimento. In fatti qualunque volta l'azione si parte in due, e con una porzione l'elastro incalza il mobile annesso, e spende l'altra contro la propria inerzia, gli elementi si complicano in guisa, che non sappiamo qualmente uscire d'impaccio. Che diremo poi delle resistenze, nel calcolare le quali, e nel descriverne le differenti scale ad ogni passo ci si fanno incontro insuperabili perplessità? Ma io riservo l'oscurissima materia all'ultimo Capitolo del presente Libro.

III.

Ogni qual volta è scarso ogni partito, ed a nulla giovano gli esposti artifizj, ed altri di simil fatta; mercè che le scale delle potenze acceleratrici, e le aje rappresentanti l'aggregato delle azioni affatto s'ignorano; ed appresso non si sa a quanti effetti si applichino le azioni stesse, e come il lor vigore si divida, e si comparta, egli è necessario rifuggire a qualche principio di metodo per venir in cognizione di molte importanti verità, che, contemplando soltanto, e tenendo dietro ai semplici lavori della Natura, non ci si palesano. Oltre che con tal industria i problemi si rendono più trattabili, e più eleganti le dimostrazioni.

Ho detto, che della mutazione di stato proporzionale all'azione sicuro indizio si è il movimento accresciuto, o diminuito, in cui si ravvisa massa invariata, e velocità o costante, o variabile. Sulla prima nel suo essere sussistente, e determinata non può cadere quistione. Sono persuasi gli uomini d'avere una sufficiente contezza della seconda, perchè con un ideale rapporto allo spazio direttamente, ed al tempo reciprocamente la riferiscono; onde abbiasi in qualunque incontro $u = \frac{ds}{dt}$. Quinci avvedutisi i Geometri, che di queste modificazioni, con tutto che altro non sieno se non se intellettuali concepimenti, si poteva far un

un buon uſo, ſi ſono poſti ad inveſtigare, qualmente dovéano ſervirſene, adattandole alle operazioni della Natura, e miſurando per mezzo di qualche loro funzione le azioni, ed i cangiamenti di ſtato.

Il Galileo ce ne ha porta la chiave, e dalla ſua teorica concordemente dai Matematici abbracciàta ſono nate le formole delle forze continuamente applicate. Alla potenza agente per un minimo ſpazio, cioè a dire all'azione elementare fds corriſponde di conſeguenza il prodotto della maſſa nel momento della velocità eſpoſto per la quantità $mudu$; ed alla ſomma delle azioni $\int fds$ l' integrale $\frac{mu^2}{2}$, che ci mette anzi gli occhj quella forza, cui ſi dà nome di viva, e che ſi eſprime per la maſſa nel ſemi-quadrato della velocità. I primi membri delle premeſſe equazioni appartengono alla fiſica, e dinotano le vere, e reali cagioni, da cui riſultano ne'corpi, ſiccome veri, e reali effetti, i mutamenti di ſtato. Non così, quando ſi conſiderino in qualità di forze, gli omogenei di comparazione, i quali, ſebbene in tal guiſa conſiderati, poſſono avere il ſuo buon uſo in via di metodo, pure ſono parti ſoltanto della noſtra mente, e non han punto che fare colla Natura.

IV.

Proſeguiſco il mio viaggio, e ſoggiungo. Gl'incrementi minimi dell'azione, e dello ſtato, che vaſſi gradatamente variando, procedono di conſerva, e con pari paſſo, avendoſi a mantener illeſa l'uguaglianza inviolabile fra la cagione, e l'effetto. In queſto mentre la grandezza differenziale $mudu$ indicante l'economia del mutamento di ſtato, ed uguale all'analoga fds, ſi contempera conforme le circoſtanze, ſalva ſempre la notata egualità. Conciòſſiachè biſogna aver un doppio riguardo e alla velocità u precedentemente acquiſtata; ed alla du, che attualmente ſi acquiſta, dal prodotto delle quali ſi forma, non traſcurata la maſſa. Abbianſi le due equazioni $fds = mudu = MUdU$, da cui ſiamo ammoniti, che le fluſſioni naſcenti du, dU; ſono reciprocamente come le quantità del moto mu, MU; e poſte eguali le maſſe m, M, in ragione inverſa delle velocità ſemplici u, U.

Così camminan le coſe, durante l'azione, ceſſata la quale, il mobile continua il ſuo corſo con uniforme celerità. Ed appunto dalla metà del quadrato di queſta velocità coſtante moltiplicato nella maſſa, cioè dalla magnitudine $\frac{mu^2}{2} = \int fds$ ſi deſume la miſura della forza viva, che ſi concepe inſerita nel corpo, e quaſi direi concentrata. Fingono pertanto i Matematici, che le ſucceſſive impreſſioni derivate dalle potenze ſollecitanti non ſolo s' impieghino nel mutare lo ſtato delle maſſe inerti; ma che di più l'una dietro l'altra paſſino nel corpo moſſo, ed ivi, non avendo a qual altro ſubbietto comunicarſi, ſi accumulino, e ſi conſervino, ed invariate perſiſtano, fin a tanto che ſi mantiene l' uniformità del movimento. Quinci ſi reputano incapaci di agire, ſe in produrre

qualche nuovo effetto non si spendono, ed in tutto, o in parte non si consumano. Nè vogliono ascoltarsi i Cartesiani, che assegnano sic. com' effetti del moto equabile gli spazj in dato tempo percorsi; o pure il Leibnizio, che li fa in ragion composta degli spazj passati, e delle velocità; e molto meno il VVolfio, che causa, ed effetto, o il Martini, ch'effetto senza cagione vi riconosce.

V.

Ho spiegato bastantemente, che i corpi animati da una costante celerità pigliano regola dalla pura inerzia, e ripugnano a qualsivoglia alterazione di stato, se da un agente estrinseco non sono costretti a mutarlo: ed appresso con qual meccanismo vi si adoperi la Natura, facendo semplicemente uso delle potenze o positive, o negative messe in azione. Ma chi ci vieta di valerci d' una forza immaginata, purchè sia ben assortita, in cambio d'una reale? Senza fallo non si cade in paralogismo, sostituendo l'equivalente all'equivalente; e nulla rileva, che la causa finta altro non sia, che il vero effetto reale, o sia il mutamento di stato espresso dal prodotto $\frac{mu^2}{2}$, purchè di necessaria illazione ne nascano le conseguenze medesime dalla Natura.

Da un elastro, che si apre, si partecipi ad una palla una determinata velocità, ed essa dopo aver corso equabilmente un lungo tratto si porti a chiuderne un altro; ne' siti di mezzo, in cui l'azione è finita, e non per anco principiata la reazione, circostanza, che merita d' essere avvertita, cosa resta di reale in Natura? Un mero nulla non mai; e non altro certamente fuorchè la mutazione di stato, per toglier di mezzo la quale, e ridurre la sfera alla sua primiera costituzione di quiete, una pari reazione ci si richiede. Per via dunque del cangiamento di stato, che sempre fa la figura di effetto, e che persevera per qualche tempo, siccome mantenuto dall' inerzia, il mutuo commerzio fra i corpi si esercita, e sto per dire, serve di canale, e di veicolo per trasportare le forze dall'uno all'altro subbietto. Ora io posso misurarlo del pari colle due sommatorie eguali $\int f ds$; $\int -r ds$, ovvero coi due trilinei eguali CEB, GIH. Ma quando mi sono ignote le scale, e le aje da essi comprese, non mi verrà disdetto di rifuggire ad un artifizio di metodo, chiamando in soccorso le quantità $\frac{mu^2}{2}$; $\frac{ma^2 - mu^2}{2}$ per dir il vero in qualità di forze non riconosciute dalla Natura, ma però equivalenti, e che le forze appellate vive ci rapppresentano.

VI.

Io mi lusingo d'aver posto in chiaro la giusta, e precisa idea delle forze vive, e mostrato a dito in quali congiunture vengano ad uso. Mi

Mi protesto, che non vado d'accordo con coloro, che ne abborriscono per fino il nome, e guari non si prendon la cura di penetrare, in che il sapere umano in tutta la sua estensione consista. Alle operazioni della Natura si accoppiano bene spesso le nostre purificate apprensioni, ed i nostri studiati discorsi. E forse cosa nuova, che per soddisfare alle quistioni dinamiche, alle potenze, alle direzioni, e tal fiata alle masse fisiche si sostituiscano opportunamente e potenze, e direzioni, e masse ideali lavorate a fior di ragione, e sostenute da metodi irreprensibili? Sono così frequenti i saggj somministratici da' Geometri del passato secolo, e del presente, per fino dal Galileo primo ristoratore della scienza naturale, ch'io mi dispenso dal recarne gli esempj; e ben sarebbe affatto ospite nelle fisiche perquisizioni, chi di tali artifizj non avesse sentore. Io non nego, che s'introducono degl' insoliti meccanismi non conosciuti dalla Natura, ma ciò torna in nostrò profitto; conciossiachè, surrogate in vece delle azioni vere, e reali le da noi finte, ma eguali, ma equipollenti, deggiono di conseguenza nascere similissimi gli effetti. E ciò altro non vuol dire se non se, che posta la gran Maestra in quelle circostanze, che da noi le vengon prescritte, non opererebbe diversamente da ciò, che in fatto opera, quantunque con differenti magisterj.

VII.

E se così è, io trasecolo, che ci sieno de' Matematici, ed in tal figura pretendano di fare una buona comparsa, i quali si sforzano di bandire a tutto potere dalla Dinamica le forze vive, e di spacciarle per inutili in via di metodo, e per invenzioni d'una guasta fantasia. Dovrebbono pur sapere, che queste forze, le quali si concepiscono, ovunque c'è materia, e moto, sebbene passano da massa a massa, ed in mille guise si contemperano, e si modificano, perseverano però sempre invariate, ed immutabili senza ricrescere, ne scemare. Quindi la lor costante conservazione in qualsivoglia incontro ci somministra una legge capitale, ed un principio irrefragabile, che si applica con ottimo successo ai problemi meccanici, ed è immune da qualsisia suspezione di paralogismo, siccome quello, che dipende da un altro anteriore, ed originale assioma, che stabilisce la necessaria uguaglianza fra la cagione piena, e l'effetto intiero. Quì di passaggio si noti, che, attese le premesse avvertenze, il pronunziato dee verificarsi, quand' anco le cause immaginate si confrontano cogli effetti reali: altrimenti sarebbe impossibile, che due azioni disuguali, e l'una mal collocata in luogo dell'altra ad un pari effetto corrispondessero.

L'incomparabile Signor Giovanni Bernoulli ci ha suggeriti due metodi, uno da lui chiamato diretto, e si vale de' nostri principj meccanici, e l'altro indiretto, che alla conservazione delle forze vive si appoggia. E per farci toccar con mano, che amendue perfettamente vanno d'accordo, si è preso il pensiero di sciogliere alcuni astrusi problemi

per

per la doppia ſtrada, onde paleſe appariſſe la congruenza, e ſi metteſſe fuor d'ogni dubbio, che le predette forze vogliono miſurarſi giuſto la ſentenza del Leibnizio. Il P. Vincenzo Riccati ne ha aggiunto un terzo dedotto da più chiari, ed immediati principj, ed è quello delle azioni aſſai più ſemplice, e più fecondo, che piglia di mira il vero modo di operare uſato dalla Natura, e da cui, ſiccome corollarj, i due menzionati artifiziali derivano. Chi ſi compiaceſſe di ſervirſi del ſecondo metodo, conforme è ſtato praticato dal Signor Daniele Bernoulli nella ſua Idrodinamica, proceda con ſomma circoſpezione, e ſtia ben inteſo ad accertare diligentemente la quantità delle forze primitive, e qualmente in produrre parecchj effetti bene ſpeſſo s'impieghino, e ſi dividano; concioſſiachè, tranſandata per inavvertenza una qualche notabile circoſtanza, ſi cade in errore, e ſi perturba la debita analogia fra la cagione, e l'effetto.

VIII.

Contro i raccordati due canoni anno gravemente peccato i Seguaci del Carteſio; ed io mi accingo a provare, che la loro ipoteſi intorno la miſura delle forze vive è totalmente inetta ad eſplicare il triviale fenomeno concernente le comunicazioni del moto fra i corpi perfettamente molli, ed elaſtici. Abbiaſi (Fig. 11.) la palla A animata dalla velocità U, che dia petto nella B coſtituita in quiete, ed ambo ſiano di mollezza fornite. Ognuno ſa, ſe non altro per i replicati eſperimenti iſtituiti ne' pendoli, che dopo il congreſſo procederanno eſſe palle di conſerva colla celerità comune eſpoſta per $\frac{AU}{A+B}$, la quale moltiplicata nella ſomma delle due maſſe $A+B$ ci mette anzi gli occhj la quantità iniziale del moto AU, che ſi mantiene intatta, ſeguita la colliſione. All'incontro la forza viva, che riſiede da principio nella ſfera A, deeſi giuſto i Leibniziani eſprimere per $\frac{AU^2}{2}$, e quella delle due ſfere, che camminano con pari paſſo, per $\frac{A^2U^2}{2A+2B}$, e conſeguentemente la forza primitiva ſarà maggiore della partecipata, che ſi conſerva, in ragione di $A+B:A$. Quì ſi fanno forti gli Avverſarj, e pretendono, che nel ſecondo caſo la cauſa ſuperi di gran lunga l'effetto; laddove nel primo tra la cauſa, e l'effetto rinviene una preciſa uguaglianza. La forza viva dunque va miſurata dalla quantità del movimento AU, e non dal prodotto $\frac{AU^2}{2}$ della maſſa nel ſemi-quadrato della celerità.

Ma appunto ſiamo nella circoſtanza, in cui la forza originale in un doppio effetto ſi ſpande. Una parte ſe ne impiega nel moto locale delle due ſfere, e l'altra nello ſcambievolmente ammaccarle. E ſiccome que-

questa colpevole ommissione degli Avversarj sconcerta da capo a fondo la lor mal fondata sentenza; così salda le partite a favore del Leibnizio. Ridotto il computo trovo, che la porzione della forza primordiale, che passa in morta, e nella contusione si perde, mi viene rappresentata dalla magnitudine $\frac{ABU^2}{2A+2B}$; e da ciò deduco, che l'iniziale $\frac{AU^2}{2}$ sta alla viva residua, che nelle due sfere sussiste, come $A+B:A$, ed alla morta, che nelle ammaccature si consuma, come $A+B:B$; e che conseguentemente le due forze derivate dalla primitiva sono in ragione delle due masse $A:B$.

Mi è sempre paruto uno strano paradosso l' asserzione adottata da Cartesiani per sostenere a tutto costo una falsa teoria: ed è, che nella mutua contusione non s'impieghi qualsisia grado di forza; onde non nasca l'inconveniente, che il doppio effetto superi l' energia della propria cagione. Così o dassi un effetto fisico senza causa, ovvero una sola causa è valevole a generare due effetti, quantunque il suo vigore da un solo d'essi vegna totalmente assorbito. Se i nostri globi A, B con pari quantità di moto s'incontrano, e le velocità opposte sono in ragione inversa delle masse, i mobili in un batter d'occhio si fermano; non perchè sieno corredati di forze uguali, ma perchè, come ha notato lo 's Gravesande, nel vicendevolmente comprimersi ci mettono tempi eguali, e nello stesso istante l' una, e l'altra forza si estingue, e cessano entrambe le azioni. Quindi non ci resta altro segno delle forze consunte fuorchè le ammaccature, nelle quali non avendosi a perder forza, convien dire, che senza lasciar effetto di sorta, siccome equivalente ad un puro nulla, le due forze giusto gli Avversarj eguali, e contrarie reciprocamente distrugganssi. Io non capisco, qualmente le due palle nell'atto del congresso mutino figura, e stato, per guisa che le particelle componenti abbandonano un sito per occuparne un altro, ed i movimenti a parte non seguono la direzione de' principali, ma vanno di traverso alto, e basso, a destra, e a sinistra, ed anco al rovescio; e poi si abbia coraggio di affermare, che in cotali fisiche operazioni nulla spenda di forza.

Potrei dimostrare la verità stessa con una spezie di comunicazione di moto, che si fa per via d'attrazione; quando cioè un corpo animato da una data celerità si strascica dietro per mezzo d'un elastro frapposto un altro corpo, che si parte dalla quiete. Succede, che il movimento non passi da mobile a mobile, se la molle non soffre una distensione, la quale a poco a poco si aumenta, fin a tanto che le due masse camminano con una pari velocità; ed allora la comunicazione del moto si è fatta giusto le regole de' corpi molli. Chi dirà mai, che nel distraere l'elastro non s'impieghi una porzione della forza primitiva? Ciò ottenuto, comincierà a corrugarsi la molla, e si ridurrà in progresso alla sua natural dimensione, nel qual caso i mobili procederanno per un istante secondo le leggi de' corpi perfettamente elastici. Ne quì finirà il giuoco, imperocchè l'elastro seguiterà a rannicchiarsi,

ed

ed arrivato al maggiore riſtrignimento determinato dalle circoſtanze, tornerà in campo la partecipazione del movimento conveniente ai corpi molli, e dilatandoſi nuovamente la verga, quella, che compete agli elaſtici, e nelle poſizioni intermedie avrà luogo la diſtribuzione confacente ai ſolidi corredati d'imperfetta elaſticità. In ſomma fa d'uopo por mente, ſe la forza ſtaſſi tutta raccolta nelle due sfere, o pure una qualche parte ſe ne addoſſa all'elaſtro, e s' intenderà chiaramente, che del pari nelle mutue contuſioni, e nei coſtipamenti, e nelle diſtrazioni della molla ſi ſpende forza; e che, ripudiata la ſentenza dei Carteſiani, conviene attenerſi alla Leibiniziana, in cui ſi mantiene intatta l'uguaglianza fra la cagione, e gli effetti.

Io non ſo, coſa ſieno per riſpondermi gli Avverſarj, ſe farò loro toccar con mano, che una data quantità primitiva di moto, adottati à loro principj, può generarne un altra o maggiore, o minore, aggiunti i movimenti coſpiranti, e ſottratti i contrarj. Giunte che ſiano le noſtre palle a procedere con pari velocità, onde in eſſe riſieda una quantità di moto equivalente all' iniziale, e mentre la molla ſoffre il maſſimo ſtiramento, ſi ſtacchi eſſa, e da un capo ſi raccomandi ad un corpo immobile, e dall' oppoſto vi ſi appicchi una terza maſſa; egli è certo, che, riſtrignendoſi la verga elaſtica fino a ridurſi alla ſua nativa miſura, l'ultimo globo da eſſa ſollecitato ſi partirà dalla quiete, ed acquiſterà una determinata quantità di moto. Abbiamo dunque tre ſolidi tutti e tre dalla lor particolar quantità di movimento animati, che raccolte in una ſomma altronde certamente non derivano ſalvo che dalla primitiva. E perchè il terzo corpo, come meglio mi aggrada, ſi può far progredire riſpetto a' due primi o a ſeconda, o a ritroſo, ne ſegue, che unite inſieme le tre forze parziali ſuperino l' iniziale, e s' abbia più effetto che cauſa; ovvero che all'incontro, ſottratta l'ultima dalle due prime, s'abbia più cauſa, che effetto. Nell'uno, e nell'altro caſo non ſi ſcanſa l'aſſurdo.

IX.

Peggio ancora ſi portano i mantenitori della volgare opinione, qualunque fiata accomodano le loro prevenzioni al comunicamento de' moti fra corpi di ſquiſita virtù di molla dotati. Queſti dopo l'urto camminano per un breviſſimo tratto congiunti, e con pari velocità a guiſa degl'inerti, ed appunto in quell'iſtante, che ſta di mezzo fra il coſtipamento, e la reſtituzione. E chi poteſſe impedire con qualche ordigno, che non ſi rimetteſſero, nel loro viaggio non cangerebbero ſtile, ed avanti, e ſeguita la percoſſa, in eſſi perſevererebbe la ſteſſa quantità del movimento. Si ſono accorti gli Avverſarj ammaeſtrati dall'eſperienza, che nella lotta de' ſolidi elaſtici qualche coſa di vantaggio ci ſi richiede, e perciò an inventata una ſpezie d'energia, cui danno nome di ſorza del colpo, eſprimendola per la grandezza $\frac{2\,A\,B\,U}{A+B}$, e col ſoccorſo di eſſa ſi luſingano di ſaldar le partite. Qui mi faccio ad interrogarli

con

con qual preciso criterio l'abbiano determinata di tal misura, e non più debole, o più gagliarda? Per me penso, che non vadano esenti da una manifesta petizion di principio. Erano convinti dalle dimostrazioni dell' Ughenio dedotte dall' unico principio del moto traslato, che la palla B, compiuta la collisione, procede in figura di elastica colla velocità $\frac{2AU}{A+B}$ doppia di quella, che le compete in qualità di molle, e che conseguentemente dall' azione degli elastri si duplica nella massa B la quantità del movimento. Inoltre appo costoro è massima certa, che una molla posta fra due corpi comunica ad ognuno d' essi una pari quantità di moto, e divide ugualmente in due la sua forza. Nel caso nostro la metà, siccome contraria di direzione, contrasta col globo A, e l'altra metà, siccome cospirante, si aggiugne al globo B. Per la qual cosa gli Avversarj intesi a sostenere ad ogni patto la lor sentenza doveano necessariamente esporre la forza del colpo per la magnitudine $\frac{2ABU}{A+B}$.

Nell'atto stesso, in cui i solidi A, B affetti dal moto locale progrediscono per un momento di conserva con quantità di movimento pari alla primitiva, e di conseguenza intiera si mantiene in essi la forza iniziale, sbuca fuori non si sa donde la novella inaspettata forza della percossa, che dee indispensabilmente precedere la restituzione delle molle, e crearsi, e pullulare dal nulla in grazia di salvare i fenomeni, che si osservano nel congresso de' corpi elastici. Se si dà mano alla verità, e si ammette, che nel formar la contusione una qualche parte della forza primitiva si perde, si potrebbe dopo d'averla determinata passar oltre, ed asserire, che questa nel rimettersi fa tutto il giuoco. Ma ciò non giova, attesochè rivolta la mira ai corpi perfettamente molli, ne' quali dopo l'urto la primiera quantità del moto senz'alcuna diminuzione si conserva, aggiugnendoci l' altra, che nell'ammaccatura si spende, sarebbe di mestieri, vogliasi, o non vogliasi, confessare, che l'effetto eccede di gran lunga la virtù della propria cagione.

Cresce il disordine, qualora si riflette, che bene spesso la forza parziale della percossa supera la totale, da cui certamente riconosce l'origine. Questa sta alla forza del colpo come $AU : \frac{2ABU}{A+B}$, o sia in ragione di $A+B : 2B$; dunque se porrò $A=B$, le predette forze saranno pari, ed il tutto eguale alla parte; ed assunta B maggiore di A, avremo $A+B$ minore di $2B$, e di conseguenza il tutto più piccolo della sua parte. Io resto sopraffatto, qualmente i dotti Avversarj possano ingojare sì fatti assurdissimi assurdi. Ma badando eglino soltanto alla corteccia, guari non si curano di penetrar nel midollo; e delusi da alcune superfiziali congruenze, non si sono mai accorti, che le lor posizioni non si accordano colla strettissima corrispondenza, che dee passare fra le cagioni e gli effetti.

Mi si fanno incontro col dire, che compiuta l'azione, le cose a buon segno riduconsi, imperciocchè la quantità primitiva del moto sussiste la stessa anco dopo il ribattimento. Non basta guardare il soggetto da due soli lati, e ricorrere semplicemente ai limiti estremi, dissimulando accortamente i casi intermedj. Il bello si è, che la menzionata forza del colpo si esclude nel congresso de' corpi molli, siccome sovrabbondante, e si ammette in quello degli elastici, siccome necessaria. Mutate non già le masse, non la velocità, nè tampoco la forza cartesiana, ma solamente la tessitura, e l'indole dei solidi, saltano fuori forze tali, che vincon d'assai le cagioni, onde traggon l'origine. Intanto se la prima quantità del moto $= AU$ dee sussistere invariata, compiuta la comunicazione del movimento o fra le masse inerti, o fra le elastiche, ne segue, che la forza della percossa, la quale si aggiugne in grazia delle molle, che si rimettono, dee svanire, ed andar in nulla ad oggetto che non si turbi l'eguaglianza fra la cagione, e l'effetto.

Diamo un occhiata all'economia della distribuzione. Primieramente mezza l'energia del colpo esposta per $\frac{ABU}{A+B}$ si addossa al mobile B; il quale viaggiando, durante un momento in figura di molle colla quantità di moto $= \frac{ABU}{A+B}$, ne riceve altrettanta dalla virtù della molla, e si trova guarnito di doppia velocità, e di doppia forza terminale. L'altra metà della forza dell'urto diretta in senso contrario si oppone alla palla A; dovrà dunque distruggersi o in tutto, o in parte, annientando altresì una porzione eguale di forza, che in essa palla risedeva. Per la qual cosa dalla quantità del moto della massa A procedente colle regole de' corpi inerti $= \frac{A^2 U}{A+B}$ sottratta mezza la forza della percossa, avremo la residua, da cui dopo l'espansione degli elastri viene animato il globo $A = \frac{A^2 U - ABU}{A+B}$, alla quale aggiunta quella del solido B, risulterà $\frac{A^2 U - ABU + 2ABU}{A+B} = \frac{A^2 U + ABU}{A+B} = AU$.

In tal guisa la teoria risponde puntualmente ai fenomeni; ed i Cartesiani si tirano facilmente d'impaccio col prima creare a lor talento la forza dell'urto, e poi coll'annichilarla. So ancor io, che tanto aggiugnendosi sul principio quanto si toglie nel fine, i conti si pareggeranno. Ma per far toccar con mano, che la difficoltà in tutto il suo vigore persiste, rifletto, che camminando le sfere A, B per un infinitesimo spazio colla regola de'corpi molli, allora se ne sta oziosa la forza del colpo, e non ritarda la palla A, e non accelera la B; e così riposa per un istante addossata alle resistenze, che si sono vinte nella scambievole compressione d'amendue i corpi: altrimenti come mai potrebbe da se stessa nascere nella restituzione degli elastri? Abbiamo dunque tre quantità di moto, o tre forze distinte, una, che risiede nel mobile A

$A = \frac{A^2 U}{A+B}$, l'altra nel mobile $B = \frac{ABU}{A+B}$, e la terza, che ci espone l'impeto della percossa $= \frac{2ABU}{A+B}$, le quali raccolte in una somma, e paragonate coll'iniziale $= AU$, ad essa rispondono coll'analogia $A+3B$: $A+B$, e conseguentemente la superano per la doppia magnitudine B, non mantenendosi ferma la debita uguaglianza fra i tre effetti prodotti, e l'unica cagione producente.

Arroge, che la tante volte nomata forza del colpo non si dilegua in un baleno, ma passo passo, ed in un tempo, che sebbene fisicamente minimo, ed inosservabile è però finito; perchè la Natura non muove un salto dall'uno all'altro estremo. Se dunque la metà di essa forza ne distrugge gradatamente altrettanta, che risedeva nella massa A, le forze, che successivamente, e a poco a poco vicendevolmente si elidono, erano per così esprimermi innestate ne' mobili A, B; conciosiacchè il nulla non contrasta col nulla. Per la qual cosa c'era tutta la forza della percossa sul cominciare del ribattimento; e perchè tutta in un momento non perisce, ma per gradi convien dire, che in progresso parte di essa si mantenga nell'atto medesimo di minorarsi, fin a tanto che, restituite le molle al suo naturale stato, onninamente si consuma. In questo mentre i Cartesiani avrebbono bisogno da un lato, ch'ella operasse in grazia di metter a coperto le leggi della comunicazione del moto fra i corpi elastici, e dall'altro che non ci fosse, imperciocchè colla sua presenza fa sì, che la quantità del movimento alle due masse partecipata non è pari all'iniziale, se non se dopo terminata la riflessione: dunque sono costretti a contraddirsi, o ad abbandonare la propria sentenza.

La teorica del Leibnizio non è soggetta a cotali disordini, ed in tutte le conseguenze ottimamente si regge. Quella forza, che nella mutua contusione si spende, è la medesima, che rinasce, e passa di morta in viva nel rimettersi delle molle, e vuole distribuirsi in proporzione reciproca delle masse; perchè ivi con più vigore si adopera, dove trova minor ostacolo. Non siamo necessitati ad ammettere il paradosso, che forza distrugga forza senza produrre alcun effetto in Natura. Ciò che più importa si è, che in qualunque circostanza o di limiti, o intermezza, o ridotta a termine la comunicazione del movimento, o sol tanto incoata, e non per anco perfezionata, in qualsivoglia natura di corpi o inerti, o dotati di perfetta, o imperfetta elasticità, computate però le ammaccature, interverrà sempre, che si rinvenga nelle masse A, B un aggregato di forze precisamente uguale alla primitiva $\frac{AU^2}{2}$, da cui era affetta la sfera A anteriormente ad ogni azione. Ed in ordine a ciò non metterà mai eccettuazione alcuna all'assioma, che stabilisce l'inviolabil egualità fra le cagioni, e gli effetti. Chi poi attribuisse anco al solido B la sua particolar velocità o cospirante, o contraria, potrebbe dedurne le medesime conseguenze. E per evitare il tedio de' cal-

coli, basterebbe, che collocasse ambo i corpi in una navè procedente colla celerità della massa B in senso opposto; conciossiachè altro non avrebbe a fare, salvo che aggiugnere alle volocità superiormente determinate, dalle quali dopo il congresso sono animati i globi A, B, la celerità positiva, o negativa del vascello.

Parmi, che siasi detto a bastanza intorno le forze vive. Si è discusso, qual idea abbiamo a formarsene: si è provato, che sono puri concepimenti mentali surrogati in cambio delle vere azioni della Natura; ovvero effetti ben accertati sostituiti in vece delle reali cagioni, salva sempre l'indispensabile equivalenza. Si è fatto vedere, qualmente vadano misurate per non cadere in errore; e finalmente si è stabilito un canone generale in Fisica concernente la lor immutabile conservazione. Io nulla badando alle dicerie degli Avversarj profitterò delle verità scoperte, e non metterò più mano in questa nojosa controversia.

ANNOTAZIONE PRIMA.

Negli assiomi, che servono di base alle Scienze, tre condizioni ci si richiedono. Deggiono essere generali senza eccettuazione; evidenti fuori d'ogni esitanza; e fertili di conseguenze. Da alcuni per altro certissimi, come una cosa non può nel tempo stesso esistere, e non esistere; il nulla non è fornito di qualità; e da altri di simil tenore troppo astratti, e poco fecondi non si trae guari profitto, e vengono soltanto ad uso, quando si tratta di convincere qualche intelletto caparbio col ridurre i suoi falsi divisamenti ad una manifesta contraddizione. Sebbene il metodo indiretto, che porta la cosa all' assurdo, per lo più non va a terminare in sì fatte remotissime verità; e ne abbiamo in pronto i frequenti esempj somministratici dalle matematiche Discipline.

Le dignità più prossime, più familiari, e che per la loro fecondità si rendon pregevoli, vicendevolmente si rischiarano, e l' una all' altra si appoggia. Cercando la germana estimazione delle forze vive, mi ha fatto scorta il pronunciato, che statuisce la perfetta uguaglianza tra la causa piena, e l' effetto intero. Io non mi sarei mai immaginato, che uomini di maturo senno potessero richiamar in dubbio una verità così splendida. E pure li Signori Mairan, e Martini si sono dati a credere, che non abbia luogo nella composizione, e nella risoluzione delle forze, mal confondendo le potenze colle azioni. Nè meglio si sono adoperati i Francesi, e gl' Inglesi, i quali veggendo, che le quantità del moto, per cui eglino misurano le forze vive, non corrispondevano ai fenomeni, e spezialmente alle fosse scavate nella materia cedente dalle palle del Signor Marchese Poleni, sono ricorsi ad un sutterfugio, avvalorando gli uni col tempo le azioni, e gli altri all' opposto le reazioni. In tal guisa coll' introdurre a contrattempo o per una parte, o per l' altra un elemento straniero, ignorandosi bene spesso la misura dei tempi, si perde di vista la causa, e l' effetto. E quand' anche ci vada fatto di accertare in qualunque caso la durata dell' azioni, e delle reazioni, la cosa cammina al rovescio di ciò, che pensano gli Avversarj; per-

perchè non si tien salda la debita corrispondenza fra le cagioni, e gli effetti. Leggasi da capo a fondo il quarto Dialogo del P. Riccati, in cui per tutti i versi ha maneggiato il soggetto.

Io non credo, che i buoni Filosofanti fossero mai per giugnere a tale di negare apertamente i primi originali principj: anzi so, che se ne vagliono alle occasioni, nè ponno fare altrimenti giusto il famoso detto di Archimede, dic ubi consistam. *Da due capi secondo me derivano le innavertenze, che si tiran dietro le contraddizioni. O per arrivare tosto alla meta delle ideate ricerche si va di salto, e perduta la traccia delle legittime illazioni, si dà di petto nell' impossibile: ovvero si pongono in dimenticanza le verità primitive per avanti stabilite, e nel calore della disputa ad altro non si bada, fuorchè a difendere a qualunque patto la propria, e tal volta assurda sentenza. Mi è sovente accaduto, nello svolgere le opere de' Scrittori più famosi, di leggere in poche pagine proposizioni diametralmente contrarie, dedotte da pronunziati affatto opposti, secondo che si tentava di soddisfare ora ad uno, ed ora ad un altro fenomeno senza prendersi alcun pensiero di conservare almanco la uniformità della dottrina. Qualche saggio già se n' è dato, e basta, che i Lettori dagli esempj altrui siano ammoniti a più cautamente filosofare.*

S' io volessi confermare il premesso assioma, mostrandone la congruenza con altri analoghi forniti di pari perspicuità, direi, che ci ha la sua parte il canone dell' indifferenza. Conciossiachè essendo infinite le proporzioni di maggiore, e minore inegualità tra la cagione generante, e l'effetto generato, e ciò, che più rileva, del pari possibili, ed onninamente indeterminabili, qual motivo può mai allegarsi, che una sola ad esclusione dell' altre tutte ugualmente privilegiate faccia all' improvvista la sua particolare comparsa? Egli è dunque evidente, che l' unico rapporto d' uguaglianza tra la causa, e l' effetto si concilia colla indifferenza. Aggiugnerei, che se la cagione, la quale per l' ipotesi nell' operare tutto il suo vigore ci spende, superasse l'effetto prodotto, o ne restasse superata, converrebbe affermare, che quella porzione di forza, che nella causa non sussiste, e nell' effetto non si trasfonde, in nulla si dileguasse; o pure che quel di più, che si rinviene nell' effetto, e nella causa non c' era, si creasse dal nulla. E così si darebbe di penna all' antichissimo assioma

Ex nihilo nihil, in nihilum nil posse reverti.

Per le quali cose le tre raccordate dignità si uniscono, e sto per dire s' incorporano; di modo che assunta una d' esse a piacimento in qualità di principale, e non saprei a qual dare la preferenza, le altre due siccome corollarj spontaneamento ne nascono.

ANNOTAZIONE SECONDA.

Sull' ultimo pronunziato mi fermo alquanto considerandolo prima in se stesso, e poi nelle sue conseguenze. Non c' è stata Setta tra vecchj Filo-

so-

sofanti, che non l'abbia senza esitazione adottato; e su questa base an fabbricati i lor sistemi di Fisica, avvegnachè si sieno incamminati per differenti, e talvolta opposti sentieri. E perchè da esso anno concordemente dedotta l'eternità della materia o messa in moto dal primo Motore per sentimento d'Aristotele, o ordinata da una Mente provvida giusta l'opinione degli Stoici, ovvero regolata dal caso secondo Epicuro, o pure diretta da una fatale necessità conforme Stratone; questa illegittima conseguenza ha posto in guardia i nostri Maestri in Divinità, ed ha lor dato motivo di limitar l'assioma, ammettendolo per vero, quando si usano semplicemente le forze finite della Natura, ed escludendolo siccome falso, qualora vi s'impiega la possanza infinita del supremo Autor delle cose.

A suo luogo io proverò, che il Mondo non può essere stato prodotto se non se per via di creazione. Per ora non arrivo a capire, qualmente il nulla sia il fecondo subbietto da cui si cavano gli enti; conciossiachè, se al niente non compete qualità di sorta, o per meglio esprimermi alcuna escogitabile realità, egli è evidente, che mal si fonda sul nulla qualunque essere corredato di proprietà vere, e reali. Quando dunque si dice, che Dio ha estratto l'Universo dal niente, la proposizione ha un ottimo senso; cioè che ciò, che comincia ad essere in forza della creazione, prima non c'era, e che la cosa creata, e dal suo Facitore distinta non è un pezzo di Divinità, conforme asseriscono gli Spinosisti. Se poi la proposizione stessa si porta un passo avanti, quasi che Dio siasi servito del niente, siccome d'una miniera inesausta, donde habbia cavate le creature; parmi, che l'espressione possa essere più chiara, e più sincera, dicendo, che tutto ciò, ch'esiste fuori di Lui, l'ha tirato Egli dal tesoro delle sue idee, e dal fondo della sua Onnipotenza. In fatti qualsivoglia cosa ha per base della sua essenza un qualche Divino attributo. Intanto la materia è estesa, in quanto Dio è immenso; e la Mente umana è consapevole di se medesima, e libera, perchè in Dio risiede un'infinita conscienza, ed una infinita libertà. Non ci darà dunque noja l'illazione de' Fisici Greci, che se dal nulla non si genera salvo che il nulla, la materia deggia supporsi eterna, qualunque volta si rifletta, che tutte le cose traggon l'origine non mica dal niente, ma bensì dal potere, e dalla volontà d'un Ente infinito, ed eterno. Ne ci si richiedeva di meno per farle fare l'immenso passo dal non essere all'essere.

In questo mentre un acutissimo Geometra, ed è l'Ab. D. Guido Grandi, si è dato a credere, che il niente replicato infinite volte si renda atto a produrre una qualche cosa. Sin a tanto che stiamo dentro i confini del finito, per quanti zero in una somma si congiungano, non fanno mai altro che zero. Ma quando l'operazione all'infinito si stende, l'aggregato d'innumerabili nulla si trova essere uguale ad una data quantità. Nè desume egli la pretesa dimostrazione dalla grandezza $\frac{1}{2}$ *esposta per la frazione* $\frac{1}{1+1}$, *nella quale istituita colle regole note una iterata divisione, che mai a fine non si riduce, mi si presenta la serie composta di termini infiniti*

$$(A)\quad 1-1+1-1+1-1+1-1+1-1 \text{ et cet.} = \frac{1}{1+1}$$

Ognu-

Ognuno comprende, che la progressione (A) *continuata senza limite contiene in se stessa infiniti nulla, essendo che* $1-1=0$, *e pure la sua somma totale non è già zero, ma una magnitudine determinata* $=\frac{1}{2}$. *Per la qual cosa il nulla preso infinite volte ci dà una grandezza finita, e media in ragione aritmetica fra il nulla, e l'unità.*

Quanto il discorso è ingegnoso, altrettanto è fallace, perchè si tira dietro delle insanabili contraddizioni. E vaglia il vero; assunta la frazione $\frac{n}{1+1}$, *col solito metodo ne formo la serie*

(B) $n-n+n-n+n-n+n-n$ et cet. $=\frac{n}{1+1}$.

E giacchè si verifica l'equazione $1-1=n-n$, *o sia* $1+n=n+1$; *ne segue, che, prorogate del pari all'infinito amendue le progressioni* (A) (B), *tanti nulla nè più nè meno conterrà la prima, quanti la seconda. Ma sta in mio arbitrio dinotare per la spezie* n *qualsisia quantità finita, o infinitamente grande, o piccola d'ogni genere; dunque gl'infiniti zero saranno eguali a norma della supposizione, che mi piacerà d'eleggere, a grandezze tali, che fra loro si risponderanno non solamente in qualunque assegnabile proporzione, ma di più in una o per un verso, o per l'altro infinitamente lontana. Forse un nulla è maggiore, o minore anco infinite fiate d'un altro nulla: o pure un aggregato d'innumerabili zero costituisce una magnitudine variabile, ed incostante, ed assurda* $=\frac{n}{2}$, *che all'infinito si aumenta, e si diminuisce, e che del pari si adatta a tutte le possibili ipotesi?*

Il paralogismo consiste in ciò, che il lodato Scrittore ha fatto uso d'una serie tra quelle, che dagli Analisti si chiamano parallele, dalle quali, come altresì dalle divergenti nulla ci vien fatto di conchiudere. E la ragione si è, che per quanto si vada avanzando nella progressione, non succede mai, che i termini susseguenti possano trascurarsi, siccome incomparabili cogli antecedenti; la qual proprietà alle sole serie convergenti si compete. Nelle nostre parallele (A) *ovvero* (B) *si ravvisa una viziosa uniformità; imperciocchè e sul bel principio, e a mezzo, e per quanto si proceda all'infinito, s'io mi fermo su i termini dispari, mi si presenta l'unità, o generalmente la quantità* n: *ed all'incontro s'io faccio pausa su i pari, la somma è sempre zero; laonde il valore della frazione* $\frac{n}{1+1}$ *posto fra i limiti* n, *e* o *col sommare la premessa inutile progressione non può determinarsi.*

ANNOTAZIONE TERZA.

Restituita al nostro pronunziato la sua contrastata evidenza, m'inoltro ad investigare, che uso se ne abbia fatto, ed osservo, che dall'essere stato pre-

preso o più ristretto, o più largo tirano la lor origine le principali Sette degli Antichi Filosofanti. Metto la materia per universale principio di tutte le produzioni, e primieramente me la fingo con Aristotile spogliata di qualsisia proprietà, che si ravvisa nei misti, e che di più in essa non si rinvengano nè sostanza, nè qualità, nè quantità. La sua natura semplicemente consista nell' essere il comune subbietto di tutte le forme, le quali dalla sua potenza come da radice germoglino, e siano da essa realmente distinte, conforme c' insegnano per la maggior parte i Peripatetici. Posto ciò, bisogna farsi a considerare, se le forme nel loro essere compiute abbiano una congrua proporzione con quella entità imperfettissima, dal cui seno scaturiscono, ed a cui si dà il nome di materia prima, la quale è una pura potenza, un non so che di mezzo fra l' essere, ed il nulla, e che, per servirmi della frase di S. Agostino, solamente ignorando intelligitur. *Capisca chi può, qualmente le innumerabili proprietà, di cui vanno adorne le sostanze da un fondo tanto meschino, e povero estrarre si possano. Gli Aristotelici dunque oltre il dovere anno estenuato l' assioma, contentandosi, che una metafisica astrazione serva di base a tutta la varietà de' composti; attalchè per suo mezzo si metta a coperto il gran principio, che le cose dal niente non si producono.*

Con assai maggior circospezione del menzionato assioma si valsero gli Epicurei. Avendo eglino ammesse ne' loro atomi omogenei nella sostanza alquante affezioni parte simili, cioè la durezza, ed il moto, e parte dissimili, cioè la grandezza, e la figura, si credettero, che la sola differente combinazione delle particole elementari fosse sufficiente a spiegare tutti i naturali fenomeni. Ed in fatti se tra gli atomi se ne trovano de' più grandi, e de' più minuti, de' lisci, e de' scabri, de' rotondi, e degli uncinati; e fra composti altri più densi, ed altri più rari a causa del vuoto interserito, non è malagevole impresa il render ragione di moltissime fisiche apparenze. Il punto sta, che siamo costretti a fare il gran salto, e a confessare, che dagli atomi privi di senso, e di cognizione col semplicemente accozzarli insieme nascano le sensazioni, ed i pensamenti. Ben è vero, che il Celebre Pietro Gasendo da questa, e da altre mostruose opinioni ha purgato il Sistema d' Epicuro, il quale illustrato, e corretto può camminar del pari colle più plausibili ipotesi.

Faccio passaggio ai Capi di Setta, che persuasi, non potersi con un solo principio omogeneo di parti similiari composto soddisfare a tutte le operazioni della Natura, ne anno ampliato il numero, mettendone chi più, chi meno a misura de' loro divisamenti. Raccordo per ora i quattro elementi di Empedocle adottati da Aristotile siccome secondarj, ed avverto generalmente, che quanto più si aumenta la copia delle sostanze primordiali, tanto maggiormente viene a ristrignersi il prefato assioma. Ad esso niuna limitazione arrecherà certamente l' omeomeria di Anassagora, che mal confondendo i principj coi fenomeni voleva, che nulla mai di nuovo si generesse

In guisa tal, che il generar le cose
Solamente consista in separarle.
Dal comun Caos, ed accozzarle insieme.

Ap-

Appoggiava Costui, se mal non mi appongo, il suo sistema alla nota esperienza, che di tutto non si fa tutto. Un sasso non è atto a cangiarsi come le vivande in carne, ed in ossa: segno manifesto, che nel sasso non si contengono le particelle d' ossa e di carne, le quali dai cibi, e dalle bevande, che ci servono di quotidiano alimento, opportunamente si separano.

Presentemente mi ristringo a riflettere, che sebbene il Fisico Agrigentino per aprirsi la strada a dilucidare una maggior copia di fenomeni ha messo in vista i quattro gran corpi terra, acqua, aere, e fuoco, che nel nostro globo fanno la principale comparsa: non pertanto la sua ipotesi, come pure tutte le altre di simil tenore, o de' vecchj Maestri, o de' nuovi Chimici riescono manchevoli, ed imperfette. Ci sono molte apparenze, che dalla mescolanza degli elementi, e ne meno dalla separazione de' semi di Anassagora in nissun modo dipendono; e basta il rammentare la gravità, e la virtù elastica, e l' economia de' moti, e delle forze. Secondo me riviene sempre allo stesso il dedurre un effetto da una cagione onninamente aliena, che non ci ha che fare ne molto ne poco, o il farlo nascere immediatamente dal nulla. Coloro, che danno opera alle naturali ricerche, tengansi ben a mente questa capitale verità, per cui impareranno a distinguere i veri dai falsi Filosofanti.

CAPITOLO QUINTO.

Della velocità, e suoi aggiunti.

I.

NOn mi è mai avvenuto d' udire, che coloro, i quali delle sole nozioni comuni si appagano, e di vantaggio non pensano, si mettano a disputare della Natura della quiete, e del movimento. Ognuno sa cosa è velocità, e cosa siano il tempo, e lo spazio, due elementi insieme accoppiati, che la misurano. E perciò, richiamati alla memoria i fenomeni, che ad ogni momento ci si presentano, basta proferire i vocaboli già stabiliti per risvegliarne le idee, i quali meglio ce ne danno contezza di qualunque studiata diffinizione. Certi primitivi, e semplicissimi concepimenti non vogliono distillarsi per i lambicchi d' una raffinata metafisica; imperciocchè bene spesso si convertono in un fumo tenebroso, che ammorza nella nostra mente ogni lume di naturale perspicuità.

Il moto da Aristotile fu definito *actus entis in potentia, quatenus in potentia*. Se io non erro, egli congiunse due intellettuali astrazioni, cioè l' atto per esprimere il moto attuale, che in dato momento sussiste nel mobile, e la potenza per dinotar la successione del moto medesimo: anzi ci aggiunse *quatenus in potentia* per indicare, che

il moto antecedente influisce nel susseguente . Non ostante la cautela da lui usata, io giudico, che la sua scrupolosa definizione sia piuttosto un indovinello; attesochè se la proponessi ad un Filosofo Cinese, costui si darebbe a credere, che ogni altra cosa, fuori che il moto, venisse significata dalle addotte misteriose parole .

Quinci non occorre stupirsi, se da tal foggia di ragionare sieno nate nelle vecchie scuole delle impertinenti quistioni. Appena si può credere , esserci stati fra Dommatici alcuni , cui sia venuto in capo di negare il moto, spacciandolo per impossibile, e per una ingannevole apparenza de' nostri sensorj; e sono pervenuti fino a noi i sofismi di Achille , e della testudine, ed altri parecchj, in cui si facea pompa d'una falsa sottigliezza , e d'un'assurda stravaganza. Per la qual cosa si narra , che il Cinico Diogene , quando sentiva i più rinomati Maestri a piatire caldamente su questo punto, col passeggiare per la scuola rifiutava tacendo le inette gavillazioni.

II.

Più ragionevoli erano le contese mosse sulla continuazione del movimento. Sin a tanto che una forza continuamente applicata accompagnava il mobile, come se le corde spignevano le saette , ci voleva poco a capire, che i corpi sollecitati doveano necessariàmente avanzar cammino: ma quando cessava di operare la causa impellente, non si vedea chiaro lo perchè avessero a proseguire il viaggio, piuttosto che di botto a fermarsi, e ridursi alla quiete. Alcuni si son immaginati, che il fluido, per esempio l'aere, seguitasse a trasportare con seco il solido abbandonato dalla forza agente: ma per rifiutare una tale sentenza basta riflettere, che mentre il mezzo non sia fornito di celerità propia, e giusto una particolar direzione, resiste molto più al movimento del corpo dalla parte anteriore, per cui si fa strada , di quello , che dalla posteriore possa mai avvalorarlo. Altri poi sono ricorsi all'impeto impresso; sebbene nello spiegare, qualmente un impulso incalzi l' altro , ed il moto perseveri senza minorarsi, e senza estinguersi , non vanno guari d'accordo.

Ai giorni nostri sì fatte controversie per buona sorta sono sopite ; ed è una maraviglia, che solo dopo venti, e più secoli di filosofare siasi finalmente scoperta dal Celebre Replero una proprietà passiva della materia impenetrabile da lui chiamata inerzia, e virtù insita dal Cavalier Nevvton . A chi non è noto , che il predetto attributo precisamente consiste nella innata repugnanza di qualunque massa al cangiamento di stato, o pure in una pari ritrosia di passare dalla quiete al moto , o dal minor moto al maggiore, ovvero al rovescio? Ciò vuol significare in poche parole, che, se per vincere la prefata ripugnanza fino ad un certo segno, e non più, ne meno ci si richiede una data speziale azione, per rimettere il corpo nella costituzione di prima indispensabilmente dee porsi in opera una reazione uguale , e contraria .

E se

E se così è: introdotto una volta per qualsisia causa un mutamento di stato, se non s'incontra opposizione, sussisterà esso costantemente invariato, ed il mobile procederà all'infinito in un mezzo non resistente con uniforme celerità. Quì viene a festa il principio della perfetta indifferenza, o sia della negativa ragion sufficiente; conciossiacosachè fra le innumerevoli, e possibili variazioni qual motivo ci può essere, che l'una all'altra si preferisca? Ed ecco donde nasce, messe da canto le più ricercate indagini, la disputata continuazione de' movimenti.

III.

Dopo ciò mi faccio a considerare in quali uffizj concernenti l'economia dell' Universo s' impieghi la semplice velocità, considerata soltanto nelle sue immediate conseguenze. Posto che i corpi di tempo in tempo a' diversi siti non fosser presenti, e passo passo non venissero trasferiti da luogo a luogo, sarebbe onninamente impossibile di assortire un ordinato Sistema. Dall'unirsi, e dal separarsi, che fanno essi corpi, dagli accostamenti, e dalle distanze mutue, in cui tratto tratto si trovano, procedono le differenti innumerabili combinazioni, colle quali gli elementi, e i composti insieme si accozzano, ed introducono nel nostro Mondo una mirabile varietà. Oltre che già si è insinuato, che le velocità sono contrassegni, e conseguenti delle mutazioni di stato; imperciocchè, quantunque bene spesso le potenze colla quiete si accoppino, non si dà pero potenza messa in azione, che in produrre, e accrescere, o pure nel minorare, ed estinguere la velocità non si esercitі. Per la qual cosa il moto, e la quiete sono dal pari indizj di cangiamento di stato secondo le circostanze, e conforme che vi si adoperano le forze agenti, o le resistenze.

Per altro (e gioverà ricalcare le massime raccordate coll'aggiunta di qualche nuova avvertenza per meglio internarsi nel meccanismo della mondana costituzione) nella velocità uniforme copulata eziandio colla massa, onde risulti la quantità del moto, non risiede azione, o reazione, non causa, ed effetto, ed in somma nulla di ciò, che induce una reale mutazione di stato. Ed in fatti cosa perde, o guadagna un mobile per farsi soltanto presente ora ad un luogo, ed ora ad un altro? L' andamento dalla pura inerzia vien regolato, sussistendo invariate la massa, e la celerità, e non ci si ravvisa, salvo che un ideale rapporto di accesso, o di recesso da qualche punto segnato ad arbitrio nello spazio immaginario, ed immobile.

In ordine a ciò qualsivoglia corpo non può essere attualmente impressionato se non se da un solo grado di velocità, e per una sola direzione; imperciocchè sarebbe assurdo, ch'esso nel medesimo istante camminasse più presto, e più lento, e per molte strade. Ben è vero, che noi solamente de' moti relativi abbiamo un'imperfetta contezza: in quanto cioè si fingono de'corpi immoti, che tali in fatto non sono, con cui si confronta, e si misura il viaggio di quel corpo, che da noi si giu-

dica in movimento. Per dar un saggio di queste fallaci apparenze facciasi, che un vascello corra per un rombo di vento con una data celerità, e che nel tempo stesso un marinaro cammini a ritroso da prora a poppa con velocità pari. Costui certamente saprà di muoversi, perchè in tal effetto c'impiega lo sforzo de'suoi muscoli. All'incontro gli spettatori dal lido il vedranno a starsi fermo a causa della contrarietà de' due moti. Anzi colui, che dalla nave è trasportato, scorgendosi sempre a fronte d' un obbietto stabile posto sulla spiaggia, comprenderà di mutar sito rispetto alla barca, ma non relativamente al lito da lui senza esitazione creduto immobile. Che diremo poi, se la nostra Terra giusta l' ipotesi Copernicana, oltre il girare intorno il suo asse, circonda il Sole coll' annua rivoluzione; e di più se l'intero Sistema incessantemente precipita all' ingiù per la linea del piombo, come s' immaginano gli Epicurei? Fa d' uopo confessare, che il rapporto de' movimenti per guisa si complica, che delle velocità reali, ed assolute riferite allo spazio immoto siamo totalmente all' oscuro, e che le relative, le quali piglian di mira uno, o più corpi supposti in quiete, vengono ad uso ne' soli casi più semplici.

IV.

Sin quì ho procurato di calcare le vestigia improntate dalla Natura: ma perchè non si può sempre tener dietro a' suoi reconditi lavori, siamo necessitati bene spesso a chiamar in ajuto i nostri mentali divisamenti. Il sapere degli Uomini, e ciò sia detto per altrui disinganno, consiste nel congiugnere insieme due differenti Sistemi, uno fuori, e l'altro dentro di noi, uno fisico, e l' altro ideale, ma equipollenti, e per così esprimermi accordati all'unisono; onde passo passo nel dedurre in serie le conseguenze camminino di concerto, ed i fenomeni derivati dal meccanismo artifizioso vadano del pari con quelli, che ci vengono messi anzi gli occhj dal naturale. Ciò si ottiene surrogando con aggiustatezza l'equivalente in cambio dell' equivalente. In tali astruse ricerche ci vuole una particolar sagacità, e sopra ogni altra cosa un buon capitale di geometria, e di analisi; perchè altrimenti al Mondo reale se ne sostituisce un fantastico, siccome è accaduto a coloro, che si sono mostrati troppo vaghi, e parziali della maniera ipotetica di filosofare.

Nel premesso combinamento de' moti, che supera la nostra capacità, dobbiamo appagarci del canone generale suggeritoci dal Cavalier Nevvton nel primo libro de' suoi Principj al corollario quarto della legge terza, che colle parole stesse dell' Autore da me si espone. *Commune gravitatis centrum corporum duorum, vel plurium ab actionibus corporum inter se non mutat statum suum vel motus, vel quietis; & propterea corporum omnium in se mutuo agentium (exclusis actionibus, & impedimentis externis) commune centrum vel quiescit, vel movatur uniformiter in directum*. Si dimostra il pronunciato in due, o più masse in uno, o molti

molti piani costituite; ed io semplicemente noto, che questi punti geometrici di equilibrio o stabili, o mobili per linee rette, o curve giusto le varie leggi delle azioni sono soltanto concepimenti del nostro intelletto, e alla Natura non appartengono. Non pertanto dacchè Archimede si valse del centro di gravità nella teorica degli equiponderanti, il qual principio posteriormente a tutti i generi delle potenze si è esteso; dacchè si sono introdotti i centri d' oscillazione, di titubamento, delle percosse, e delle rivoluzioni, la scienza naturale ne ha tratto un considerabil profitto.

V.

Questo non è l' unico lavoro intorno le velocità dai Matematici istituito. Si sono presi il pensiero di misurarle. E giacchè è facile a vedersi, che quanto un mobile cammina più celere, altrettanto percorre uno spazio più lungo in tempo più breve, ne nasce di conseguenza, che le velocità sono in ragione composta diretta degli spazj, e reciproca de' tempi; onde si ha la formola $u = \frac{s}{t}$, da cui per via di due corollarj si cavano le seguenti $ut = s$; $t = \frac{s}{u}$. Ma perchè nella presente costituzione di cose non si dà velocità, che perseveri costante a causa delle resistenze, e dei conati centrali, si è dovuto movere un nuovo passo, adattando l' espressioni generali alle celerità variabili. Si sono dunque assunte le quantità infinitesime, e si è avvertito, che un corpo procede con moto uniforme per il minimo spazio ds nel minimo tempo dt; imperciocche l' inassegnabile differenza di velocità $\pm du$, che acquista, o perde in tal circostanza, svanisce a fronte della velocita finita u. Quindi ripetuto il premesso discorso, che ha luogo ne' moti equabili, ci si presentano le tre analoghe equazioni $u = \frac{ds}{dt}$; $udt = ds$; $dt = \frac{ds}{u}$, delle quali si fa tanto uso nella Dinamica.

Appresso niuno dubita, che le velocità derivino, e dipendano dalle azioni. Bisogna dunque cercare con qual mutuo rapporto si corrispondano, e per qual funzione delle azioni abbiano ad esprimersi le velocità. Già si è provato, che la potenza moltiplicata nella flussione dello spazio, e non mica del tempo, è la vera misura dell' azione elementare: ma per il canone delle forze continuamente applicate hassi, non contraddicente chi che sia, $fds = mudu$; dunque integrando $2\int fds = mu^2$, ed estratta la radice prima $\frac{\sqrt{2\int fds}}{\sqrt{m}} = u$. Per la qual cosa le velocità sono in ragione composta diretta sudduplicata della doppia azione, ed inversa altresì sudduplicata della massa. Passando poi alla quantità del moto, troviamo $\sqrt{m} \times \sqrt{2\int fds} = mu = \int fdt$: formola per cui le azioni da' Cartesiani si espongono.

E quì

E quì di paſſaggio ſi noti, che la forza ſollecitante f non ha punto che ſare col tempo, al quale è ſtata gratuitamente applicata. Ha bensì uno ſtretto rapporto con qualche funzione degli ſpazj; e ce ne ſomminiſtrano gli eſempj le potenze centrali, le magnetiche, ed anco le elaſtiche, e le elettriche, quantunque meno conoſciute. E ſe non ſi adempie un tal requiſito, non c' è modo di ſviluppare l'equazioni $fds = mudu$, o pure $fdt = mdu$, in cui ſi meſcono tre incognite, e ſiamo fuor di ſperanza di maneggiare la teorica delle forze acceleranti, eccettuato ſoltanto il caſo ſempliciſſimo, in cui la ſollecitazione f ſi finge coſtante. Intanto dunque il Galileo è venuto a capo della ſua inchieſta, in quanto ſi è preſa la licenza di aſſumere la gravità ſiccome invariata ne' piccioli tratti, per cui ſotto gli occhj noſtri diſcendono i corpi peſanti; e conſeguentemente ha potuto pervenire alle eſpreſſioni in termini finiti $ft = mu$, $2fs = mu^2$. Non biſogna però contentarſi d'una ipoteſi, che non è fiſica, ma di ſemplice approſſimazione.

Torno in ſentiero, e ſoggiungo, che la Natura non s' imbroglia in computi analitici, nè ſi prende cura di eſtrarre radici, e di duplicare le azioni rappreſentate dall' integrale $\int f ds$, per accomodarſi ai noſtri rigiri di metodo. Ella procede con iſchiettezza, e con regole ferme, ed impiega ſolamente ne' ſuoi lavori le potenze agenti o poſitive, o negative inteſa a mutare lo ſtato de corpi, ed a variare il Siſtema. Le altre affezioni ſono concomitanze, ed aggiunti, che vanno dietro alle operazioni principali, da cui vengono preciſamente determinate, ma che non influiſcono, ſe non ſe come condizioni ſecondarie, nella vera e reale economia delle forze. Per la qual coſa ſi è ben appoſto il P. Vincenzo Riccati mal inteſo, e peggio criticato da' ſuoi Avverſarj, quando ha detto, che le velocità, e le quantità del moto ſono conſeguenti delle azioni, e de' cangiamenti di ſtato, e non vogliono annoverarſi fra le fiſiche cagioni, nè fra gli effetti fiſici indi naſcenti. Ed in vero anche i Carteſiani ſono obbligati a ſervirſi dello ſteſſo linguaggio. Dalla quantità del movimento, cioè dal prodotto mu, miſurano eglino il vigor delle azioni, e delle forze vive, che ne riſultano; dunque la velocità conſiderata in ſe medeſima, e ſeparatamente dalla maſſa, mal corriſpondendo all' azione, altro non ſarà fuori che un conſeguente.

VI.

La legittima oppoſizione, ſecondo l' iſtituto della Natura, ſi rinviene fra le ſole potenze. Se ſi mettono al contraſto due conati eguali, e per diretto contrarj, ſi ſoſtentano ſcambievolmente, e ſtanno equilibrati in ripoſo. Se ſono coſpiranti, e ſollecitano una data maſſa, da' due niſi una doppia azione, ed un ſol mutamento di ſtato ſi genera. Se poi cozzano inſieme, ed avviene, che l' uno ſuperi l' altro, dalla lor differenza applicata allo ſpazio minimo ſi determina l' azione iniziale, e la maſſa cangia ſtato giuſto la prevalenza, o la direzione del più robuſto. I tre differenti caſi ci vengono eſpoſti dall' unica formola $\overline{F \mp f} \times ds$
$= m$

$= mudu$, ovvero passando all'integrazione $\int \overline{F \mp f} \times ds = \frac{mu^2}{2}$. Ma se le potenze obliquamente si accoppiano, vanno maneggiate per via delle composizioni, e delle risoluzioni: dottrina da molto tempo nota agli Statici, ed ai Meccanici, sebbene solo ultimamente è stata posta in tutto il suo lume dal citato P. Riccati nel settimo de' suoi Dialoghi, dove ha chiaramente dimostrato, che questa teoria, cui non c'è Matematico, che ripugni, non può mettersi a coperto, se non si adotta la sentenza del Leibinizio intorno l'estimazione delle forze vive.

Ora i Fisico-Geometri si sono avvisati per mezzo d'una congrua analogia, e con buon successo di trasportare alle velocità le premesse modificazioni delle potenze, e di aggiugnere alle naturali operazioni i proporzionati concepimenti: con che hanno ampliata la sfera dell'umano sapere, e scoperte molte verità, che non discordano dai fenomeni della Natura, e servono opportunamente per farci formare una meno imperfetta idea della mirabile costituzione dell'Universo. Si sono pertanto immaginati di addossare allo stesso mobile differenti gradi di velocità relative o cospiranti, o contrarie, o medie per tutte le direzioni, nulla curandosi delle assolute rapportate allo spazio immobile, delle quali non possiamo avere contezza. Quindi si passa a comporre, e a risolvere esse velocità, e compiuti i parallelogrammi, dalle linee de' quali ci vengono rappresentate, alle laterali si sostituisce la diagonale, o al rovescio. Sin quì sembra, che vadano del pari colle potenze, ma non si dee portare troppo avanti l'analogia per non cadere in paralogismo. Si rifletta dunque, che dalle potenze messe in libertà di operare, ed applicate successivamente agli spazj si generano le azioni, ed i mutamenti di stato ne' mobili, che ne ricevon gl' impulsi: laddove nelle velocità ridotte all'equabile non si diversifica lo stato de' corpi, e non si ravvisa azione, o reazione, causa, od effetto. Per la qual cosa l'unico uffizio, che possa attribuirsi alla celerità uniforme, si è di misurare gli accessi, ed i recessi del corpo stesso dai piani, che si suppongono immoti.

VII.

Non si debbe perder d'occhio l'azione, trattandosi della velocità, la quale avvegnachè non muti lo stato, ma semplicemente il sito de' corpi, ci dà però un sicuro contrassegno del cangiamento di stato per avanti seguito proporzionale all'azione, ovvero al prodotto della massa nel semi-quadrato dell'attuale celerità. La materia merita d'essere alquanto dilucidata. Cammini la palla C (Fig. 12.) per la retta ACB colla celerità equabile rappresentata dalla linea CB, e giunta in C sopravvenga un' impressione istantanea, che la spinga per la direzione CD colla velocità costante esposta per CD. Tutti i Fisici convengono, che compito il parallelogrammo CDEB, e tirata la diagonale CE, i moti semplici si complicano, e la sfera è obbligata a volgersi per il diametro

CE

CE, e seguitando il cammino per una media direzione progredire colla velocità invariata CE, che viene a formarsi dalla composizione delle due laterali.

Questo Teorema suole comunemente dimostrarsi per via del moto traslato. Facciasi, che la retta ACB sia trasportata da una nave, che si muove per la medesima direzione, e colla celerità CB, e che appresso il globo C seguiti il suo viaggio, strascicando con seco la linea CD raccomandata al punto C, e sempre parallela a se stessa. Procede il mobile C colla velocità uniforme CD per la strada CD, ed i naviganti, i quali del movimento del vascello partecipano, nol vedono mai staccato dalla linea CD, e soltanto del moto, che si fa con pari passo per la predetta direzione si accorgono. All' incontro coloro, che fermi sul lido dimorano, ai quali è palese e la traslazione del lato CD, ed il cammino della palla C, qualora la retta CD sarà pervenuta a cagion d' esempio in FH, s' avvederanno altresì, che il corpo C il quale, attesa la velocità impressa, non se ne stà ozioso, avrà trascorso il tratto FG, e comparirà ad esso loro nel sito G. E perchè gli spazj passati in tempi uguali sono come le velocità, avrassi CB: BE = CD::CF: FG, e conseguentemente il punto G, e così dicasi di qualunque altro, sarà nel diametro CE. Per la qual cosa il mobile C spinto giusto la direzione composta CE acquisterà la velocità espressa per CE equipollente alle laterali CB, CD. Si potrebbe anche fare, che la barca viaggiasse per il rombo di vento CD colla celerità uniforme CD, mentre la sfera C animata dalla velocità CB altronde impressa si muove con pari passo per la retta CB. Accomodata a questo caso la premessa dimostrazione, si raccoglie, che nulla succede di nuovo riguardo agli spettatori dalla spiaggia, i quali mirano, come da prima, il globo C indiritto per il diametro CE colla celerità costante CE. In questo mentre ai viandanti la cosa si presenta sotto altro aspetto. Giudicano eglino immota la linea CB, e perciò non riconoscono altro movimento, se non se quello del solido C, che la percorre senza mai abbandonarla colla velocità equabile CB.

VIII.

Non è pertanto maraviglia, che i Matematici, dando corso alle loro meditazioni, si siano presi la licenza di attribuire nel medesimo tempo alla stessa massa varj gradi, e generi di velocità positive, e negative, di rette, ed oblique ora componendole, ed ora risolvendole, come meglio tornava loro in acconcio. Egli è vero, che ogni corpo in moto è corredato d' una sola velocità attuale da noi non conosciuta relativamente allo spazio immobile. E perchè delle realmente assolute è impossibile l'aver contezza, non ci è vietato talvolta in via di metodo di assumere le relative siccome assolute. E ciò dipende unicamente dal fingersi un corpo in quiete, con cui si mettono a confronto gli altri, che si suppongono in movimento; avvegnachè intervenir possa, che in fatto la cosa vada al rovescio.

Due

Due particolarità ci convincono, che non possiamo prendere sbaglio in sì fatti concepimenti. In primo luogo basta mutar positura per ottenere, che le menzionate velocità ci si presentino anzi gli occhj sotto differenti apparenze, ed ora si congiungano, ed ora si separino, conforme si è notato avvenir tutto dì nel trasportamento de' moti. Non ci può dunque esser disdetto di maneggiarle o unite, o disgiunte in qualunque aspetto, e di aprirci l' adito o per l' una, o per l' altra strada alla scoperta di qualche importante verità. Secondariamente bene spesso due, o più azioni s' impiegano contro una sola massa, e producono un sol cangiamento di stato, e sovente una azione unica a molte masse applicata a più cangiamenti si estende, de' quali le velocità, ch' indi risultano, sono indizj conseguenti, e non mai giuste misure. Ed in ordine a ciò sarà talvolta a nostro proposito lo smembrare, o l' unire le azioni, assegnando a ciascheduna il grado di celerità, che ad essa particolarmente compete.

IX.

Cadono unicamente sotto la mia ispezione le velocità CB, CD in qualunque modo ridotte all' equabile. E per farmi strada ai casi intermedj piglio a considerare gli estremi. Sia l' angolo DCB infinitamente acuto; egli è manifesto, che le due linee CD, CE coincidono colla terza CB, e costituiscono una sola linea. Si uniscono dunque le due velocità CD, CB, e fanno sì, che il mobile C s' inoltri per la via CB con una celerità uguale alla loro somma $CD + CB$, o meglio colla velocità composta CE, che ambo in se stessa adequatamente contiene. Quindi si raccoglie, che la forza viva del corpo moventesi colla velocità $CE = CB + CD$, essendo $= \frac{C}{2} . \overline{CB + CD}^2$; sarà molto maggiore, che le due forze vive dello stesso corpo dotato separatamente delle due velocità CB, CD, e l' eccesso verrà espresso per $C . CB . CD$. Adunque, affinchè il corpo acquisti la velocità CD, dovrà essere esercitata contro ad esso maggiore azione, quand' abbia precedentemente la velocità CB, che quando sia in quiete. All' opposto abbiasi l' angolo BCI ottuso, e a due retti infinitamente prossimo, e le rette CB, CI ci rappresentino le velocità, che si suppongono inserite nella massa C, la linea CI sovrapposta alla CA indica, che la palla è spinta nell' atto medesimo per due strade direttamente contrarie. E per misurarne l' andamento va assunto non più l' aggregato, ma la differenza tra le due celerità per modo, che, se CB è maggiore di CI, il corpo C s' incamminerà dalla parte CB, colla velocità $CB - CI$, ed all' incontro posta CB minore di CI, s' inoltrerà per la via CA colla velocità $CI - CB$. Che se per avventura le due celerità fossero eguali, la sfera C persisterebbe immota nel punto C; mercè chè le velocità opposte scambievolmente si elidono, lo che non succede nelle forze vive, le quali nel mu-

tuo contrasto un qualche effetto producono. S' avverti, che, mentre il globo C viaggia colla velocità $\pm CB \mp CI$, la sua forza viva $= C . \overline{CB - CI}^2$, e però sarà sempre minore delle due forze vive, che risieggon nel corpo mosso separatamente colle due velocità CB, CI, e C. CB. CI rappresenta il difetto. Adunque a produr nel corpo la velocità CI minor azione richiedesi, quando sia fornito della velocità contraria CB, che quando riposi in quiete.

Ne segue pertanto, che non facendosi transito dalla maggiore azione alla minore se non per i gradi di mezzo, ne' quali si contiene l' egualità, ci sarà necessariamente una particolar inclinazione della linea CD, in cui a trasfonder la velocità CD si renderà necessaria la stessa azione, o il globo C sia immoto, o cammini colla velocità CB. S' ottiene ciò, quando retto sia l' angolo DCB. Imperciocchè essendo il quadrato dell' ipotenusa CE eguale ai quadrati delle linee CB, CD, che formano l' angolo retto, si cava di conseguenza, che la forza viva composta alle componenti esattamente si eguaglia; dalla qual egualità tra le forze ne consegue l' egualità tra le azioni. Il raziocinio alla risoluzione si estenda.

X.

Uno degli usi più comuni, che facciasi delle velocità, consiste nel determinare gli accessi, e recessi de' corpi in moto da certi termini assunti siccome immobili. I Geometri c' insegnano, che dalle perpendicolari se ne prendono le giuste misure; conciossiachè una sola si è la normale, che da un punto segnato cade sopra una retta data di posizione, ed innumerevoli le oblique, che nulla di preciso ci somministrano; non essendoci ragione di dare all' una scelta casualmente, piuttosto che a qualunque altra la preferenza. Dimando lo perchè, mentre si tratta di velocità, e di direzioni, non abbiamo ad attenerci ad un principio di sua natura evidente? Alla celerità equipollente CE corrisponde una moltitudine infinita di laterali, e tante appunto, quanti triangoli sulla base CE ponno costruirsi. Per la qual cosa nelle risoluzioni sarà sempre ottimo partito ridurre la cosa a tale, che le velocità laterali, e componenti reciprocamente non si modifichino.

Calate dai punti D, E sopra la retta CB le perpendicolari DK, EL, si noti, che la velocità obliqua CD si risolve nelle due KD, CK. La prima discosta il mobile dalla retta CB per la normale KD, e così le direzioni in nissun conto si turbano: l' altra CK, che non devìa dalla CB, il porta per la medesima strada; laonde le due velocità cospiranti vanno insieme congiunte, e deesi considerare il corpo C procedente per la linea CB colla somma delle celerità $CB + CK = CL$. In fatti il moto per l' inclinata CD s' impiega del pari ad avvicinare proporzionatamente la palla C per un verso alla parallela DE, e per l' altro alla perpendicolare LE e le misure degli accostamenti dalle ret-

te

te CK, KD si desumono. La stessa illazione si cava risolvendo la velocità diametrale CE nelle due laterali CL, LE. A questo passo ci aggiungo una riflessione, viene a dire, che se il globo C stimolato da una sola forza accelerante per la direzione CE acquista la velocità espressa per la retta CE, questa può risolversi in infinite maniere, a cagion d' esempio nelle due CD, CB, nelle tre CK, KD, KL equipollenti alle altre due CL, LE. Delle azioni componenti non occorre prendersi guari fastidio, imperciocchè in qualunque modo si raccozzino, purchè la retta CE sia la base di un qualsivoglia triangolo, producono sempre mai una pari mutazione di stato misurata dalla massa C nel semi-quadrato del diametro CE, o sia dalla forza viva, che nel corpo C costantemente risiede: e con ciò si mantiene illesa la necessaria uguaglianza, che dee passare fra le cagioni, e gli effetti.

Per quello poi concerne le velocità laterali indi nascenti, io posso eleggerne una a mio piacimento per esempio la CL, ed esporla alla vista de' spettatori per guisa, che non si accorgano d' altro moto fuor che dell' unico, che progredisce per la retta CL coll' assegnata celerità. Colloco dunque il corpo C sopra un vascello, il quale viaggi giusto la direzione DK colla velocità equabile DK. Coloro, che sono trasportati dalla nave non vedranno mai il mobile C staccarsi dalla linea CL. Ma quale sarà la sua apparente velocità? Non senza fallo la primitiva espressa dal lato CB, che congiunta colla CD spingeva la massa C per la diagonale CE; ma bensì la formata dalle due CB + CK, o vogliam dir la CL. In tal posizione, essendo che il moto obliquo per la CD accosta il mobile al piano LE colla velocità aggiunta CK, e per la strada CL, rispetto a predetti naviganti il globo C attualmente cammina da C verso L affetto dalla somma delle celerità CB + BL. Per la qual cosa le prefate velocità relative, le quali talvolta ci si presentano anzi gli occhi come assolute, stanno, quasi direi, di mezzo tra i concepimenti geometrici, e le fisiche apparenze.

XI.

Spendo alquante parole intorno quelle velocità, che con opposte direzioni si elidono. Sia (Fig. 13.) l' angolo BCD ottuso, e le linee CB, CD ci rappresentino le due direzioni, e le due velocità al mobile C comunicate da due differenti azioni. Lasciata cadere dal punto D sulla retta AB la perpendicolare DK, la celerità CD si risolve nelle due DK, KC fra loro nè cospiranti, nè contrarie: ma la CK direttamente si oppone alla CB, laonde se ne dee prendere la differenza. E tre casi ponno succedere, secondo che l' apotome BC — CK ci dà una quantità o positiva, o negativa, o nulla. Nel primo, in cui BC supera CK, il diametro CE del parallelogrammo CDEB, per il quale il corpo C attualmente dee procedere, piega verso CB, formando l' angolo acuto ECB. Nel secondo, quando cioè BC è minore di CK, interviene tutto al rovescio, e la diagonale CE inclina dalla parte CK per mezzo dell' angolo acuto ECK.

 Co-

Così si determina da qual lato il moto prevaglia, e non se ne desume già l' indizio dall' essere la velocità C D maggiore della C B; perchè, ciò non ostante, bene spesso l' intercetta C K è più picciola della C B. Allora il mobile si torce dalla banda sinistra C B, laddove si torcerebbe a destra, qualunque fiata accadesse all' opposto. Se poi, ed ecco il terzo caso, fossero eguali le quantità C B, C K, il mobile starebbe in bilancia fra le due contrarie direzioni C B, C K, e camminerebbe per la linea C E normale alla C B colla velocità C E, di modo che, se il vascello si movesse da E in C colla celerità stessa, i Passaggieri vedrebbono la palla C starsene nel sito C in una relativa quiete.

Viene a mio proposito un Teorema elementare, che dalle dimostrazioni del secondo libro di Euclide si cava per via di corollario: ed è, che in qualsivoglia parallelogrammo i due quadrati delle diagonali s' agguagliano ai quattro quadrati dei lati. Per quella medesima quantità, con cui il quadrato del diametro D B opposto all' angolo ottuso D E B eccede i due quadrati D E, E B, il quadrato dell' altro diametro C E opposto all' angolo acuto C D E resta superato dai due quadrati C D, D E. Applico la proposizione alle forze vive, e dico, che le quattro laterali alle due diagonali s' agguagliano, mentre si misurino in solido, conforme ci ha insegnato il Leibinizio. Fassi dunque una giusta compensazione, la quale altronde non può nascere fuorchè dalle inclinazioni degli angoli, che uniti compion due retti, e dalle direzioni delle velocità in parte, o cospiranti, o contrarie. Non dico ciò, perchè io non sappia, che a qualunque inclinazione si dispongano le potenze, le azioni delle due laterali all' unica della diagonale equipollenti s' agguagliano: tanto la Natura è gelosa di mantenere indenne il gran principio della debita corrispondenza fra le cagioni, e gli effetti. Dico bensì, che strignendosi, o allargandosi gli angoli oltre il retto le potenze si mettono in macchina, e si abilitano ad esercitar azioni o più robuste, o più deboli, secondo che a maggiori, o minori spazj necessariamente si applicano. Quinci spunta una legge naturale da non trascurarsi, ed è: che se, stando invariate le potenze, si assumono due angoli uno acuto, e l' altro ottuso equivalenti a due retti, quanto si avvalora nel primo caso l' azione, altrettanto nel secondo si estenua; per guisa che, posti a confronto i due effetti con un terzo risultante dalle potenze stesse accoppiate ad angolo retto, basta il duplicar l' ultimo per avere l' egualità, onde le tre azioni si rinvengano in proporzione aritmetica, ed in tal modo vengano a compensarsi. Soggiungo finalmente, che se le semplici velocità sono conseguenti, ed aggiunti, che le azioni accompagnano, deggiono indispensabilmente pigliar norma da qualche canone generale, e questo in ciò consiste, conforme si è veduto, che al pari delle potenze, e con egual profitto si compongono, e si risolvono.

AN-

ANNOTAZIONE PRIMA,

Inteso io a liberare la scienza della Natura da molte ambiguità ho esposto ciò, che da me è stato giudicato necessario intorno i fenomeni nascenti dalle velocità considerate in se stesse, che non vogliono confondersi colle azioni, o colle forze vive. E quì viene a proposito il principio del moto traslato tanto familiare ai Fisico-matematici, del quale prima d'ogni altro, ch'io sappia, ha fatto uso il celebre Cristiano Ughenio nello stabilire le leggi della comunicazione del movimento fra i corpi squisitamente elastici, e che può con pari successo adattarsi ai perfettamente molli, ed a quelli, che sono corredati d'una imperfetta virtù di molla senza chiamar in soccorso la conservazione delle forze vive Leibniziane, che dai canoni con tal artifizio scoperti si deriva di conseguenza. Il metodo consiste nel collocare i corpi sopra un vascello, a cui s'imprime quella velocità, e quella direzione, che, attese le circostanze, meglio ci torna in acconcio; indi paragonata insieme la doppia apparenza di coloro, che navigano, e degli altri, che stanno fermi sulla spiaggia, dal confronto, e dal raziocinio si deducono le regole de' movimenti partecipati, che nelle mutue collisioni in passando da massa a massa si contemperano, e si modificano. Per ultimo aggiunta, o levata ai moti risultanti la celerità della nave, le cose si riducono agli spazj immoti, e le velocità relative alle assolute.

In questo mentre il tante volte menzionato P. Riccati ci ha opportunamente ammoniti, che le dimostrazioni fondate sul trasporto de' movimenti sono legittime, ed infallibili, ogni qual fiata si piglian di mira le semplici velocità; ma che quando si tratta di maneggiare le azioni, e le forze, sovente ci porgono occasione di traviare. La ragione si è, perchè, sebbene non si diversificano le apparenze, e le conclusioni indi dedotte, la Natura però secondo le congiunture muta stile nelle sue operazioni, e non è così facile il ben capire, qualmente si disponga a variare i suoi meccanismi. Per far buon uso della teorica del moto traslato io propongo tre canoni di metodo. Coll'ajuto di essa facciamci a determinare soltanto le velocità, e questo sia il primo passo. Quindi moviamo il secondo, e dalle velocità cognite innoltriamci a misurare le forze vive proporzionali ai cangiamenti di stato, e conseguentemente l'energia delle azioni. In terzo luogo si vada in traccia delle cause, da cui le mutazioni di stato vengon prodotte, e se ne separino gli elementi, e se ne accerti, per quanto si può, il magisterio. Non ci vorrà poco a giugnere a capo di tal inchiesta, e a superare le perplessità, che tratto tratto ci si presenteranno. In tanto non lascio di avvertire, che bene spesso giova valersi d'un ordine preposterò, e farsi strada per mezzo de' segni, e de' conseguenti a rintracciare le originali cagioni.

AN-

ANNOTAZIONE SECONDA.

I due rinomati Matematici Inglesi Jurin, e Mac-Laurin quasi nel tempo stesso anno impugnata con un sottile argomento la sentenza Leibniziana delle forze vive. Ma dappoichè il suddetto P. Riccati si è fatto loro incontro prima d' ogni altro con una decisiva risposta, si è veduto, che in vece d' abbatterla l' anno vie più confermata. Il nascosto paralogismo è nato da ciò, ch' eglino non an posta la debita attenzione in riflettere per quanti modi, e con quali artifizj la Natura si disponga secondo le differenti occorrenze a regolare le proprie azioni. Procuriamo dunque d' investigare i suoi andamenti, facendoci strada dalle ipotesi più facili alla più difficile messa in considerazione dai lodati Geometri, e su cui si son fatti forti, pretendendo, che non possa conciliarsi se non se colla teorica de' Cartesiani, che misura le forze vive dalla quantità del movimento.

Ed in prima abbiasi l' elastro A B (Fig. 14.) *chiuso sino ad un certo segno, e raccomandato nel punto* A *all' ostacolo immobile* DE. *all' altra estremità* B *vi si applichi la sfera* C, *che colla sola sua inerzia si opponga al vigor della molla; egli è manifesto, che quantunque la virtù elastica non lasci mai d' esercitare per un verso, e per l' altro i suoi successivi conati, non potendo però cacciar di sito il sostegno* DE, *si volterà ad agire, dove trova una minima resistenza. Si aprirà dunque l' elastro soltanto dal lato* B, *ed introdurrà nella massa* C *una mutazione di stato proporzionale alla sua energia, di cui sarà indizio la velocità esposta per* V *al mobile partecipata.*

Colloco in secondo luogo la molla A B *costipata sopra una navicella costituita in quiete per modo, che con una punta si appoggi alla barca, e coll' altra al globo* C; *avremo in tal caso un aggregato di potenze acceleranti poste in mezzo a due corpi forniti soltanto d' inerzia, mentre per ora dalle resistenze io prescindo. E giacchè si è provato altrove, che una gran mole materiale prontamente cede a qualunque potenza in azione (massime considerata la cosa in rigor geometrico, e nulla badando allo stabilito fisico temperamento) accaderà, che l' elastro si schiuda tanto a destra, quanto a sinistra, e che la sua vigorìa si divida tra i due mobili in ragione reciproca delle lor masse.*

Ommetto le conseguenze facili a dedursi, e mi rivolgo alla terza ipotesi fatta valere dagli avversarj. Sia trasportato il solido C *da una nave, che cammina colla celerità* U, *e nel tempo stesso sia stimolato da una molla capace d' imprimere in esso la velocità finale* V *dopo aver ricuperata la sua natural dimensione. Egli è certo, che, consumate le azioni, la sfera* C *viaggerà colle due velocità unite* U + V *rispetto allo spazio immoto, ne su questo punto cade la quistione; imperciocchè di tal movimento la veggono affetta coloro, che dalla spiaggia la guardano. E quì a' menzionati Matematici par di scoprire un palpabile assurdo nascente dalla stima Leibniziana delle forze vive proporzionali alle masse nel semi-quadrato delle velocità.*

Di-

Dicono dunque, ch', esprimendosi esse per la funzione $C \times \frac{\overline{U+V}^2}{2} = \frac{CU^2}{2} + CUV + \frac{CV^2}{2}$; *il primo termine* CU^2 *può corrispondere alla forza, che il mobile* C *in se riceve siccome trasportato dal moto equabile della nave, ed il terzo* CV^2 *all' altra porzione di forza derivata dall' aprirsi dell' elastro: ma essere totalmente incomprensibile, da qual principio tragga la sua origine quel grado di forza, che alla massa indebitamente si addossa, e si espone per la quantità di mezzo* CUV. *Perchè dunque non si dia in Natura effetto senza cagione, o almeno tale, che superi di lunga mano la propria causa, conviene confessare, che la forza al corpo* C *partecipata dalla doppia azione del vascello mosso, e dell' estendimento della molla sia di due soli elementi composta, e ci venga rappresentata dal binomio* CU+CV, *che in se contiene accoppiate le due quantità di moto* CU, CV, *le quali, separando le azioni, alle due masse, ciascuna eguale a* C, *sarebbero partitamente comunicate. Ed in fatti non si addurrà mai motivo, per cui coll' unire insieme due cause fornite d' una determinata efficacia il loro effetto si accresca, o che col disgiugnerle si minori.*

Così gli allegati Autori van divisando: ma il raziocinio per altro acuto agevolmente si spunta, qualora si riflette, che oltre la coppia delle azioni testè assegnate ce ne ha una terza da loro negletta, perchè non conosciuta, e che messa a computo mi da agio di ritorcere l' argomento palesandomi, qualmente, mutate le circostanze, si modifica l' economia delle azioni. Nel nostro caso la verga elastica AB, *che si suppone compressa, giace tra due ostacoli d' indole onninamente diversa; conciossiachè dalla parte estrema* B *si appoggia alla massa inerte* C, *la quale non vi si oppone se non se coll' innata ritrosia al cangiamento di stato: ripugnanza, che, conforme altrove ho notato, si vince sempre mai da qualsisia azione eziandio minima, ed elementare. All' incontro dal lato opposto* A *la molla con le sue pressioni cozza incessantemente, e fa contrasto alla forza viva, da cui è animato il vascello. Ed ognuno sa, che una forza morta non può sostenere in equilibrio una viva incomparabilmente maggiore, e molto manco superarla. Per la qual cosa egli è necessario, che l' elastro ceda al confronto, e che vie più si ristringa a proporzione del vigore, da cui viene incalzato. Una porzione dunque di quella forza, che nella nave risiede, si trasfonde nella verga, dove guari non si trattiene; attesochè quanto è costretta la molla a serrarsi dal canto* A, *altrettanta facilità trova di aprirsi dall' opposto* B, *accrescendo con ciò la mutazione di stato della massa inerte* C, *che in se la predetta forza riceve, e conserva, non essendoci nella nostra ipotesi altro corpo, a cui possa comunicarla.*

E vaglia il vero, i due vascelli uno in quiete, e l' altro immobile non son corredati di forza viva, come il terzo animato da una velocità uniforme. Ed in ordine a ciò, non potendo partecipare altrui quella vigorezza,

che

che in ſe ſteſſi non anno, riſpetto all' elaſtro, che ſi ſvolge da una ſola banda, o da entrambe, fan l' uffizio di maſſe inerti, e puramente paſſive, atte non ad agire, ma a tollerare i cangiamenti di ſtato a miſura delle azioni, da cui vengono ſollecitate. La nave moſſa dee ſenza fallo operare molto di più; imperciocchè non ſolo impediſce a guiſa d' un intoppo fermo, e non amovibile, che la molla dalla ſua parte ſi ſchiuda, ma non potrebbe progredire nel ſuo viaggio, ſe le fibre per avanti compreſſe non deſſer luogo col vie più ſtrignerſi, e rannicchiarſi. Per la qual coſa l' elaſtro reſiſtendo ſi mette in azione, e co' ſuoi conati negativi ſucceſſivamente applicati s' impiega a mutare lo ſtato della barca, e a togliere ad eſſa una qualche porzione di quella forza, di cui era guarnita. Ora queſta forza perduta non va certamente in nulla, e da prima ſi addoſſa alla verga elaſtica, la quale ſerrandoſi da un lato, ed aprendoſi dall' altro, dee finalmente ridurſi alla ſua natural dimenſione. Ed allora ſi rinviene ſpogliata affatto del doppio grado di forza, viene a dire tanto di quella, che da principio s' era ſpeſa nel coſtiparla, quanto dell' altra, che derivata dal vaſcello in moto avea ſeguitato a comprimerla. Quinci nel caſo in quiſtione l' elaſtro ſerve di canale, e di veicolo per traſferire i mutamenti di ſtato, e le forze vive da corpo a corpo, cioè dalla nave alla maſſa C, *nella quale, quando altro incidente non ſopraggiunga, e ſpezialmente ſi preſcinda dalle reſiſtenze, la ſomma delle impreſſioni comunicate coſtantemente ſi mantiene. E perchè da tre azioni diſtinte, ed inſieme accoppiate provengono, ne naſce di conſeguenza, che la forza viva accumulata nel corpo* C *dei tre aſſegnati elementi*

$\frac{CU^2}{2}$; CUV; $\frac{CV^2}{2}$ *ſia infallantemente compoſta.*

ANNOTAZIONE TERZA.

Per me penſo di non eſſermi diffuſo oltre il dovere nel mettere in chiaro un particolar meccaniſmo della Natura, che, quantunque vegna ſovente ad uſo nell' economia delle azioni regolatrici del noſtro Siſtema, non però di meno è ſtato ſin ora ignoto. I mentovati Matematici Ingleſi Mac-Laurin, e Jurin an promoſſa una obbiezione, che va a terminare in paralogiſmo, e la Celebre Madama di Chaſtelet inteſa a ſoddisfare alla difficoltà non ha colpito nel ſegno. Il ſolo P. Riccati mio figlio ſi è ben appoſto, e da' principj già conoſciuti ſagacemente ridotti a calcolo ha ſaputo dedurre le legittime concluſioni. Perchè il Lettore non abbia a pigliar per mano il ſuo Libro delle forze vive Giornata nona, ne traſcrivo la dottrina colle ſue ſteſſe parole, ritenendo i miei ſimboli. Egli ſotto il nome di Lelio diſcorrendola coi ſuoi Dialogiſti così procede.

Io ho parlato ſervendomi dell' eſempio portato da' celebrati Autori dell' argomento; per altro non rieſce più difficile il calcolo, quando la coſa ſi tratti univerſalmente. Veggiamolo, perchè vi rendiate certi, che la teoria conduce ſempre a buon termine. Per le maſſe ſi ritengano le ſteſſe denominazioni (viene a dire ſia M *quella della navicella, ed* m *l' altra del glo*

bo

bo C) *e si chiami la velocità comune alla barca, ed al corpo* $=U$; *quella che il corpo acquista per l'espansion dell'elastro* $=V$. *Se la barca fosse immobile, ed* $U=0$, *l'elastro dilatandosi comunicherebbe non meno al corpo che alla barca velocità, e forze, che sarebbero in ragion reciproca delle masse; dunque essendo* $=V$ *la velocità acquistata dal corpo, l'acquistata dalla barca sarà* $=\frac{mV}{M}$; *dunque la forza acquistata in questa ipotesi dalla barca sara* $=\frac{m^2V^2}{2M}$, *e l'acquistata dal corpo si ritroverà* $=\frac{mV^2}{2}$; *dunque l'intera energia dell'elastro, ch'eguaglia la somma di queste forze sarà* $=\frac{mV^2}{2}+\frac{m^2V^2}{2M}$.

Ritrovata per cotal maniera l'energia dell'elastro, cangiamo ipotesi, e supponghiamo, che la barca insieme ed il corpo sieno animati dalla comune velocità $=U$. *In questa ipotesi la barca mossa per l'espansion dell'elastro perde la velocità* $=\frac{mV}{M}$; *dunque le rimane solamente la velocità* $=U-\frac{mV}{M}$. *La sua forza prima dell'espansion dell'elastro era* $=\frac{MU^2}{2}$ *appresso si trova essere* $=\frac{M}{2}\times\overline{U-\frac{mV}{M}}^2$, *dunque la forza perduta sarà* $=\frac{MU^2}{2}-\frac{MU^2}{2}+\frac{2mUV}{2}-\frac{m^2V^2}{2M}=\frac{2mUV}{2}-\frac{m^2V^2}{2M}$. *Questa aggiunta all'energia dell'elastro, giacchè l'una, e l'altra si trasfonde nel corpo novellamente, si trova essere* $=\frac{mV^2}{2}+\frac{2mUV}{2}$, *la quale aggiunta a quella, di che era fornito il corpo prima dell'espansion dell'elastro cioè alla forza* $=\frac{mU^2}{2}$, *darà la forza del corpo appresso l'espansion dell'elastro* $=\frac{mV^2}{2}+\frac{2mUV}{2}+\frac{mU^2}{2}=\frac{m}{2}.\overline{V+U}^2$, *cioè alla metà della massa moltiplicata nel quadrato della velocità, di cui il corpo è dotato.*

Che se la nave si movesse in senso contrario, onde per l' espansion dell' elastro non solo non perdesse velocità, e forza, ma anzi ne acquistasse della nuova, lo stesso metodo ei condurrebbe allo stesso termine. Non penso di rifare il calcolo, che ognun di voi vede per se medesimo.

La dimostrazione del prefato Geometra, per cui si salva la legge delle forze Leibiniziane, è superiore ad ogni gavillazione. Si provino i sostenitori della volgare sentenza di fare altrettanto. Nella premessa supposizione la resistenza dell' elastro obbligato a costiparsi toglie alla barca mossa la velocità $= \frac{MV}{M}$, *e conseguentemente la quantità del moto* $= mV$, *misura secondo i Cartesiani della forza viva perduta dalla navicella. Ma questa dalla molla, che nel tempo stesso si schiude verso* B, *si trasporta nella palla* C: *dunque a buon conto essa palla debb' essere animata dalla forza* $=$ mU, *la quale accoppiata coll' altra espressa del pari per* mU *nascente dalla restituzione dell' elastro, che si suppone compresso, accrescerà del doppio la quantità del moto nel corpo* C. *Vi si aggiunga la terza* mV, *di cui era impressionato il mobile avanti la dilatazion della molla, e raccolte in una somma tutte le predette forze, o quantità di movimento, avremo l' intera forza viva, di cui dopo le azioni va corredata la palla* C, *ed il suo mutamento di stato, che in essa senza diminuzione si mantiene* $= mV + mV + mU$. *Quinci divisi i tre termini per la massa* $C = m$, *camminerà il globo coll' aggregato delle velocità* $= 2V + U$, *le quali essendo cospiranti, in nissun modo si turbano, ed in una sola equivalente si congiungono. Per qualunque verso io giro la cosa, escono in campo le ripugnanze. Se per uniformarmi alla teorica degli Avversarj cancello la celerità* $= V$, *e ritengo solamente il binomio* $= V + U$, *o la quantità del moto* $mV + mU$, *il vascello in movimento nulla opera contro l' elastro, e se pur opera, e maggiormente il comprime, come non se ne può dubitare, abbiamo un' azione, a cui nissun effetto risponde. Se poi per evitare l' assurdo la forza viva comunicata al corpo* C *debb' esprimersi per* $2mV + mU$, *e l' attuale velocità per* $2V + U$, *resteremo pienamente convinti dall' esperienza del nostro errore; imperciocchè, guardato dalla spiaggia il cammino della sfera* C, *la vedremo in fatto viaggiare colla celerità* $V + U$.

Non saprei a qual sutterfugio sieno per ricorrere i Cartesiani. Intanto la dottrina da me esposta mi suggerisce alcuni corollarj. Primo: la molla, che nella barca mossa si svolge, con una doppia disposizione fa nel tempo stesso figura di paziente, e di agente. Patisce, qualora cede agl' impulsi della nave, ed obbligata a vie più costiparsi vi oppone i conati resistenti, e negativi delle sue fibre. Agisce, quando spiegandosi dalla banda opposta, scarica sulla massa C *le ricevute impressioni. Secondo: in tal combinamento di azioni non è maraviglia, che alcune sieno cospiranti, ed altre contrarie; che alcune si spendano in forza viva, ed altre in morta si perdano, e che scambievolmente premendosi senza produrre effetto sensibile all' equilibrio riducansi. Terzo: così la forza, di cui si spoglia la navicella, ci viene rappre-*

presentata dalla funzione delle velocità $= \frac{2mUV}{2} - \frac{m^2V^2}{2M}$, *e quella, della quale è guarnito l'elastro, che da se solo si schinde, si espone per* $\frac{mV^2}{2} + \frac{m^2V^2}{2M}$ *; laonde, copulate esse forze, abbiamo* $\frac{mV^2}{2} + \frac{2mUV}{2}$, *dileguandosi i due termini* $- \frac{m^2V^2}{2M} + \frac{m^2V^2}{2M}$ *fra loro eguali, ed affetti da segni opposti. Per la qual cosa le due potenze atte a generare le predette forze vive, mentre avessero campo di agire applicandosi agli spazj appropiati, se ne stanno oziose, ed in mutui pari conati si consumano. Quarto: che se la massa* M *della barca si assumesse maggiore di qualunque data quantità, in tal caso svanirebbe siccome minima, ed incomparabile la grandezza negativa* $= -\frac{m^2V^2}{2M}$, *ed in questa posizione la forza perduta dal la nave* $= \frac{2mUV}{2}$ *è la massima, che possa perdersi: siccome all'incontro nella formola dinotante l'energia dell'elastro* $= \frac{mV^2}{2} + \frac{m^2V^2}{2M}$ *dando di penna al secondo termine infinitamente picciolo, resta soltanto il primo* $= \frac{mU^2}{2}$, *e nel nostro caso la forza esercitata dalla molla è fra tutte la minima. Quinto: egli è vero, che la forza tolta al vascello* $= \frac{2mUV}{2}$ *è sempre una magnitudine finita, ma di tal indole, che fa figura d'una differenza inassegnabile rispetto la forza viva del vascello* $= \frac{MU^2}{2}$, *supponendosi infinita la massa* M. *La perdita dunque, che fassi d'una porzione evanescente di forza non influisce nè punto nè poco nell'elastro, che in virtù della procurata costipazione si apre, come se fosse raccomandato ad un intoppo immobile. Sesto: si può fingere altresì infinita la velocità* U *del vascello, nella qual ipotesi bassi la forza da esso perduta* $= mUV - \frac{m^2V^2}{2M} =$ mUV, *attesochè il prodotto* $\frac{m^2V^2}{2M}$ *per rapporto all'antecedente* mUV *sparisce.*

risce. E benchè sia per se stessa infinita la grandezza mUV, *e conseguentemente la nave d' una pari forza si privi, la tolta però non ha punto che fare o colla primitiva, o colla residua, verificandosi le seguenti analogie* $MU^2 : mUV :: MU : mV$; $MU^2 - mUV :: MU - mV : MV$. *Quinci trasfusa la forza perduta prima nell' elastro* A B, *e poi nella palla* C, *e ripigliata la formola generale dinotante la forza impressa nel mobile* $C = \frac{mV^2}{2} + \frac{2mUV}{2} + \frac{mU^2}{2}$, *si dovranno cancellare i due primi termini siccome incomparabili col terzo; e così avrassi la velocità del corpo* C *pari a quella del vascello, e le forze vive alle masse* m, M *proporzionali. E ciò basti intorno la teoria del moto traslato; imperciocchè della dottrina dei limiti mi caderà in acconcio di ragionare nell' annotazione del seguente Capitolo.*

CAPITOLO SESTO

Delle resistenze.

I.

TRe generi di resistenze si considerano dai Fisico-matematici. Il primo proviene dall' asprezza delle superfizie, e dai fregamenti; il secondo dalla tenacità, e dall' intralciamento delle fibrille, che compongono i misti; il terzo dalla ripugnanza delle masse inerti alle mutazioni di stato. Di tutti e tre si cercan partitamente le leggi, e se ci andasse fatto di scoprirle, lo che io giudico impresa poco meno che disperata, si spanderebbe un gran lume sulla connessione delle cause, e degli effetti, sulla economia delle forze, e sulla struttura del mondano Sistema.

Per ciò, che appartiene alle fregagioni, sin ora non abbiam di meglio, e di più consentaneo alla ragione, ed alla sperienza, quanto la dottrina suggeritaci dal celebre Signor Amonton, viene a dire che l' intoppo cagionato da tal sorta di resistenze sia proporzionale al peso comprimente. Io riputerei la cosa ben avverata, se non ci entrassero frequentemente certe circostanze, da cui non si vuole prescindere. Di paste differenti i corpi solidi si compongono, e varie oltre modo sono le scabrosità delle superfizie, che li circondano. Dalle minime prominenze le mutue fregature risultano, e tal volta la materia è tanto dura, che agevolmente non lascia vincersi: laonde le asperità l' una nell' altra s' insinuano, e s' incastrano, e per superarle fa d' uopo, che i corpi in parte si stacchino, ed ora si sollevino, ed ora si abbassino. Altre fiate le inegualità a guisa di picciolissime molle si comprimono, e si rimettono, e sovente senza restituirsi si ammaccano, e si condensano. Bene spesso

ſpeſſo con più, o manco ſtento le ſuperſizie reciprocamente ſi logorano, e ſi puliſcono, ed in tal caſo il maggior contraſto deriva dalla coerenza delle particole, le quali ſi ſtritolano, e ſi diſgiungono, come le polveri, ed i colori macinati ſul porfido. Può naſcere uno ſcrupolo, ed è, che ſtriſciando un piano ſopra l' altro con differenti velocità ſi diverſifichino le reſiſtenze; ſebbene io non terrei molto conto di queſta particolarità, perchè ſtando invariato il cumulo degli oſtacoli, non cred'io, che altro foſſe per ſuccedere, ſe non che ſi vinceſſero in tempo più lungo, o più breve. Parmi, che i mentovati elementi non ſiano guari diſpoſti a ſottometterſi ad un canone generale, e che la regola ſtabilita dall'Accademico Franceſe, atteſi i diverſi generi delle aſprezze, al più non poſſa eſſere ſe non ſe di approſſimazione. Per la qual coſa ſu queſto primo capo delle reſiſtenze reſtiamo tuttavia incerti, e non abbiam lume ſufficiente per deporre ogni ambiguità.

II.

Con più franchezza ſi maneggiano le reſiſtenze naſcenti dall'unione, e dalla tegnenza delle fibre: almanco poſſiam fermare una legge di limite, da cui tal fiata la Natura pochiſſimo ſi diſcoſta. Lo ſperimento del Signor Deſagulieres intorno i fogli di carta m'inſegna, che il numero de'fogli rotti è proporzionale alle ſublimità, da cui diſcende la palla grave A (Fig. 15.) ovvero alle forze vive acquiſtate nelle differenti cadute. Pongo, ch'eſſa palla abbia vigore baſtante per lacerare quattro fogli 1, 2, 3, 4, e non più, e li colloco in maniera, che le piccole diſtanze BC, CD, DE, da cui vengono ſeparati, ſiano uguali, indi ci aggiungo la retta $BA = BC$. Il grave A corre per lo ſpazietto AB colla forza intiera guadagnata nella diſceſa, ma, rotto il primo foglio, ne perde la quarta parte, e proſeguiſce il ſuo viaggio per l'intervallo BC colla forza reſidua atta ſolamente a romper tre fogli, e così di mano in mano ſin a tanto, che pervenuto al punto E, e ſpezzato il quarto foglio, rimane affatto nudo di forza, conſunta paſſo paſſo dalla tenacità degli ſtrati, a traverſo de' quali ſi è fatto ſtrada. Per la qual coſa eſſe forze vive decreſcono aritmeticamente, ed in ragione delle aſſiſſe AE, BE, CE, &c.

Le velocità poi ſeguitano un altro ſtile, ſiccome quelle, che ſi diminuiſcono in proporzione dimidiata delle forze, o delle aſſiſſe medeſime. Ci rappreſenti la retta AI la velocità della ſfera A nel punto B, mentre tocca il primo foglio, e contro d'eſſo non ha per anco eſercitata la ſua azione. Intorno l'aſſe EA dal vertice E ſi deſcriva la ſemiparabola comune EGH, che paſſi per il punto I; egli è manifeſto, che le ordinate BH, CG, DF ci eſporranno le velocità reſidue, che ſi conſervano nel mobile A dopo penetrato il primo, il ſecondo, ed il terzo foglio, e che la velocità nulla nel punto E ci dinoterà, che, rotto l'ultimo, la palla ha perduto tutto il ſuo moto. Quinci le velo-

locità ſcemate nel lacerare i fogli ad uno ad uno verranno eſpreſſe dalle applicate al trilineo parabolico, cioè a dire dalle rette HK, GL, FM, EN.

III.

Facciaſi, che gl'intervalli AB, BC, CD, DE ſiano tutti riempiti di fogli di carta, di modo che non ci reſti alcun vano tra foglio, e foglio, allora la parabola delineata ſarà la ſcala delle velocità decreſcenti ſenz' alcun interrompimento; ed in qualunque ſito dell'aſſe, per eſempio O, ſi trovi la palla, che in ſe ha tanta forza per vincere la reſiſtenza di tutta queſta ſerie di ſtrati, la ſua velocità reſtante ſarà eſpreſſa dall' ordinata O P, come appunto accaderebbe nelle ſperienze del Signor Marcheſe Poleni, ſe la tenacità del ſevo non foſſe ſoggetta a ſenſibile coſtipazione.

Ora prendiamo per mano la nota formola delle forze continuamente applicate $-R\,ds = m\,u\,du$, e confrontiamola colla equazione differenziale della noſtra parabola, chiamando s le aſſiſſe AC, ed u le ordinate CG, ed in oltre b l'aſſe AE, ed a il parametro. Per l'equazione locale della curva abbiamo $ab - as = u^2$, e preſe le differenze $-\frac{ads}{2} = udu$, e ſoſtituito queſto valore nella formola generale $-\frac{R\,ds}{m} = u\,du$, ſarà $\frac{a\,ds}{2} = \frac{R\,ds}{m}$; dunque $R = \frac{am}{2}$, e conſeguentemente coſtante la reſiſtenza, che proviene dalla tenacità.

Così pare, che vada computata queſta ſorta di reſiſtenze, che ai corpi moventiſi o più pigri, o più celeri con pari contraſto ſi oppongono, e per cui ſi minorano gradatamente le forze vive in progreſſione aritmetica. E perchè ciò ſucceda, biſogna, che s'adempiano due condizioni, come nell'addotto eſperimento degli ſtrati di carta, ed in altri conſimili: l'una, che i fogli egualmente teſi, e raccomandati a ritegni fermi non mutin ſito, e non ſiano traſportati di moto locale: l'altra, che la forza impreſſa nel ſolido s'impieghi ſolamente nello ſtirare, e nel divellere le fibre intralciate, ſenza che vi s'introduca notabile condenſazione. In tal ipoteſi ſarà vero, che per rompere i fogli ad uno ad uno vi ſi ſia ſpeſa una forza coſtante, terminata l'azione: ma nel penetrare a cagion d'eſempio il primo B K il globo A, che comincia a premerlo, ed appena il tocca, ſente una menomiſſima reſiſtenza, la quale va creſcendo a miſura, che la noſtra palla ſi appoggia ad una più larga ſuperſizie, che i fili elaſtici vie più ſi ſtendono, e che la carta maggiormente ſi piega, e s'incurva. E queſti elementi ſan sì, che la parabola delineata ſia una ſcala di proſſima adequazione. Similmente egli è aſſolutamente impoſſibile, che ad un pendolo oſcillante in un mezzo viſcido, per eſempio nell'olio, ſi opponga una data tenacità, per modo che in ogni circoſtanza abbia eſſa a ſottrarſi dalla ſollecitazione tangen-

zia-

ziale. Io so, che nel principio della discesa la ghianda è stimolata dalla gravità, che la incalza con un conato assegnabile, e so di più, che in tal incontro il peso agente non è ritardato da qualsisia resistenza; imperciocchè i fregamenti, e la viscosità non contrastano colla quiete. Acciocchè dunque i predetti ostacoli operino, e non mai di salto, è necessario, che il mobile si trovi in moto, e che alla velocità attuale con qualche rapporto rispondano le resistenze. Nelle fosse Poleniane all' incontro dall'impeto delle palle cadenti la materia viscosa è obbligata a cedere dai lati, e a soffrire una compressione gagliarda a misura, che il mobile vie più s'interna, e cava più profonda la buca. Per la qual cosa, essendo noi all'oscuro con che leggi le resistenze si aumentino relativamente all'inerzia della massa molle cacciata di luogo, ed ai costipamenti, che vanno passo passo crescendo, non abbiam dati per determinare le scale de'conati ritardanti, onde venire a capo di cotali investigazioni.

Il lodato Signor Marchese colla sua solita sagacità si è liberato dalle dubbiezze, procurando cioè, che due palle di ottone di ugual diametro, una piena, e l'altra vuota escavassero nel sevo rappreso due fosse di pari profondità. In tal guisa si assicurava, che dall'una, e dall'altra parte fossero pari le resistenze. Si avvide poi col replicare i tentativi, che ciò sempre mai succedeva, quantunque volte, cadendo esse palle da varie altezze, acquistavano in virtù della gravità accelerante una pari mutazione di stato, viene a dire quando le masse pesanti erano in proporzione reciproca delle sublimità, da cui piombavano; o pure quando erano uguali i prodotti delle masse medesime nei quadrati delle velocità terminali, con cui le sfere cominciavano ad insinuarsi nella materia tegnente. Questa bella scoperta tanto favorevole alla misura Leibiniziana delle forze vive non si sarebbe mai fatta, se non si fosse usato l'artifizio di ridurre all'egualità la somma de'conati resistenti, ed in tal guisa venir in cognizione dell'uguaglianza tra i cangiamenti di stato

IV.

Non ci ha problema fisico-matematico, che a gara sia stato tanto diligentemente discusso, quanto quello delle resistenze, che soffrono i corpi solidi nell' aprirsi il passaggio a traverso de'mezzi fluidi. Ce ne diede un primo saggio il VVallis seguito dall'Ughenio, dal Nevvton, dal Leibinizio, dal Varignone, dall' Ermanno, e da parecchj altri valentuomini, ed anch'io mi ci sono adoperato ripudiando piuttosto le ipotesi false, che assortendo le vere. Egli è un paradosso, che le leggi, le quali pajono più conformi al buon senso, ed alla retta ragione, siccome fra tutte le più semplici, si discostino assai più delle maggiormente complicate dal modo, con cui opera la Natura. Ma cesserà la maraviglia, qualora si ponga mente alla moltiplicità, ed alla meschianza degli elementi, da cui cotali moti vengono modificati. Oltre la tenacità, ed i fregamenti fanno principalmente contrasto l' inerzia, e la gravità del flui-

fluido, il quale in parte cede dai lati, ed in parte è cacciato avanti giuſto la direzione del ſolido. Quinci ſollevandoſi ſopra il livello, e conſeguentemente ſcorrendo verſo il declivo per rimetterſi in equilibrio, coll'impeto, che acquiſta, ſi oppone al progreſſo del corpo maſſiccio, e finalmente alla quiete il riduce.

Giudico impreſa diſperata farſi a computare i predetti variabili bilanciamenti, ed accertare le regole, per cui ſi temperano le azioni, e le reazioni parte coſpiranti, e parte contrarie. Di ciò accortoſi il Signor Dottor Giuſeppe Suzzi pubblico primario Profeſſore di Fiſica nell'Univerſità di Padoa in un ſuo elegante ſchediaſma ha battuto un diverſo ſentiero, ed è andato in traccia di quelle leggi, tali quali ſi poſſano eſſere, che meglio ſi approſſimano ai fenomeni, e guari non diſcordano dall'eſperienza.

Io per me, dopo eſſermi aſſicurato colle oſſervazioni, che nel progredire del medeſimo corpo per lo ſteſſo fluido non perſiſtono invariati i canoni delle reſiſtenze, ma che ad ogni paſſo, alterati i dati, e le circoſtanze, ſi cangia ſtile, penſo, non eſſerci il più opportuno eſpediente in tanta ambiguità di coſe, quanto il ricorrere ai limiti eſtremi, che non ſono difficili a determinarſi, e che a leggi ſtabili ſi ſottopongono per indi farſi ſtrada ai caſi intermedj, i quali tanto meno ci ſi naſcondono, quanto più all'uno, o all'altro eſtremo ſi accoſtano.

V.

Vengo a capo dell'inchieſta col mettermi anzi gli occhj due differenti comunicazioni di moto, le quali ſegnano i limiti appropiati. Ed in prima diſpongo le picciole palle *b*, *c*, *d*, *e* (Fig. 16.) in eguale diſtanza, acciocchè, eſſendo eſſe pari di maſſa, gl'intervalli uguali *Ab*, *bc*, *cd*, *de* mi rappreſentino le ſteſſe maſſe. Quindi facendo, che la sfera A animata dalla velocità U urti nella palla *b*, e dopo aver ad eſſa comunicato il movimento colle leggi de' corpi molli ſi levi di mezzo la palla *b*, coſicchè il mobile A colla celerità dopo il primo colpo reſtante percuota la palla *c*, a cui partecipato il moto, e tolta via la palla *c*, ſeguiti il corpo A colla velocità reſidua ad eſercitare la ſua azione contro la sferetta *d*, e così di mano in mano; egli è certo, che le velocità decreſcenti, che dopo fatto il primo, il ſecondo, ed il terzo colpo, e così ſucceſſivamente ſi conſervano nel globo A, verranno eſpreſſe dalla ſeguente progreſſione geometrica, chiamata *n* la maſſa di ciaſcheduna delle palle uguali *b*, *c*, *d*, *e*, cioè U. $\frac{A\,U}{A+n}$. $\frac{A^2\,U}{(A+n)^2}$. $\frac{A^3\,U}{(A+n)^3}$. &c.

In fatti la velocità del globo A dopo la prima colliſione, e dopo aver comunicato il moto alla palla *b* ſi trova eſſere $\frac{A\,U}{A+n}$, che moltiplicata per la maſſa A mi dà la quantità del moto, con cui la palla

A

A investe la palla c, e dividendo essa quantità di moto per la somma delle due masse $A+n$, avremo la velocità della sfera A, compiuta la seconda percossa $= \frac{A^2 U}{\overline{A+n}^2}$, e così di seguito. Ma riducendo la serie a maggiore semplicità col mettere $A=1$, $U=1$, le velocitá calanti, dalle quali resta passo passo affetta la palla A, si esporranno per i termini della progressione geometrica $1. \frac{1}{1+n} \cdot \frac{1}{\overline{1+n}^2} \cdot \frac{1}{\overline{1+n}^3} \cdot \frac{1}{\overline{1+n}^4}$. ec.

VI.

Se dunque porremo la normale $AF = 1$ (Fig.17.) che ci rappresenti la velocità della palla A prima di qualunque percossa, indi $bG = \frac{1}{1+n}$ velocità della stessa palla dopo la prima azione; $cH = \frac{1}{\overline{1+n}^2}$ velocità della detta palla dopo il secondo urto, e così consecutivamente, troveremo, che crescendo le assisse Ab, Ac, Ad, Aè per eguali intervalli aritmeticamente, le ordinate AF, bG, cH, dI, eK decrescono geometricamente, e per conseguenza i punti F, G, H, I, K saranno alla logaritmica. E per avere la curva non interrotta, e non descritta per via di salti sarà di mestieri valersi delle quantità infinitesime o diminuendo all'infinito le masse delle sferette b, c, d, ed accostando le distanze; ovvero sostituendo un fluido di densità tale, che dalla palla A sia cacciata di luogo tanta materia liquida in ogni elemento di spazio, che sia equivalente alla massa del minimo globo b. Sarà inoltre necessario, che il mezzo resista colla sua inerzia, e sia privo d'ogni asprezza di parti, e d'ogni tenacità.

Ora chiamate s le assisse, o gli spazj passati Ab, Ac, Ad, ed u le ordinate, ovvero le velocità calanti AF, bG, cH, avrassi l'equazione differenziale della logistica $-nds = \frac{du}{u}$. E perchè i canoni delle forze continuamente applicate ci danno la formola generale $-Rds = udu$, se in cambio di $-ds$ sostituirò il valore già trovato $\frac{du}{nu}$, si scoprirà la resistenza $R = nu^2$, cioè in questa ipotesi proporzionale al quadrato dell'attuale velocità moltiplicato nella densità del mezzo.

Una tal supposizione di limite richiede, che tutto il fluido, il quale viene spinto innanzi dal solido fluisca liberamente dai fianchi nell' atto della comunicazione del moto, per modo che la superfizie del

 cor-

corpo duro urti sempre in un nuovo velo di liquido, che prima non abbia risentita alcuna benchè minima impressione. Alcune volte ha luogo l'esposta regola, almeno prossimamente. A cagion d'esempio, essendo la stessa cosa, che un corpo massiccio penetri un mezzo cedente, o che il mezzo colla medesima velocità urti nel solido, se noi ad un filo d'acqua, ch'esce da un vase per la linea verticale sottoporremo una leva, nell'estremità della quale sia collocato un emisfero convesso, e liscio, che in se riceva l'impeto dell'acqua cadente, otterremo, che scorrendo il fluido prontamente per il declive, verrà il vette da nuovi veli d'acqua successivamente investito. Quinci posti nell'altra estremità i pesi appropiati, che si equilibrino colla forza del liquore piombante da varie altezze, scopriremo col Signor Mariotte essi pesi sempre mai proporzionali alle diverse sublimità, o sia alle velocità duplicate, e che nell'addotta circostanza gli esperimenti c'insegnano, verificarsi l'assegnata legge di limite.

VII.

Mi faccio ad esaminare cosa succeda, cangiata ipotesi, e passando al limite opposto. Voglio, che il mobile A (Fig.16.) urti nel globetto b, e poi che tutti e due uniti colla velocità comune vadano a colpire la sfera c, indi tutti e tre di conserva percuotano la palla d, e così di seguito. In tal incontro, purchè la comunicazione de' moti proceda colla regola dei corpi inerti, nascerà la progressione $1.\frac{1}{1+n}.\ \frac{1}{1+2n}.\ \frac{1}{1+3n}.\ \frac{1}{1+4n}.$ &c. la qual serie, essendo armonica, attesochè i numeratori delle frazioni in ogni termine sono costanti, ed i denominatori in progressione aritmetica; egli è manifesto, che ripetuta la premessa costruzione i punti F, G, H, I, K saranno all'iperbola apolloniana fra gli assintoti. E riempiuti i vani per via dell'artifizio di sopra usato, surrogandoci un fluido, avremo l'equazione locale $\frac{1}{1+ns}=u$, o sia $\frac{1}{u}=1+ns$, e la differenziale $-\frac{du}{u^2}=nds$. Se dunque in cambio di $-ds$ sostituiremo nella formola generale il valore risultante dalla particolare, cioè $\frac{du}{nu^2}$, avremo $R=nu^3$, o le resistenze in ragion composta delle masse n, e dei cubi delle velocità u^3.

Questa posizione mette in vista un caso affatto diverso, viene a dire che il fluido cammini a seconda del solido, e che urtando nel primo velo il tiri seco di conserva ad imprimere il moto nel secondo, e così di mano in mano. Si accosta assai all'ultima legge il movimento di quel corpo, che con una larga superfizie, e quasi radendo le sponde del

del canale, sforza l'acqua a progredire in gran parte per la sua direzione. E meglio corrisponderà a tal genere di resistenza un liquore cacciato con impeto fuori d'uno schizzatojo.

Se si guarda a ciò, che in fatto succede, quando una galleggiante mossa da principio con una data velocità per l'acqua stagnante s'innoltra, ad ognuno è palese, che una porzione anteriore del fluido precede la navicella, e se ne ha l'indizio dall'onde, e dagl'increspamenti, e da'corpicciuoli nuotanti, cui si partecipa il movimento, e che non toccati dal solido vengono spinti avanti dal liquido precedentemente agitato. Un'altra porzione dell'acqua s'incammina a ritroso, e strisciando contro la barchetta, ed al suo corso opponendosi con impulsi successivi, e contrarj in non lungo tempo la ferma e la riduce alla quiete: lo che non dovrebbe intervenire, attesa la natura delle curve logaritmica, ed iperbolica già descritte, se non se dopo aver compiuto un viaggio infinito.

Ora chi sa assegnarmi la precisa quantità del fluido, che si mette in azione, e con qual rapporto si divida in due l'acqua, che in parte va a seconda, ed in parte torna indietro? Ciò principalmente dipende dalla grandezza, e dalla figura de'corpi o galleggianti, o immersi, che in virtù dell'impeto impresso a traverso del mezzo cedente si aprono il passaggio, ed inoltre da cento minute circostanze impossibili ad accertarsi dall'umana industria. E pure, mutata soltanto la predetta proporzione, totalmente si diversificano le leggi delle resistenze, e si esprimono per funzioni affatto differenti delle attuali velocità. Pare dunque, che bisogna contentarsi di que' limiti di resistenze, che superiormente col mezzo delle due progressioni geometrica, ed armonica si sono determinati.

VIII.

Il metodo per dir il vero non ci abbandona, ma se ne trae pochissimo profitto, applicandolo alle operazioni della Natura; atteso che le deduzioni indi nascenti non si accordano con i fenomeni. Io mi sbrigherò in poche parole, lasciando la cura ai Geometri di ultimare una teorica matematica, piuttosto che fisica. La palla A (Fig.18.) colla velocità U urti nelle due palle accoppiate B, b, e partecipato ad esse il moto giusto i canoni de' corpi molli, si tolga di mezzo la sfera b, onde le due A, B unite percuotano di conserva le due C, c, e levata via la palla c, le tre A, B, C agiscano contro le due D, d, e così in serie, osservata sempre in progresso la medesima legge. Le palle B, C, D, E, ci rappresentano in qualche maniera quella parte del fluido, che viene spinta avanti dal solido, e le sfere b, c, d, e l'altra parte, che retrocede, e fluisce in senso contrario.

Pongo la massa $A = 1$, e la sua velocità parimente $= 1$. Chiamo m la massa delle palle uguali B, C, D, E, ed n ciascheduna delle masse b, c, d, e. Istituito il computo colle regole note, le velocità decrescenti della palla A vengono espresse dalla serie infrascritta

$$1 : \frac{1}{1+m+n} : \frac{1+m}{\overline{1+m+n} \times \overline{1+2m+n}} : \frac{\overline{1+m} \times \overline{1+2m}}{\overline{1+m+n} \times \overline{1+2m+n} \times \overline{1+3m+n}} :$$

$$\frac{\overline{1+m} \times \overline{1+2m} \times \overline{1+3m}}{\overline{1+m+n} \times \overline{1+2m+n} \times \overline{1+3m+n} \times \overline{1+4m+n}} : \text{\&c.}$$

L' andamento della progressione nei numeratori, e nei denominatori delle frazioni è per sestesso manifesto, onde è soverchio il prorogarla a più termini. Osservo bensì, che posta $m = o$, la serie si tramuta nella geometrica, della quale ho favellato di sopra; e se faccio $n = o$, torna in campo la serie armonica.

Appresso noto, che la progressione generale contiene in sestessa infinite curve d' indole onninamente diversa, che ponno determinarsi, fermata la proporzione fra le due masse m, n. Sia dunque $m = n$, onde sia eguale la quantità dell' acqua, che fluisce in senso opposto; e la serie universale si muterà nella particolare $\frac{1+m}{1+m} : \frac{1+m}{\overline{1+m} \times \overline{1+2m}} :$ $\frac{1+m}{\overline{1+2m} \times \overline{1+3m}} : \frac{1+m}{\overline{1+3m} \times \overline{1+4m}}$ &c. Avendosi in questa progressione due binomj moltiplicati insieme nel denominatore delle frazioni, stando il numeratore costante, i denominatori stessi costituiranno una serie di numeri triangolari. Di fatto se sarà $m = n = 1$, avrassi $\frac{1}{1} : \frac{1}{3} : \frac{1}{6} : \frac{1}{10} : \frac{1}{15} : \frac{1}{21}$: &c. e se farò $m = n = \frac{1}{2}$, ne nascerà un' altra $\frac{3}{3} : \frac{3}{6} : \frac{3}{10} : \frac{3}{15} : \frac{3}{21} : \frac{3}{28}$: &c.

Per aver poi (sostituito conforme il solito un fluido, per cui si faccia strada la palla A) l' equazione alla curva, chiamati s gli spazj passati, ed u le velocità calanti; essendo che gli spazj, o le assisse crescenti Ac, Ad sono in ragione come i numeri dei termini della serie, ommesso il primo $\frac{1+m}{1+m}$ = all' unità (a cagion d' esempio nel termine terzo sarà $1+3m = 1+ms$, ed $1+4m = 1+ms+m$) dunque $\frac{1+m}{\overline{1+3m} \times \overline{1+4m}} = \frac{1+m}{\overline{1+ms} \times \overline{1+ms+m}} = u$. La formola locale non è di difficile costruzione, ed io ne lascio agli Analisti l' impaccio. Fanno a mio proposito due determinazioni di limite. In prima sia $s = o$, e conseguentemente $\frac{1+m}{1 \times \overline{1+m}} = 1 = u$, velocità espressa per

l' uni-

l'unità, e che si è da principio assegnata alla palla A nell'atto, che comincia a penetrare il fluido. Mettasi poscia $s = \infty$, ed avrassi $\frac{1+m}{m^2 s^2} = u$, ed essendo il quadrato s^2 un infinito relativo del secondo ordine, la celerità u apparterrà ad una pari classe di quantità infinitesime. Per la qual cosa la nostra curva è del genere delle assintotiche: e ciò dinota, che nella sfera A non si estinguerà mai tutto il moto, se non se adequatamente dopo corso uno spazio infinito. Quindi si dee conchiudere, che l'ipotesi assunta con altre di simil fatta ripugnano all'esperienza; conciossiachè nella premessa progressione generale il valore de' termini va continuamente scemando, ma non finisce nel nulla, a cui sempre più si avvicina.

Tenuta ferma la supposizione, per determinare il canone delle resistenze ripiglio l'equazione locale $\frac{1+m}{\overline{1+m} \times \overline{1+ms+m}} = u$, la quale, fatte alcune operazioni algebratiche si riduce alla seguente $\frac{1}{u} = 1 + ms + \frac{m^2 s^2}{m+1}$, e prese le differenze $-\frac{du}{u^2} = m\,ds + \frac{2m^2 s\,ds}{m+1}$. Richiamata a memoria la formola capitale $-R\,ds = u\,du$, e colla debita sostituzione fatta svanire nell'antecedente la flussione ds, troveremo la resistenza variabile $R = mu^3 + \frac{2m^2 su^3}{m+1}$. In cambio dello spazio s potrei collocare il suo valore dato per una funzione della velocità u, oppure in vece di u^3 il suo valore dato per una funzione di s, ma ciò poco importa. Intanto io noto, che le resistenze per un verso si vanno minorando col decrescere delle velocità, e per l'altro si avvalorano coll' aumentarsi degli spazj. Se pongo $s = o$, la resistenza iniziale mi viene espressa dall'equazione $R = mu^3$, cioè dalla massa m nel cubo della velocità primitiva, o semplicemente dalla detta massa m, assunta la velocità $U = 1$. Fatta poi l'assissa $s = \infty$, già si è detto, che la velocità corrispondente u discende al secondo ordine delle magnitudini infinitesime, e per conseguenza il cubo u^3 precipiterà al sesto grado, e la resistenza sarà tanto menomissima, che dovrà esprimersi per una flussione del quinto.

Muto posizione, e faccio $1 + 3m = 1 + m + n$, onde m sia la metà di n, e la serie generale si trasformi nella particolare

$$\frac{1}{1} : \frac{1}{1+3m} : \frac{1+m}{\overline{1+3m} \times \overline{1+4m}} : \frac{\overline{1+m} \times \overline{1+2m}}{\overline{1+3m} \times \overline{1+4m} \times \overline{1+5m}} \text{ ec.}$$

nella quale essendosi al più tre binomj insieme moltiplicati nei denominatori delle frazioni, sanno gl'Aritmetici, ch'essi denominatori costi-

tui-

tuiscono una progressione di numeri piramidali, ch'è la seguente, messa la quantità $m = 1$.

$\frac{1}{1} : \frac{1}{4} : \frac{1}{10} : \frac{1}{20} : \frac{1}{35} : \frac{1}{56} :$ &c. L' equazione della scala delle velocità relativamente agli spazj non è difficile a determinarsi, ed anco a costruirsi, valendosi siccome di basi della parabola cubica, e della iperbola apolloniana, indi si dee passare a quella delle resistenze: ma i calcoli vie più s'imbrogliano. In tal modo si può procedere all'infinito, trovando sempre nuove curve di grado più alto, ed altresì meccaniche, qualora la proporzione di $m : n$ è irrazionale, o trascendente. Basti però d'averne indicato il metodo.

IX.

Ci ha per ciò, che concerne le resistenze, un'altra sorta di limiti, che riguardano le sole quantità coefficienti. I Cartesiani solevano farsi forti a tutela della lor sentenza sopra un argomento riputato insolubile, a cui i seguaci della opposta opinione non s'erano fatti 'ncontro con un' adequata risposta. Dicevan eglino: un solido animato da una data velocità giusto il Leibnizio cammina a traverso d'un fluido con una forza viva proporzionale al quadrato della velocità stessa. Ma nell'atto medesimo caccia di luogo una copia d'acqua in ragione della celerità, con cui si muove; dunque la resistenza cagionata dall'inerzia del mezzo eguale, e contraria all'azione dee misurarsi dalla massa nel cubo della velocità; lo che non può conciliarsi collo sperimento del Signor Mariotte da me raccordato, per cui essa resistenza non poggia oltre la velocità duplicata. Già si è avvertito, in quali circostanze ascende alla triplicata.

Avendo il P. Vincenzo Riccati della Compagnia di Gesù mio Figlio a soddisfare all'apparente obbiezione, si è valso d'una mia vista ad esso lui privatamente comunicata, e nel tempo stesso ha mostrato a dito il fonte del paralogismo, ed ha scoperto l'equivoco, per cui gli Avversarj confondevano colle forze morte le vive. Quando, dic'egli nella Giornata undecima, si parla della forza, che proviene da un fluido, che urta la superfizie d'un solido, e della resistenza, che patisce un solido viaggiando per mezzo un fluido, non si parla di forze vive, ma di forze morte, le quali continuamente esercitano nuova azione o per accrescere, o per diminuire la velocità al corpo. Di fatto i corpi, contro i quali urta l'acqua corrente, non vengono sostenuti in equilibrio dalla tenacità d'una corda? E come dunque per misurare cotai forze morte l'energia della forza viva totale si mette in campo? A questo passo io ci aggiungo l'uso de' pendoli nel misurare le correnti di varj fiumi, o dello stesso in diversi siti, viene a dire in differenti distanze, e dal fondo, e dalle rive; onde, determinata prossimamente la velocità media, ci si palesi la quantità d'acqua, che in un dato tempo per una sezione si scarica, e conseguentemente per qualunque altra,

tra, ſuſſiſtendo il fiume in iſtato permanente. Tuffata la ghianda ſotto acqua, il corſo la ſpigne di traverſo, e rimove il filo dal perpendicolo più, o meno, ſecondo le circoſtanze, ſino ad un certo ſegno, dove ſi ferma, e vi ſi mantiene, formandoſi un equilibrio di moto appena percettibile fra la gravità ſpecifica della palla di metallo, che fa sforzo di diſcendere, e le coſtanti ſucceſſive impreſſioni del fluido, che la ſoſtentano: il qual bilanciamento riſulta da due potenze atte a produrre nel tempo medeſimo due azioni iniziali pari, e contrarie. Dagli angoli di deviazione ſi viene in notizia delle reſpettive velocità, che delle tangenti degli angoli ſteſſi ſono in ragion dimidiata, come nella ſua Foronomia ha dimoſtrato l'Ermanno.

Ora ſia la maſſa ſolida A fornita della velocità V (Fig. 19.) la quale muova il primo paſſo, e ſi faccia dar luogo ad un velo di fluido ſtagnante, la di cui maſſa m, per un minimo ſpazio, ed in tempo infiniteſimo. E' coſa chiara, che qui abbiamo una comunicazione di moto, che può farſi in tre diverſe maniere, due di limite, cioè o quando gli elementi del fluido ſi fingono affatto inerti, ovvero dotati d'una perfetta virtù di molla, e la terza di mezzo infra due, che unicamente appartiene alla Fiſica.

Nel primo caſo la velocità comune alle due maſſe A, m è per le leggi note $= \frac{AV}{A+m}$, e conſeguentemente la perduta dal corpo A $= V - \frac{AV}{A+m} = \frac{mV}{A+m} = -dV$, e moltiplicati amendue i membri per AV, ſarà $\frac{mAV^2}{A+m} = -AVdV$, ma dinotando R la reſiſtenza del mezzo, haſſi per il canone delle forze continuamente applicate $-AVdV = Rds$, e di più la maſſa minima m come lo ſpazietto ds, ed anco la quantità m inaſſegnabile relativamente ad A; dunque $mV^2 = V^2 ds = Rds$, o ſia $V^2 = R$. E per conſeguenza abbiamo in queſta poſizione di limite le reſiſtenze in ragione duplicata delle attuali celerità.

Nel ſecondo caſo ſi aſſume, che le particelle componenti il fluido ſiano guarnite d'una perfetta elaſticità. E' noto, che, ſeguita la compreſſione, e il ribattimento, il mobile A procede colla velocità $= \frac{AV - mV}{A+m}$, che ſottratta dalla primitiva V ci dà la perduta $V - \frac{AV + mV}{A+m} = \frac{2mV}{A+m} = -dV$, e moltiplicando per AV, $\frac{2mAV^2}{A+m} = -AVdV = Rds$: ma $m = ds$: dunque $\frac{2AV^2}{A+m} = 2V^2 = R$. Quindi ſaltando dall'uno all'altro eſtremo, ſi diverſifica ſoltanto la coefficiente, che dall'unità paſſa al binario; laonde la reſiſtenza d'un fluido elaſtico è doppia di quella, che compete all'inerte. Nel

Nel terzo caso intermedio, mentre il fluido sia corredato d'un'imperfetto vigore di molla, pongasi, che la forza impiegata nella contusione a quella, che si restituisce, stia in ragione di $N^2 : n^2$. Compiuta la comunicazione del moto, il corpo A camminerà colla velocità $\frac{NAV - nmV}{NA + Nm}$. La sottro conforme il solito dall'iniziale V, ed ho la perduta $V - \frac{NAV + nmV}{NA + Nm} = \frac{\overline{N+n} \times mV}{NA + Nm} = -dV$, e moltiplicando per AV, $\frac{\overline{N+n} \times mAV^2}{NA + Nm} = -AVdV = Rds$. Ma $m = ds$, ed il termine Nm, siccome infinitesimo rispetto ad NA, svanisce; dunque $\frac{\overline{N+n} \times V^2}{N} = R$. Anco qui si mutan le leggi non già per ciò, che concerne il quadrato della velocità, ma solamente i valori delle coefficienti. Se faccio $n = o$, trovo $R = V^2$, e se faccio $n = N$, mi si presenta $R = 2V^2$; ed ecco le due ipotesi di limite. Posto poi a cagion d'esempio $N = 3$, $n = 2$, onde le particole elastiche costipate con nove gradi di forza ne rimettano soltanto quattro in ragione di $N^2 : n^2$, allora avrassi la resistenza $R = \frac{5}{3} V^2$. Siccome si è tolto a considerare un caso intermedio, così la frazione $\frac{5}{3}$ sta di mezzo fra l'unità, ed il binario, che segnano i limiti estremi.

ANNOTAZIONE.

Viene frequentemente ad uso il metodo de' limiti, che ci serve di scorta nelle più perplesse ricerche; e ne abbiamo gli esempj ne' premessi Capitoli. Io consiglio a non perderlo d'occhio; conciossiachè, sebbene le ipotesi estreme sono prette immaginazioni, e lavori metafisici degli umani intelletti, che rimovono dal subbietto in quistione, e pongono in disparte certe minute circostanze, che gli frastornano dall' afferrare speditamente la verità, ciò non ostante le iterate astrazioni dal modo di operare della Natura guari non si allontanano: anzi tal fiata vi si accostano assai da presso, non dico già per via d'una matematica precisione, ma bensì d'un fisico adeguamento.

Gli antichi Geometri intesi a promovere l'analogia fra il retto, ed il curvo, maneggiando l'oscura materia, coll'escludere per una parte gli eccessi, e per l'altra i difetti non an fatto molto viaggio. Ed è una maraviglia, che Archimede colla sua acutissima penetrazione sia giunto a scioglere parecchj problemi ignoti ad Euclide, taluno de' quali era stato preveduto da Conone, ma non dimostrato. Non si legge, che i Successori Greci, Arabi, Latini abbiano mossi altri passi, almeno di qualche importanza, fin a tanto che

che nel passato secolo decimosettimo, accoppiata fortunatamente l'analisi alla geometria, i gran maestri si son fatti coraggio di uscire dai confini del finito, e di spaziare per i varj ordini delle grandezze infinite, ed infinitesime non mica assolute, ma relative. Queste si assumono in figura di limiti, oltre i quali non si trascorre, e conforme l'indole de' quesiti, ora più vicini, ed or più remoti: ed il gran profitto, che se ne trae, in ciò principalmente consiste, che si abbreviano i calcoli, le cose a maggior semplicità si riducono, e ad una esatta uguaglianza si surroga una prossima adequazione. Si conseguisce l'intento, qualunque volta si trasandano le quantità incomparabili: a cagion d'esempio d'una seconda, o terza flussione non si tien conto, quando per soddisfare al problema le prime bastano. Ben è vero, che il nostro metodo è fornito d'una singolare prerogativa: che con l'usato artifizio si procede per le strade più semplici senza turbare nè punto nè poco la geometrica rigorosa aggiustatezza; conciossiachè avviene, che si riassuma integrando ciò, che nel differenziare si è trascurato.

Non si cammina con pari esattezza nel pigliare per iscopo i limiti fisici, ne' quali avvegnachè la Natura più semplicemente vi si adoperi, si estenuano bensì, ma non si sgombrano totalmente gl'incidenti, che negli effetti s'insinuano: laonde conviene contentarsi d'una discreta approssimazione. E qui si rifletta, che, dovendosi servire ad un congruo temperamento, fa d'uopo attenersi al propinquo, piuttosto che all'esatto. Sarà bene valersi dell'artifizio analitico testè raccordato, e portare le specolazioni limitative, ed i calcoli, che vi si adattano di là dai termini del finito; ma nell'accertare le ultime illazioni abbiam sempre a mente, che si fa transito dal geometrico al fisico, e che si entra nei confini della scienza naturale, dove, attesa la prestabilita partecipazione, non ha luogo la mostruosa mescolanza di quantità nostrali, e d'infinitesime onninamente inutili per organizzare un ben temperato Sistema.

Appresso ne' casi intermedj le cagioni de' fenomeni produttrici soventemente si confondono, e s'imbrogliano per guisa, che non ci va fatto di separarle, nè di discernere le primarie dall'accessorie, e ne tampoco di scoprire le leggi capitali della Natura. Privi di tali sussidj restiam, come si suol dir, su due piedi, e si tronca il filo ai nostri raziocinj meglio accertati: in vece de' quali l'impazienza dell'umano intelletto ci sostituisce o i metafisici troppo astratti concepimenti, o le fievoli congetture, o le ipotesi arbitrarie. Non vogliono pertanto mettersi in non calere i limiti estremi, in cui la Natura si coglie, per così esprimermi, sul fatto, mentre dà cominciamento, e fine a' suoi lavori; ed in tali eventi suole essa procedere con maggiore facilità, e risparmiare quel grand' apparato di circostanze, e di elementi, che ne' casi di mezzo s'insinuano, ed i suoi magisterj ci occultano. Nel tempo stesso due benefizj si ottengono; imperciocchè le leggi naturali agevolmente, e con non molta indagine ci si palesano; ed inoltre dalle conseguenze, che se ne cavano, e dai confronti, che se ne istituiscono, si vede chiaro, se ci siamo ben apposti in determinarla.

Ma sopra tutto bisogna star guardinghi, se in passando dall'una all'altra estremità un solo canone principale predomina, o pure se non sola-

mente ſi contempera, ma ci ſi muta in mano, ed affatto ſi diverſifica. D' entrambi i meccaniſmi la provvida Natura fa uſo ſecondo le congiunture. E nel primo ſiamo ſicuri, che la legge capitale ſuſſiſte intatta anco nei caſi di mezzo con qualche modificazione. Il buon ſenſo ci detta, che non ſuccedendo il cangiamento ne' termini più lontani, ed in certo modo oppoſti, non ci ha motivo, per cui abbia a variarſi negl' intermezzi: quaſi che la Natura ripigli di bel nuovo una regola teſtè ſcordata, e vada a ferire lo ſteſſo ſcopo con doppia mira ora poggiando, ed or diſcendendo: lo che mal ſi confà colla ſua coſtanza. Nel ſecondo la coſa cammina con altra induſtria. Concioſſiachè la grand' Artefice, che non progrediſce per via di ſalti, tra le due leggi differenti di limite ce ne frappone innumerabili, che paſſo paſſo, e regolarmente alterandoſi, ci guidano da un termine all' altro di confine per iſtrade bene ſpeſſo ignote, le quali con una ſpezie di variabile uniformità ſi partono da un eſtremo, e nell' altro mettono capo.

Il ſubbietto, ed il metodo vuole illuſtrarſi cogli eſempj. Nella teorica della comunicazione de' moti diretti i due generi de' corpi o perfettamente molli, ed inerti, o dotati d' una ſquiſita virtù di molla ci ſomminiſtrano i limiti. In eſſi ſi verifica una coppia di leggi, che non ammettono alterazione, viene a dire che prima, e dopo gli urti ſi conſervano illeſe tanto le forze vive del Leibinizio, quanto le quantità del movimento de' Carteſiani, purchè nel canone principale ſi metta a conto la porzione di forze, che nelle mutue contuſioni ſi ſpende; e nel ſecondario s' aggiungano le quantità del moto per la medeſima direzione, e per la contraria ſi ſottrino. Non occorre dunque ſtupirſi, ſe atteſa la notata uniformità, anco ne' ſolidi guarniti d' una mezzana virtù elaſtica, adempiute le premeſſe condizioni, abbiano luogo le ſteſſe regole con altra, che naſce di conſeguenza, ed è, duranti, e compiute le colliſioni, le progreſſioni invariate de' centri di gravità.

LIBRO

LIBRO SECONDO

D' alcune particolarità del Sistema.

PREFAZIONE.

L'Estensione inerte, e la forza attiva sono i primitivi material della nostra corporale costituzione, ed io reputo una vanità il fingersi de' subbietti più remoti, che le sostentino, perchè il formarsene una chiara, e distinta idea egli è onninamente impossibile. Nel precedente Libro mi sono adoperato a tutto potere per accertare la natura, le proprietà, e gli usi d'entrambe, ed ho delineata, o piuttosto abbozzata la pianta del grand'edifizio. Deggio dunque per innalzarlo alla meglio, ch' io saprò, proseguire il mio qualunque lavoro.

I due menzionati originarj elementi non ricusano d'esser opportunamente modificati, e da ciò nascono parecchj composti secondarj, che si estendono quasi per tutta l'ampiezza del creato, ed occupano una buona parte della Natura. Sono questi requisiti di conseguenza indispensabilmente necessarj a formar il Sistema, e a perfezionarlo, e che, salva l'uniformità, c'introducono la varietà. Io passo passo gli anderò annoverando, e sopra d'essi mi fermerò di proposito, e m'ingegnerò d'investigare, per quai motivi entrino nella presente costituzione di cose, ed a quali uffizj siano stati spezialmente destinati. Oltre che l'averne una sufficiente contezza serve in via di metodo per agevolare i nostri raziocinj. Ed in fatti, per valermi d'una frase de' Geometri antichi, le accennate particolarità sono tanti luoghi risoluti, che stanno di mezzo fra i generalissimi principj, ed i singolari individuati fenomeni.

PARTE PRIMA

Delle particolarità fisiche.

CAPITOLO PRIMO.

Il Sistema mondano è un misto di pieno, e di vuoto.

I.

DAcchè gli Uomini incominciarono a filosofare, si è mossa la celebre controversia intorno il vacuo, che agitata con calore tuttavia pende indecisa. Sarà malagevole impresa il venirne a capo; imperocchè i Fisici, pochissimo badando alle ragioni intrinseche del subbietto, si appigliano a quel partito, che meglio si confà al sistema da loro adottato. Così la diffinizione del quisito diventa una conseguenza, o meglio un corollario delle antecipate preoccupazioni, e ciascuno la discorre a suo senno, come più gli torna in acconcio. Appena è credibile, quanto le ipotesi immaginate influiscano nelle particolari conclusioni, e quanto tal fiata offuschino una per altro splendida verità: laonde bisogna a tutto costo astenersene, e farsi non prevenuti a discutere qualunque materia.

Dico ciò, perchè coloro, i quali concepiscono l'estensione siccome solida, e consistente, ad ammettere il vano sono costretti; e fra questi conto gli Epicurei, i quali si fingono i primi elementi delle cose durissimi, infrangibili, e da varie figure circonscritti. Per la qual causa, essendo onninamente impossibile di raccozzare gli atomi in maniera, ch'esattamente si tocchino, e chiudano spazio, fa d'uopo confessare, che fra gli uni, e gli altri si frappongano degl'interstizj vuoti, e privi di corpi veri, e reali. Ed in fatti, se la sentenza degli Atomisti è consentanea alla ragione, non si può mettere in dubbio la legittima conseguenza. Il punto sta, che mal potendosi oppugnar la illazione ottimamente dedotta, si volteranno le arme contro gli assunti principj.

All'incontro quegli, che d'ogni realità spogliano la materia, e pretendono, che soltanto nella nuda trina dimensione la sua germana essenza consista, abborriscon l'inane siccome ripugnante all'idea conceputa. Aristotele, e dietro lui Renato Cartesio opinarono, che gli spazj, che dai seguaci d'Epicuro si dicon vuoti, sono pieni zeppi di materia, perchè in lunghezza, larghezza, e profondità si distendono. C'è una terza sentenza di mezzo abbracciata da'Nevvtoniani, per cui, quantun-

que

que la materia impenetrabile dall'inane si distingua, questo però siccome un puro niente non si concepe: anzi si finge increato, eterno, ed immenso, e dotato delle singolari proprietà di servire a Dio di sensorio, e di veicolo alla propagazione delle forze attrattive.

II.

Quinci gl'impugnatori del vano san valere parecchj argomenti tratti dal fondo della Metafisica, ed all'incontro i sostenitori alle ragioni fisiche dedotte dai fenomeni unicamente si appoggiano. Dei motivi dai primi allegati io non faccio gran caso, perchè mi pajono di poco momento, e le prove dei secondi vogliono essere accuratamente discusse, succedendo tal fiata, che si tenti di consermare la verità coi paralogismi.

Dietro la scorta dello Stagirita i moderni Cartesiani assumono un assioma certissimo, ma peccano nell'applicarlo. Dicono, che il nulla non è guarnito di proprietà; *non entis nullæ sunt qualitates*: ma gli spazietti dagli Epicurei supposti vuoti occupano luogo ora più esteso, ed ora più angusto, e conformandosi in qualche speziale figura ora rotonda, ed ora cubica, o piramidale, ci mettono anzi gli occhj della mente le tre dimensioni, che li modificano; dunque sono pur qualche cosa di reale, e conseguentemente corpicciuoli materiali; imperciocchè l'essenza della materia si fonda sull'estensione, che corredata de' suoi attributi, e massime della divisibilità, un puro niente non dee riputarsi.

A questo passo si rifletta, che le particolarità relative, e non assolute bene spesso nulla pongono in essere; mercè che sono ideali concepimenti, che alle prette privazioni, come alle tenebre, ed al silenzio, sogliono attribuirsi. Chi dirà mai, che il bujo, che per lungo tratto si spande, e si misura dal sito ingombrato, sebbene ha per base una immaginata solidità, sia un non so che di positivo? Io me lo fingo fornito di quantità, avendo semplicemente in vista la luce, che manca, e che ad illuminare il suddetto luogo potrebbe insinuarsi. Per la qual cosa non occorre badare a certe popolari espressioni, che lo splendore scaccia l'oscurità, ed altre di simil fatta: per le quali fogge figurate, ed improprie di parlare non si farà mai, che le tenebre, e lo stesso dicasi di tutte le privazioni, acquistino una vera esistenza, ed escano dal loro non essere.

Parimente se un pezzo di materia inerte abbandona il suo posto, ed un equivalente non se ne sostituisce per riempiere il loco vuoto, altro non rimane salvo che una mera capacità, dove la stessa, o una sembiante massa può di bel nuovo alloggiarsi; ma fin a tanto che ciò non succede, si dee concepire solamente uno spazio inane privo di qualunque escogitabile realità, ed una total privazione di qualsivoglia fisico corpo. La materia, che si parte, e lascia intatta quella, che resta, e che non sottentra, benchè l'una, e l'altra a detta de' citati Filosofanti in ciò convengano, che sono dotate delle tre reali dimensioni, deggiono però riputarsi di genere onninamente diverso; conciossiachè, se ambo fossero ugualmente

mente inerti, ed impenetrabili, lo stesso sito sarebbe stato occupato da due masse insieme compenetrate; e perchè la seconda può cedere il campo ad una terza, che per l'addotta ragione sussiste, e questa ad una quarta, e così di mano in mano all'infinito, si conchiuda, che in un cubo, a cagion d'esempio palmare, sta concentrata tanta quantità di materia, che sviluppata è capace di poggiare all'immensità.

Per non incorrere dunque in una patente ripugnanza fa d'uopo spogliarsi de'volgari pregiudizj, e dire, che una sola magnitudine solida, cioè fornita d'inerzia, e d'impenetrabilità, può collocarsi in uno spazio affatto vacuo ad essa commensurato; e che le menzionate ideali estensioni nulla sono fuori di noi, e vanno riposte fra i divisamenti di metodo, che ben maneggiati servon tal fiata di base alle nostre cognizioni, e di obbietto intellettuale alla geometria, che da tutte le circostanze, fuorchè dalla quantità continua, suole mentalmente prescindere. Non vogliono pertanto introdursi a contrattempo nel Sistema mondano, attesochè non an nè punto, nè poco che fare colla Natura. L'inane non è certamente una qualche cosa, ma una mera privazione, ed una relativa capacità, che consiste nel negare, che ivi ci sia un corpo, dove ci potrebb'essere. Ed in fatto lo spazio nudo è totalmente inetto ad agire, e a patire; non è animato dalla forza, non resiste ai mobili, che a traverso d'esso si fanno strada; una sua particella non può scacciare un'altra eguale dal suo luogo, e seco lei permutar posizione; non riceve, e non communica il movimento; e conseguentemente non cangia stato, e per ultimo non sostiene le azioni delle cause fisiche, e le reazioni degli effetti. Quali sono dunque quegli attributi positivi, su cui si fonda la sua germana, e real sussistenza? Se poi ad una immaginaria estensione penetrabile, non inerte, ed inoperosa si adatta il nome di materia, a me non verrà disdetto di chiamarla vacuo; e permetterò agli Avversarj di abusarsi a lor talento del vocabolo, purchè a chiare note si spieghino, e non confondano un esser vero, e corporeo colla sua total privazione.

III.

Contro il vano milita altresì il celebre Leibinizio, e mette da prima a campo il principio della sua troppo rigorosa continuità. Prosessa, che non si salvi la massima creduta inconcussa, se il tutto non è pieno zeppo di materia; imperocchè, ammessi i minimi vacui interseriti fra le particelle solide, s'interrompe la squisita continuità, non proseguendo le azioni ad operare negl'interstizj, in cui non trovano resistenza. Adottato l'immenso vuoto de'Nevvtoniani, la ragione è convincente, ma non ha luogo nel vano disseminato, dimostrata la necessità d'un congruo temperamento: e su questo punto nulla aggiungo a ciò, che ho detto.

In secondo luogo pretende l'Autore, che l'inane deroghi alla perfezione dell'Universo. Il niente è per se stesso difettoso, siccome mancante d'ogni bontà; dunque tanto più bello sarà il nostro Mondo, quanto più ricco, e meglio di cose fornito. Ma il prescelto da Dio fra tutti i possibili

bili è perfettissimo, ed è l'apice della misteriosa piramide Leibiniziana, e cotale non sarebbe, se fosse un misto d'enti, e di nulla: di conseguenza vuole da esso onninamente escludersi il vacuo. Su questo apparente raziocinio molto si avrebbe a discorrere, e spezialmente sulla massima perfezione del Sistema, di cui la Divina Possanza non può, e la Sapienza non sa fabbricarne un migliore: ma di ciò a suo luogo, e tempo. Per ora basterà l'avvertire, che l'argomento non va esente da una manifesta petizion di principio. Ed in vero se per avventura mal non si appongono gli Epicurei in pensando, che il pieno non possa conciliarsi col moto, la ragione allegata da se medesima si distrugge, e si contraddice. Stiamo in guardia, che per troppo fantasticare in vece dell'ottima non si lavori a capriccio una pessima costituzione di cose. Se l'azione, ed il movimento richiedono indispensabilmente, che ci sia vuoto in Natura, e se dall'altro canto è abborrito dal sommo Facitore, siccome repugnante ad un Sistema sovra ogni altro perfettissimo; ne segue per legittima illazione, che dovesse da Dio preferirsi quella sorta di Mondo, in cui la materia nuda di forza se ne sta oziosa, ed immota colle sue particelle immediatamente contigue, senza che l'una dall'altra possa staccarsi, onde dagli intervalli vani indi nascenti non si deturpi l'euritmia dell'Universo. Io non so immaginarmi ipotesi peggiore dell'accennata, in cui il grand'Artefice pago d'aver estratta dal nulla una vasta mole non avrebbe impiegata la sua infinita industria nell'organizzarla, e nel far comparire lo stupendo apparato di cose, dal quale deriva l'ordine, e la perfezione del nostro Sistema. Orsù il cardine della controversia si raggira nel ben esaminare, di qual momento sieno le ragioni degli Atomisti a favore del vacuo disseminato; conciossiachè se col bandirlo ci si affacciano sconvenevolezze tali, che coi fenomeni fisici non si accordano, conviene senza esitazione adottarlo, e mettere in non calere le sottigliezze metafisiche, che sono mere delusioni, quando vengono smentite dai magisterj della Natura.

IV.

Escluso il vano, ed ammesso soltanto il pieno, la quantità della materia contenuta da un dato corpo avrebbe a misurarsi dal volume, e ciò, che più importa, l'inerzia, o sia la repugnanza al cangiamento di stato sarebbe in qualunque caso allo stesso volume proporzionale, per guisa che due solidi geometricamente uguali chiuderebbero nella loro capacità una pari massa, ed una pari ritrosìa a mutare stato. A questa posizione la Natura non ubbidisce; imperciocchè, nulla curandosi della maggiore, o minor densità dei misti, nelle sue operazioni piglia norma solamente dall'inerzia, cui risponde la quantità della materia, che non ha che far col volume. E ne abbiamo gli esempj nella comunicazione dei moti, nelle resistenze, che soffrono i solidi, aprendosi la strada a traverso de'mezzi fluidi, nelle forze composte, ed equipollenti, nelle continuamente applicate, e spezialmente nelle centrali, essendo noto, che i pesi in pari distanza dal centro seguitano la ragion delle masse.

Pare,

Pare, che le accennate teoriche confermate dalle dimostrazioni, e dagli esperimenti coll' ipotesi del pieno non possano conciliarsi, ed i difensori del vuoto non mancano di farle valere. Ma i loro Avversarj non si danno per vinti sì di leggieri. Distinguono dunque due sorti di materia, una propria, e costitutiva d'un prodotto in particolare, per esemplo dell' oro, o del ferro, determinata nella sua massa, e nella sua densità, e sotto un dato volume compresa: l'altra estranea, e forestiera, di sua natura sottilissima, e penetrante, che da per tutto s' insinua, e riempie i vani interposti fra le particole, di cui i corpi sensibili si compongono. Tale si reputi principalmente l'etere Cartesiano, o il veicolo della luce, stromento primario della Natura. Ed in vero sarebbe cosa assai strana misurare l'estensione del vano dalle respettive rarezze, e dalle gravità specifiche, perchè a confronto dell'inane il pieno occuperebbe un menomissimo spazio: e basterà istituire il computo tra l'oro, e l'aria estenuata nella macchina del Boile.

Non dee negarsi, che i corpi comunali, per quanto densi ci pajano, sieno porosi, e pertugiati, e forse molto più di quello possiamo immaginarci, non dovendo noi in tali ricerche lasciarc' ingannare dai sensi: ma si vuole altresì concedere anco da' medesimi Epicurei, che in sì fatti interstizj la luce si ricoveri, e soggiorni. Non ci ha buco così piccolissimo, che ad essa non sia pervio, e non le permetta il passaggio libero, e se ne desume la prova dagli entomi appena visibili con l' ajuto d'un finissimo microscopio, i quali, scemando il vigore del lume, se ne muojono: segno manifesto, che per mantenerli in vita ci si richiede un appropiato calore, ed è necessario, che la luce penetri per tutti gli organi, e per i canali oltre ogni credere tenuissimi de' prefati insetti, onde le fibrille oscillino, il sangue circoli, e le funzioni vitali non s' interrompano.

Ora, acciocchè non si turbino almanco prossimamente le verità meccaniche testè raccordate, convien dire, che il fluido etereo alloggi ne' pori de' misti solo per escludere il vacuo, ma che non sia in commerzio colle particelle massiccie de' corpi, alle quali si comunica il movimento, che ad esso, siccome non ci fosse, e continuasse nel suo primitivo stato, in conto alcuno non si partecipa: altrimenti se dovesse camminare a seconda del mobile con una velocità di nuovo acquistata, essendo al pari d' ogni altro corpo corredato d' inerzia, avrebbe ad impiegarsi per farlo cangiare stato una notabil porzione della forza iniziale: e così si sconvolgerebbero da capo a fondo le leggi de' moti comunicati, in cui di cotal estrinseca materia non si fa conto. L' etere pertanto nelle mutue collisioni dei solidi per la massima parte persiste ozioso, e non riceve in se stesso salvo che un grado inassegnabile di quella forza viva, con cui i corpi vengono all' urto, a cagione de' fregamenti, e di qualche minima spinta giusto la principale direzione del moto. Appresso, se i pesi sono in proporzione delle masse, e non dei volumi, conforme per via de' pendoli ha dimostrato l' Ughenio, fa d'uopo spogliare la materia sottile di gravità almeno per rapporto al nostro centro terrestre. Io per me conghietturo, che il fluido luminoso, che per l' ampiezza de' Cieli d'ogn' intorno si spande, in cui

nuo-

nuotano il Sole, e le stelle fisse, che sono tanti Soli, non si dirigga ad un comun centro, ed ho in pronto le ragioni, che mel persuadono. Ammetto bensì i centri parziali, che direttamente, e di riflesso sollecitano la luce, ed in onde successivamente propagate la increspano, le quali, quantunque s'intersechino, senza scambievolmente perturbarsi dai loro viaggj per linee rette non si distornano.

Io non saprei come meglio spiegarmi, quanto che con l'analogia del suono. Ciascun corpo elastico, che si vibra, e ripete le sue reciprocazioni, mette in tremito l'aria, ed è un centro particolare d'una sfera sonora, che all'intorno si spande, e le onde aeree sono tanti raggj, che da esso oscillando si partono, e pervenendo all'orecchio, producono in noi quell'affezione, cui si dà nome di suono. In simil guisa il fluido etereo, che occupa uno spazio sterminato, non fa impressione nel senso dell'occhio, se non è stimolato, e posto in azione: e quantunque non rimiri un centro universale, non mancano innumerabili centri speziali atti a produrre l'effetto, o direttamente, o di riflesso, ed oltre i vasti globi celesti, che ci illuminano, basta accendere una facella. Egli è vero, che tra il suono, e la luce ci è una notabile disparità, che non si vuole dissimulare. Le onde aeree, che s'increspano, non vengono interrotte dagli ostacoli, anzi piegandosi in linee curve feriscono l'orecchio sebbene con vigore alquanto più fievole; laddove un corpo opaco frapposto toglie alla vista gli obbietti luminosi, i quali a colpir l'occhio non giungono. La discrepanza nasce da qualche proprietà sconosciuta, per cui il veicolo della luce si distingue da quello del suono, e per ora non importa indagarla.

V.

Gli Atomisti deducono dal moto il lor più robusto argomento; e giudicano onninamente impossibile il conciliarlo col pieno. Il celebre Pietro Gassendo ha talmente portata avanti la prova, che coll'aggiunta di qualche avvertenza si riduce, secondo il mio parere, ad un'invincibile dimostrazione. Ma prima bisogna ascoltare Aristotele, il quale ci ha ammoniti potersi dar movimento quanto si voglia celere, senza che il vacuo s'intrametta; e ne reca il famoso esempio d'una macina, che intorno il suo perno velocemente si giri. Questa eccezione ha dato molto da pensare agli Epicurei, ed è una di quelle apparenti difficoltà, che intanto mostrano d'aver il peso, che non anno, in quanto siamo all'oscuro di qualche particolarità, che si rende necessaria per iscoprirne la nascosta fallacia.

Si noti dunque, che tutte le particole componenti la mola in vigore della vertigine acquistano una forza centrifuga, o sia d'estrusione, per cui tentano incessantemente di sciogliersi, e di separarsi. E sebbene la tenacità della materia s'impiega a tenerle unite, non pertanto il conato contrastante non è valevole ad impedire qualche minima azione, onde le predette particelle almanco non si diradino, ed occupino un maggior vo-

R lu-

lume. La tegnenza, con cui si legano insieme gli elementi di un corpo è costante, e non ricresce, nè scema; laddove può aumentarsi all'infinito la velocità della circolazione, e conseguentemente il niso centrifugo, per guisa che alla per fine, rotti i vincoli, la pietra si spezzi in frammenti, i quali per le toccanti vengano estrusi. Prima però debbe aver luogo la rarefazione, e di conseguenza fa d'uopo, che il vano s'intruda; mentre non si chiami in soccorso la materia sottile, che fatta accorta del pericolo a riempiere gli spazietti inani opportunamente sen corra.

Che diremo poi dello stesso etere? Esso certamente non se ne sta immoto, e stagnante; anzi cammina con indicibil prontezza per ogni dove, e viaggia tanto per linee rette, quanto per curve. Posto che sia fornito di massa, e d'inerzia, e non si confonda coll'immenso vuoto de' Nevvtoniani, o col puro niente, dee senza fallo sottoporsi a canoni delle forze centrifughe. Quinci necessariamente accaderà, che i suoi elementi si rarefacciano, e si discostino, e fra i loro interstizj ammettano i vacui disseminati. Crearemo forse un'altra materia ancora più tenue per supplire al bisogno? Ed io ripeterò il mio discorso, obbligando i difensori del pieno ad introdurne una terza, e una quarta spezie, e così all'infinito. Io per me penso, che l'argomento a favore del vano tratto dalla forza centrifuga, che a me prima d'ogni altro Fisico, ch'io sappia, è caduto in mente nell'esaminare il subbietto, sia convincente, e ci astringa a confessare, essere il presente Sistema un'aggiustata mistione di vacuo, e di pieno. Sono stato confermato nella mia opinione dagli accurati sperimenti del chiarissimo Signor Marchese Giovanni Poleni nel suo libro *de Castellis*. Se all'acqua contenuta in un vase, e conservata alla medesima altezza si dà campo di liberamente sgorgare, aprendo nel fondo, o nella parete del tubo un foro appropiato, è notabile, che in un dato tempo si sfoga una minor copia di fluido di quello porti il ristrignimento della vena avvertito dal Cavalier Nevvton, e l'attuale costante velocità. Non ci verrà mai fatto di spiegare il fenomeno, mentre non si sappia, che proprietà comune di qualunque liquore non tenace si è di rarefarsi sensibilmente nell'atto di mettersi in movimento. E la ragione ce lo persuade; conciossiachè le gocciole, che insieme dalla viscosità non si legano, poste dalla forza delle pressioni verticale, ed oblique in agitazione, e in tumulto non ponno mai unirsi così strettamente, e toccarsi così da presso, come fanno, qualora riposano nel recipiente. Applico la riflessione a quel fluido, di cui il più sottile non si rinviene in Natura, per esempio al primo elemento del Cartesio, e dico, che richiedendo indispensabilmente il suo moto, che si diradi, egli è necessario, che, staccandosi alquanto una particella dall'altra, il vacuo fra i minimi intervalli s'insinui.

VI.

Ma io mi vo inutilmente aggirando in cercar prove a pro del mio assunto, quando una sola, e principale basta per tutte, e tutte in se le comprende. Già si è detto, e dimostrato, Libro Primo Capitolo primo,

mo, che il nostro Mondo è diretto da un congruo temperamento; ed appunto da questa particolarità nasce il vuoto di necessaria legittima conseguenza. E vaglia il vero, la partizione della materia inerte va a terminare in menomissimi corpicciuoli solidi, e consistenti, ed è indispensabile, che la divisione si fermi, e più oltre non proceda a norma della prescelta participazione. Appresso le presate particole elementari non sono tutte d'una grandezza, e sono fra loro differenti nelle figure, così ricercando la varietà de'composti, che dal loro combinamento aveano a formarsi. Ora io dimando, qualmente potessero raccozzarsi per modo, che chiudessero perfettamente uno spazio senza lasciare alcun inane interstizio. La cosa è malagevole a concepirsi; imperocchè o doveano tutte costruirsi di figure regolari, per esempio cubiche, o conveniva addossare il concavo al convesso con tale squisitezza, che geometricamente le superfizie piane, e curve si combaciassero. Ma questa esattissima precisione non si accorda colla temperatura, e sarebbe di mestieri continuare il partimento della materia fino all'individuo, e dar di petto nell'impossibile; mercè che ciò non si ottiene, se non accoppiando insieme corpi matematici perfettamente figurati, e non già fisici, ne'quali ha sempre luogo una prossima adequazione. Passino poscia i nostri elementi dalla quiete al moto, e capisca chi può, come nell'atto del separarsi si possa impedire, che il vano non ci si frammetta, e che perseverino in qualsivoglia costituzione a strignersi in tutti i punti immediatamente con un mutuo contatto.

Prima che il divino Facitore creasse il Mondo, niente c'era di reale salvo che Dio, avvegnachè ad una mera privazione d'ogni cosa non si può attribuire esistenza. A fine di agevolarci il concepimento possiamo immaginarci una estensione vana, penetrabile, e non circoscritta da limiti, o meglio una nuda capacità, cui si dia nome di luogo, ovvero di spazio. Fingasi poi, per nostro modo d'intendere, che Dio ne abbia disegnata fuori una vasta porzione, in cui s'era da principio prefisso di collocare la materia solida, ch'egli avea destinato di cavare dal profondo del nulla. E perchè questa massa inerte doveva animarsi col moto, onde surgesse un ben organizzato Sistema, e perchè la traslazione de'corpi da sito a sito non si accorda con una totale pienezza; chiaramente si scorge, che col loco non aveva a commensurarsi il locato, e che gl'interstizj a bello studio lasciati vuoti sono necessarj per compiere la fabbrica dell'Universo.

Io non mi perdo ad investigare, in qual proporzione il pieno al vacuo risponda, imperciocchè per venirne a capo mi mancano i dati, e i criterj. Abbandono di buona voglia sì fatte discussioni insolubili a coloro, che non contenti di delineare una rozza abbozzatura della pianta del mondano Sistema, lo che io m'ingegnerò di fare a misura delle mie forze, presumono d'internarsi nelle intenzioni del supremo Architetto, e non rifinano mai di sofisticare, fin a tanto che, gittato il tempo, e la fatica, si lusingano in vano d'aver disegnata appuntino ne'loro scritti l'esatta copia del grand'Edifizio. Alcuni ammettono pochissimo pieno a confronto del moltissimo vuoto, come i Nevvtoniani: altri sono di contrario parere, ed io penso di lasciarli nella lor quiete; attesochè Dio solo ne sa

le giuste misure, siccome da Lui in ordine a' suoi fini, e relativamente alla perfezione della struttura con infinito accorgimento determinate.

ANNOTAZIONE PRIMA.

Quantunque volte in contemplando un subbietto si riflette, che ci manca taluna di quelle particolarità, di cui suol essere corredato, sì fatte nozioni, in qualsisia modo si sveglino, appellansi privative: e cotali sono il vacuo, di cui s'è fatto parola, le tenebre, il silenzio, la cecità, il mal morale, ed altre innumerabili di simil genere, per la maggior parte innominate, ed alquante più comunali contrassegnate coi propj vocaboli. Queste fuori di noi sono un pretto niente, viene a dire un nulla in sestesse, siccome onninamente nude d'ogni esistenza; un nulla negli obbietti esterni, in cui non annidano, e non esercitano azione; un nulla ne' nostri sensorj, che non ricevono impressione di sorta, e cessano soltanto dall' operare. E pure di soppiatto, facendo lega con qualche soggetto reale, s' insinuano nel più intimo delle nostre potenze. Ingombrano la memoria d'illusioni, caricano di vanità l'intelletto, e suscitando delle strane affezioni, tirano in consenso la volontà. Così convertendosi in un non so che non già di vero, ma di apparente, alle volte l'economia delle nostre interne funzioni da capo a fondo perturbano.

Per l'assenza della luce le cose visibili si dicono tenebrose, ed il bujo crea in noi certe sensazioni simili a quelle, che sogliono nascere dal tetro, e dal negro, per modo che interrotto di notte dalle crasse nubi il fievole barlume delle Stelle, ci pare il Cielo coperto da una lugubre gramaglia. Da ciò, che ci si presenta sotto il fallace aspetto d'una molesta visione, surgono le sollecitudini, ed i terrori, e quasi che a guisa d'uccelli notturni volasser le larve per l'aere oscuro, si teme, dove non c'è motivo alcun di temere. Non solo i fanciulli, e le donnicciuole sono soggetti a cotali vani spaventi, ma conosco io degli uomini per altro coraggiosi, che vanno incontro con fermezza ai pericoli, i quali non dormirebbero per oro da se soli in una camera ben custodita, almeno senza il soccorso d'un lumicino. Forse, secondo le lor preoccupazioni, il tenue fulgore ha la virtù di purgare l'ambiente, che li circonda, dalle ombre, e dagli spettri. Egli è vero, che nell'età più matura si depone a spirito quieto la sciocca credulità, e si maravigliano costoro della lor debolezza: ma tuttavia non si spogliano affatto delle forti apprensioni profondamente radicate dai pregiudizj dell'infanzia, e della educazione. Narrasi dell' Inglese Hobbes filosofo alla sua foggia, che si fosse fortemente premunito contro tutti i motivi insussitati di paventare. Ciò non ostante, la testa di costui era ingombrata da un popolo di Demonj, che lo tenevano in una continua inquietudine. Se così fu, come gli Scrittori della sua vita ce ne fan fede, non si sa capire il fondo del suo ripugnante Sistema.

Le privazioni vanamente concepite si ricoverano da prima nella fantasia, potenza media fra lo spirituale, ed il corporeo, ed ivi collocando la sede, si trasfigurano in idoli, e simolacri per lo più truci, e spaventosi, e riputati nocivi all'uman genere. Ivi si vestono di simboli ad esso loro per analogia ap-
pro-

propiati, che si derivano dagli aggiunti o precedenti, o concomitanti, o susseguenti. Appresso acquistano sensi, vita, ed azioni, e ci si affacciano come personaggi da noi distinti, che mettendosi nosco in un formidabil commercio, offuscano la porzione superiore dell' anima, gli organi del corpo bene spesso sconvolgono, e per ultimo nella memoria saldamente s' imprimono. Dalla stretta unione della mente col corpo traggon l' origine sì fatti concepimenti, i quali per via d' imitazione si fanno passare dall' intelletto alla fantasia, dalla fantasia ai sensi, e da un senso all' altro. Non ci ha cosa in tutta l' università delle cose, ed anche fuori nelle regioni dell' immaginario, e sovente dell' impossibile, che non ci vegna rappresentata da forme strane, e simboliche d' uomini, di donne, di animali, e di fatture o vere, o ideate. Son di parere, che abbia dato un gran corso a simili delusioni l' antichissima arte poetica facitrice d' idolopee, e ferace miniera di fingimenti, cui s' aggiungano la pittura, e la scoltura, ambo facoltà imitative. I poemi, e spezialmente i romanzi ne sono pieni a dovizia, nè si sono posti in non calere i simolacri delle privazioni, a cagion d' esempio della notte, del silenzio, della fortuna, ed altri parecchj.

ANNOTAZIONE SECONDA.

Non è tempo di dar lezioni di Poesia, uffizio della quale è il dilettarci scherzando, e pascendo l' immaginazione. Il maggior disordine proviene da ciò, che cotali spettri infatuano le false religioni, e la stupida superstizione giugne persino a formarsene tante Divinità, e a prestar ad esso loro culto, e adorazioni. Non parlo de' Gentili veneratori d' alcune privazioni vestite da Numi, che non aveano altra sussistenza, fuorchè fantastica, come l' inopia, la fortuna, e la morte. Osservo, che nell' esordio del Cristianesimo i primi Eresiarchi ammisero due soli originali principj, cioè Iddio, ed il silenzio : Ab initio erat Deus, e sige. *Egli è un massimo assurdo l' unire una coscienza trascendentemente infinita con una muta immortale privazione. Sono una cosa medesima nell' esser supremo un' azione eterna, ed un Verbo, che sempre si è detto, che tutt' ora si dice, e che senza fine dirassi. E perciò è una insanabile contraddizione, che possa mai congiugnersi colla taciturnità. Non ommetto i Manichei, setta antichissima fra gli Orientali venuta più tardi in Occidente ad infettare la Chiesa; e che in progresso totalmente estinta, a giorni nostri empiamente rinasce. Costoro, che del peccato un' entità reale si fingono, e danno ad essa una positiva sussistenza, mentre in fatto non è, salvo che un puro niente, ovvero un difetto di rettitudine, la quale dovrebbe rinvenirsi nelle azioni umane, e bene spesso non si rinviene, sono obbligati a mostrare a dito la sorgente, da cui scaturisce il mal morale. E perchè da un Dio ottimo, e di tutte le perfezioni dotato non può certamente procedere, fa d' uopo, che rifuggano ad un principio pessimo fornito di qualsisia escogitabile imperfezione. In tal guisa accumulate infinite irregolarità, che per vere, ed esistenti si spacciano, una guasta immaginativa si crea un mostro, un ente di ragione sembiante al Vejove degl' Idolatri, e al Demogorgone delle favole. Ma pesate queste larve sulla bilancia della ragione in nulla si dileguano, siccome quelle, che vanno a metter foce nel caos dell' impossibile, e delle contraddizioni. Senza*

dubbio

non ci ha cosa peggiore quanto l'assolutamente non essere, nè migliore d'un essere trascendentemente infinito. Come dunque vuolsi accoppiare nell' Idolo de' Manichei l'aggregato di tutti i beni, che consiste in una vita eterna, ed in una potenza creatrice, col cumolo di tutt' i mali, procedente da una maligna volontà, e da un genio innato di operar sempre alla peggio? Questi attributi incompatibili reciprocamente si elidono, e si fa, e si disfà nel tempo medesimo. Per la qual cosa s' io contemplo un bene assoluto, che non ha limite, e poggia ad un massimo metafisico, subito ravviso un Ente sommo, e benefico, guarnito d' infinite prerogative, che in una perfettissima unità si concentrano. Se poi mi rivolgo al male, quanto più si moltiplicano le concepute privazioni, altrettanto si discapita nella sostanza, e si perdon di vista persino le sue proprietà essenziali: laonde coll' accumulare innumerabili mancanze qualunque subbietto in un puro nulla finalmente degenera.

ANNOTAZIONE TERZA.

Torno nel cammino, da cui mi sono sviato, e mi fermo alquanto in considerare l'aria, che mi circonda. Se io me la fingo priva della luce, che la rischiara, mi si fa tenebrosa: se la spoglio della virtù elastica, non è più sonora. Si tolga ad essa il moto, la forza, e si mutino le figure, le grandezze, le densità delle particelle elementari, che la compongono, e le si levi la gravità; sarà senza fallo tutt' altro, che aere, ma sarà pur qualche cosa, viene a dire un pezzo di materia informe, inerte, ed impenetrabile. Per ultimo si svesta di questi essenziali attributi, e mi si dica, che di reale rimanga in Natura. Il principio generalissimo d'una total indifferenza m' insegna, che niente ci può essere, dove può del pari allogarsi qualsisia corpo, o acqua, o terra, o che so io, occuparti il sito abbandonato dall' aria senza espellere un' altra massa fornita d'inerzia. Di più un assioma incontrastabile dedotto dalla più sincera metafisica mi ammonisce, che ivi non soggiorna qualunque materiale sostanza, laddove non ci ha, ed è impossibile, che ci abbia ripugnanza alla mutazione di stato, e conseguentemente non azione, o reazione, non causa, ed effetto, non forza, e resistenza: particolarità tutte, che all' estensione solida, ed inerte unicamente si appoggiano.

Egli è vero, che lo stretto rapporto conceputo fra il loco, ed il locato delude la nostra immaginazione, che facendo sempre uso, o piuttosto abuso de' suoi fantasmi, mal confonde la trina dimensione reale coll' apparente. Alla prima secondo le circostanze si sono imposti nomi proprj, e speziali, per esempio di Cielo, e di Terra; all' altra i generali di luogo, di spazio, di vacuo, che nulla significano di determinato: ma tanto basta, perchè non se ne cancelli l'immagine. Quinci sulla base d' una mera carenzia, e d' una relativa capacità ha fondata Aristotele seguito in ciò dal Cartesio la germana essenza della materia, assegnando ad essa per suoi sostanziali attributi lunghezza, larghezza, e profondità. Lo Stagirita se la finse ab aeterno esistente, limitandone però la mole, circoscritta secondo lui dall' ambito del primo mobile portato in giro dal primo Motore circa il centro del globo terracqueo con una invariata velocità. Il Filosofo Francese la volle prodotta in tempo, ma indefinita

nella

nella grandezza, ed in fatti giusto la sua idea non se ne ponno assegnare i confini. Il Cavalier Nevvton co' suoi seguaci copulò amendue i requisiti, e fece lo spazio increato, ed immenso, e si diede a credere, che Dio conoscesse in esso, come in suo sensorio, la natura delle cose. Dovette considerarlo come un abisso sterminato, in cui nuota quel poco di massa inerte, e solida, che forma il nostro Mondo, e che rispetto al vuoto è d' una minima magnitudine. Appresso serve di veicolo alle attrazioni, e ai rispingimenti, che propagano la loro azione da un capo all' altro del Sistema; ma nel tempo medesimo, che cotali proprietà gratuitamente ad esso si attribuiscono, si scorge mancante delle più essenziali, e sono il moto, la forza, e la resistenza. Per la qual cosa avrebbe a dirsi, che l'inane Nevvtoniano sia un non so che di mezzo fra il niente, e l' estensione impenetrabile.

Appunto queste larve di eternità, e d' immensità, con cui la fantasia maschera le privazioni, e spezialmente il vano, an fatto andar di traverso parecchj antichi, e nuovi Filosofanti, che Dio col Mondo materiale confusero. Mundum hunc neque genitum, neque interiturum umquam Deum esse credi, eo par est, *scrisse Plinio il vecchio, e soggiunse, che il presumere di misurarne l'infinita ampiezza era una frenesia. L' assurda opinione, che venne dalla Setta Jonica, e forse in secoli più remoti dall' Oriente, in varie regioni si diffuse, e rinnovata da Giordan Bruno nel suo trattato dell' infinito, e dell' immenso nei giorni nostri si propaga a gran passi per tutta l' Europa. Io sono pienamente convinto, che i Maestri di prima sfera vadano immuni da questa taccia; perchè leggo nelle lor Opere delle proposizioni sane, ed alla retta ragione conformi. Non si vuol però dissimulare, che alle volte si assumano inavvedutamente certe massime erronee, che delle strane illazioni da loro non prevedute si tiran dietro.*

A me pare che il Cavalier Nevvton, senza pregiudizio delle sue sublimi scoperte potesse risparmiare la coraggiosa espressione, essere lo spazio il sensorio di Dio; conciossachè ci vuol poco a medesimare un infinito sensorio con un senso corrispondente infinito, ed a far passaggio da una necessaria concomitanza ad una precisa identità. Anco il Mondo perfettissimo del Leibnizio ci può far travedere. Se l' ottimo, che in esso risiede, poggia ad un infinito assoluto, egli è senza dubbio una Divinità. Se poi sta dentro i termini del finito, o d' un infinito relativo, ambo quantità, che ammettono incremento, e diminuzione, non si allegherà mai motivo convincente, per cui non possa crescere, e calare in perfezione, senza però mai pervenire all' uno, o all' altro estremo, o massimo, o minimo, e senza uscire dai cancelli d' un temperato Sistema. Narrasi, che Renato Cartesio, mentre andava fabbricando col ragunare i rimasugli delle antiche Sette il suo ipotetico Universo, era favorevole al vacuo; ma che avvisato, tal essere la sentenza di Pietro Gassendo ristoratore della Scuola Epicurea, si dichiarò parziale del pieno, e fu costretto a mescere l' immaginario col reale, e a confondere l' estensione inane, e privativa colla inerte, ed impenetrabile. Egli non si avvide, dove andasse a riuscir la faccenda, e quali esorbitanze nascessero da una proposizione a prima vista innocente. Ma Benedetto Spinosa per dar colore al professato ateismo si accinse a cavarne le conseguenze, parte ripugnanti, siccome fondate sopra un supposto impossibile, e

parte inconcludenti, siccome mal dedotte dal suo stesso principio, e tutte del pari empie, e contraddittorie.

Ci vuol altro, che far pompa d'un metodo geometrico per tenere in fede certi spiriti chiamati forti, i quali a tutto costo vorrebbono, che Dio non ci fosse, quantunque nol credano, ed a tal oggetto adornare le più capricciose visioni cogli speziosi titoli di Teoremi, di Corollarj, e di Scolj. Quando un edifizio non posa sul sodo, per quanto sieno ben connesse le pietre, indubitatamente precipita. Così la discorreva costui. L'espansione, e la materia sono una cosa medesima sotto due nomi diversi, e corredate degli stessi sostanziali attributi. Per quanto sforzo d'intelletto si faccia, non si capirà mai, che non esistano da tutta l'eternità, e per tutta l'immensità non si spandano. Abbiamo dunque un subbietto infinito d'una infinità metafisica, cui nulla può togliersi, e nulla può aggiugnersi. Conseguentemente è uno d'una perfettissima unità, vero d'una verità indeficiente, e buono d'un'assoluta bontà, ed appresso indivisibile, immobile, ed immutabile. Ora sì fatte proprietà in grado eminentissimo non ponno convenire se non se ad un Ente sommo, che in se necessariamente le contiene: dunque il Mondo è quel solo Dio, di cui abbiamo contezza, e col fingerne un altro da esso distinto s'introduce una seconda Divinità non conosciuta, ed assurda; conciossachè delle menzionate prerogative non può spogliarsi senza distruggerla, e perciò equivoca colla materia.

I Cartesiani avran molto che opporre al fallace raziocinio. Adottato eziandio lo spazio indefinito, giusto il parere del lor Maestro, diranno, che non si vuole dalla università delle cose escludere il pensamento, di cui ci convince appieno una non interrotta esperienza. Le sottigliezze dunque dello Spinosa sempre mai saranno vanissimi raffinamenti, ogni qual volta non si dimostri ad evidenza, che la cogitazione da se non può reggersi, e che debba dalla trina dimensione essere indispensabilmente sostenuta. Ma se queste sono due sostanze onninamente disparatissime, che insieme non si mescono, e non si confondono, siccome guarnite di modi, e di attributi, che vicendevolmente si escludono; bramerei, che mi si dicesse con sincerità, se sia più conveniente alla purgata ragione l'appoggiare la Divinità alla coscienza, o pure all'estensione. Un Dio stupido, ch'esiste, e non sa d'esistere, è da meno d'un Uomo di tal prerogativa dotato. Ed io sono convinto, che lo Spinosa stesso non consentirebbe di restar privo di quell'io semplicissimo, impartibile, ed incommutabile, che nel suo vero essere il costituiva, per diventare una mancanza, o uno spazio inane infinito secondo lui, ma senza vita, e d'ogni sentimento spogliato. Nè giova, ch'egli siasi tirato un passo addietro, ed abbia innalzato alla dignità di Dio non già l'espansione, e la coscienza, ma un Ente ignoto da lui chiamato materia, in cui la sua acutezza ci ha ravvisato un non so che d'anteriore alle accennate due proprietà, nelle quali quasi in due rami questo gran tronco si parte. Quì rimango affatto al bujo. So cosa è la conscienza, e cosa l'estensione; vedo, che l'Autore prima le congiugne, indi in qualche modo le separa, e le distingue: ma in che consista l'essenza della materia, viene a dire della radice, da cui pullulano, io non arrivo ad intenderlo; imperciocchè non si è assegnato, nè si assegnerà mai un reale, e positivo attributo (atteso che i relativi, od i privativi nulla mettono in essere) che

le

le fostenti del pari amendue. Avremo forse ad idearci una limitata, ed individua coscienza distesa per tutta l' ampiezza dell' immensità, ovvero tutto l' immenso concentrato in una finita indivisibil conscienza? Quando si associano nozioni ripugnanti, formandosi le idee composte dall' assurdo combinamento delle semplici, non è da stupirsi, ch' esca in campo la contraddizione.

Il citato Scrittore accumula paradossi sopra paradossi. Il suo Dio chimerico non dee defraudarsi del privilegio della immutabilità; perchè il senso comune ci detta, che d' ogni perfezione bisogna adornarlo. Ma come ciò, se ci stanno sempre avanti gli occhj le innumerabili variazioni di stato, che nel nostro Mondo in qualunque momento di tempo una dopo l' altra succedono? Ha costui creduto tirarsi d' impaccio col dire, che cotali fenomeni erano altrettante modificazioni dell' Ente supremo; e ci doveva aggiugnere assolutamente infinitesime dell' ultima classe rispetto all' intero sterminatissimo tutto, da cui scaturiscono. Ciò da me geometricamente nel principio del Libro primo si è dimostrato impossibile. Da un Oceano, che non ha fondo, nè lidi, si cavano le molto menomissime stille, le quali dopo aver fatto una istantanea comparsa sulla scena dell' Universo per rapporto all' eternità, ricadono nel seno del Caos primitivo, ed ivi si riuniscono o coll' espansione infinita, o colla universale conscienza. Mi sovviene dell' Epitafio del famoso Tollando tinto di questa pece, il quale lasciava il suo corpo alla madre Terra, lo spirito all' etereo Padre per risorgere eternamente, ma non lo stesso Tollando. Intanto non si è fidato lo Spinosa dell' addotta risposta (e qui rifletta il Lettore, dove vadano a terminare il suo rigoroso progresso geometrico, e le sue vantate dimostrazioni) e con un colpo segreto di scherma ha preteso di ripararsi dagli attacchi. Le fisiche apparenze, che alla giornata si ci affacciano, non sono a sua detta novità in Natura, e fuori di Noi, ma mere illusioni della nostra immaginazione. Chi non si avvede, coprirsi lui in un caso disperato collo scudo degl' Idealisti, ed almanco in parte adottare una sentenza, che non ha punto che fare colla sua ipotesi. Il grand' arcano della mutua unione fra il corpo, e l' anima, ed il vicendevole commercio fra gli spiriti ha fatto nascere a' giorni nostri questa filosofica Setta, di cui siccome d' un giuoco d' ingegno terrò a suo luogo ragionamento. Essa riconosce un Essere trascendente, che nella sua infinita conscienza, e nella sua perfettissima unità raccoglie in grado supremo tutte le possibili prerogative. Ma per quello concerne il Mondo creato, esclusa la materia, e la forza, il tutto si ristrigne ad una mente unica, e solitaria, la quale nelle sue successive cogitazioni un ideale Universo si rappresenta, ed ingannata dalle apparenze crede per mezzo de' suoi sensorj di vedere, e di toccare gli obbietti esterni, che fuori di lei non sussistono. All' incontro lo Spinosa, cancellata in sestesso la germana nozione di Dio Ottimo Massimo per fabbricarsene in testa una spuria, e ripugnante, impasta l' estensione, e la coscienza, e d' ogni cosa, che si ravvisa nel Mondo, ne forma un pezzo di Divinità, la quale dall' adunamento di tutte le membra infinitamente infinite alla per fine risulta, e si compie. E se così è, io secondo lui sono una particella dell' aura divina, e siccome tale, ed integrante entro ancor io a comporre l' immenso corpo: dunque le mutazioni, che in me succedono, e di cui sono intimamente consapevole, non sono altrimenti scherzi di fantasia, confor-

me ci si vuol dare ad intendere, ma veri, e reali cangiamenti, che al prefato Dio senza esitazione appartengono, che necessariamente il modificano, e che lo spogliano dell' attributo della immutabilità.

Il Fisico, che vado impugnando, vorrebbe, se fosse possibile, insignire il suo Idolo d' un' altra preminenza, cioè del libero arbitrio. Io penso, che durerà una gran fatica a conciliare una pienissima libertà con una inesorabile necessità. Egli, che seguace di Stratone abomina le cagioni finali, che professa, essere retta unicamente dal fato..... .

CAPITOLO SECONDO.

Onde nasca, che nel nostro Sistema predominino i corpi fluidi a confronto dei solidi.

I.

MErita d'essere tolta per mano un'altra singolarità, che mi si affaccia nella presente costituzione di cose finora o non avvertita, o negletta. Noto pertanto, che, istituito il paragone tra i corpi fluidi, e solidi, quanto de' primi la Natura abbonda a dovizia, altrettanto è poverissima de' secondi; per guisa che fra le due spezie ci passa un'analogia oltre ogni credere lontana. Diasi un' occhiata all' espansione de' Cieli, e fermiamci alquanto nel nostro vortice, in cui altro non ci scorgo di massiccio fuorchè sette globi principali, e dieci secondarj, e di più l'anello di Saturno, e la famiglia delle Comete, che di quando in quando fanno la loro comparsa. Questi corpi occupano un minimo sito rispetto al vastissimo tratto, per cui d'ogn'intorno la materia della luce si spande; e resterebbe sopraffatto, chi si pigliasse la briga di ridurre la cosa a computo. Lo stesso dicasi de' Sistemi delle Stelle fisse, che di lume proprio risplendono, e sono tanti Soli al nostro sembianti. Esse guardate col telescopio, e raso il capillizio, appariscono siccomi punti appena visibili, e menomissime per rapporto agli spazj, che le circondano.

Intanto ho gagliardi motivi di sospettare, che il Sole sia una gran massa piuttosto fluida, che consistente. Io non conosco corpo più sodo della Luna, ch' essendo priva d' atmosfera non dà indizio d' essere un composto di secco, e di umido: al rovescio della nostra Terra, in cui i due elementi talmente si mescono, ch'io non saprei a qual d' essi dare la preferenza. Si metta in conto l'aria, da cui siam cinti, l' acqua stagnante ne' Mari, e corrente ne' Fiumi, le polle sotterranee, ed appresso parecchj fluidi, e semi-fluidi, parte oleosi, e tenaci, e parte macri, e sciolti; indi si rifletta, che per legare i nostri misti l' asciutto debbe incorporarsi col molle, e che fra noi non ci ha appena prodotto, da cui

cui l'arte chimica non separi i suoi principj, e specialmente l'umidità, che in sestesso, e tal fiata in copia contiene.

Ben è vero, che, quantunque i corpi naturali sieno per la massima parte liquidi, e cedano prontamente ad ogni picciolo impulso, cotali però non sono le particole primitive, di cui si compongono; perciocchè si è detto, e ridetto, che stante la partecipazione, termina nel sodo l'ultima analisi della materia. Quindi è bella, e buona l'asserzione del Cavalier Nevvton, che di elementi minimi, e duri si può formare un fluido; ma all'opposto non è possibile, che una massa perfettamente sciolta sino ai punti individui in una molle solida si conformi. Questa verità non ha guari che fare colla mia ispezione; attesochè col combinare gli atomi originali potendosi ugualmente dall'Autore della Natura produrre corpi dotati di durezza, e di fluidità, resta ancora a rintracciarsi, per quali urgenti motivi il nostro Mondo degli uni sia tanto scarso, e degli altri così ferace.

II.

Mi conviene dunque dar una ripassata ad alquante particolarità nascenti dalle proprietà capitali de'fluidi. Ciascuno di essi è un aggregato di particelle variamente composte delle primitive, ed elementari più, e meno connesse giusto la lor differente natura, essendo alcuni più spiritosi, e più sciolti, ed altri più lenti, e viscosi. I primi sono mobili, agili ed attivi; e fra nostrali io conto principalmente l'aere, e l'acqua, e sopra tutti la materia della luce, agente universale, che d'ogn'intorno per immensi tratti si estende, che penetra qualunque corpo, e bene spesso, per così esprimermi, vi s' imprigiona. Talvolta sono impetuosamente trasportati di moto locale, e in ispezie l'aria; ma per lo più un onda incalzando l'altra, si propagano in giro per via di successivi increspamenti, e di replicate reciprocazioni. Quindi sono attissimi a trasferire le azioni per lunghissimi spazj, e a mantenere fra le masse durre un perenne lontano commercio. Di cotal modo di operare speditivo, e celere la Fisica me ne porge innumerabili riscontri. Per mezzo del fluido aereo i tremiti de'corpi sonori in breve tempo a molte miglia si diffondono; e per mezzo dell'etereo, ripudiate le azioni in distanza, la Luna agita i nostri mari e coi flussi, e coi reflussi, ed i Pianeti, a cagion d'esempio Giove, e Saturno, ne'loro regolari rivolgimenti scambievolmente si perturbano. Che più; l'etere porta le impressioni, che in se riceve, da un capo all'altro dell'Universo, e scosso dalle oscillazioni del lume nelle Stelle fisse raccolto giugne a sollecitare le fibrille degli occhj nostri, e ce le rende visibili.

Appresso i fluidi sono i gran dissolventi de' corpi sodi, ed a poco a poco li alterano, e totalmente li guastano. Delle consuete operazioni del lume, che ai sensi appena soggiacciono, io non rendo conto; delle straordinarie me ne fan prova le lenti, e gli specchj caustici: nell'acqua, massime acuita dai sali rodenti, gli effetti tutto dì si rendon palesi.

lesi. De' menstrui lavorati da Chimici non so parola, e mi trattengo alquanto sull'aere. Questo fluido, benchè assai tenue, ed ottocento volte più raro dell'acqua, logora, e consuma i marmi, e i metalli; ed avvegnachè ciascheduno de' suoi impulsi sia fievolissimo, ciò non ostante, col non cessare unquanco di replicarli o più presto, o piu tardi vince ògni resistenza. I prodotti più fragili facilmente si corrompono, e con maggior prontezza la state, che il verno, e spezialmente se l' atmosfera è caricata di vapori acquei in essa nuotanti, ed agitati, unendosi in lega i due dissolventi per ottenere speditamente l'effetto. L' aria nostrale, che respiriamo, è un miscuglio di corpicciuoli eterogenei d' ogni sorta, cioè a dire di esalazioni staccate da' misti terrestri umidi, e secchi, le quali in essa si sostentano, e con essa quà, e là vanno vagando: anzi per via delle frequenti fermentazioni ne promovono il moto locale, e ne accrescono gagliardamente l' attività, come ce ne assicurano gli spaventosi fenomeni meteorologici. Ora la forza del fluido aereo, giusto la regola nota, si misura dalla massa moltiplicata nel semi-quadrato della velocità. E sebbene nella stagion fervente l' aria e manco densa, che nella fredda, e contiene minor quantità di materia sotto un pari volume, deducendosi ciò dalla più celere propagazione del suono, non pertanto esercita maggior vigoria nel disguisare i prodotti; conciossiachè molto più viene aumentato dal calore il momento della velocità di quello, che si minori la densità. Per attutire l'energia dell'aere altro mezzo non ci ha, che di rarefarlo, e se di fatto nella macchina Boileana si attenua, le frutta estive ivi riposte per qualche tempo si preservano intatte.

Mi son fatto strada per mettere in vista una notabile circostanza. Il commercio, che passa fra i corpi solidi, consiste unicamente in ciò, che dall'uno all'altro si trasferisce la forza con quelle leggi, che nella Dinamica si dimostrano, e nulla più ci è conceduto di ottenere. All' incontro i fluidi si adoperano in maniera, che non solamente per il loro canale si comunicano le azioni, e di sopra ne ho recati gli esempj; ma giungono persino a trasportare da luogo a luogo, e per lungo tratto le sostanze medesime. Già si è detto, che l' aria incessantemente sfiora, e deliba le superfizie de' misti, e col radere le insensibili particelle dal loro tutto le disgiunge, e seco le strascica. Dappoichè se n'è, quasi direi saziata, le porta in giro per ogni dove, e quà, e là le dísperge, e le deposita, ed ai corpi solidi più, e meno distanti le appicca. In tal guisa la fragranza d'un fiore lontano solletica le nostre nari; e si racconta, che i naviganti in vicinanza delle Isole Molucche sentono il grato odore, che spira dagli arbori de' garofani, quando fioriscono. Moltissimi sono i casi, in cui i corpi consistenti a vicenda di sostanze aliene si pascono; e vaglia per tutti un ferro verticale esposto per parecchj anni a tramontana, il quale della virtù magnetica succiata dalla Terra, ch'è una gran calamita, coll'andar del tempo s'imbeve. Di più esposto nella cima d'un'alta torre, e piantato a piombo sopra una massa di pece un grosso palo di ferro, assorbe esso in copia la mate-

ria

ria elettrica vagante per l' aere, cioè quella, di cui sono gravide le nubi, che passano più da vicino per lo vertice, o vi si trattengono. Per le quali cose egli è manifesto, che ci sarebbe uno scarso commercio tra i prodotti fisici, ed un gran discapito in ciò, che concerne le lor proprietà relative, se non vi si frammettasse la vasta espansione de' fluidi, a tali uffizj providamente destinati dalla Natura intesa ad unire la membra disparate del maraviglioso Sistema.

III.

C'è un gran divario fra le passioni de' solidi, e quelle de' liquidi, ed oltre modo sono nascoste le leggi, da cui questi pigliano regola. Chi potesse svelarle, e ridurle ad una scienza compiuta, spanderebbe un nuovo lume sull'economia della presente mondana costituzione. Dopo i lodevoli sforzi de' Signori Giovanni, e Daniele Bernoulli mi lusingherei, che i Lettori prendessero in buona parte le mie minute, ma capitali scoperte. Ne credo di svagare dal mio principale subbietto, esponendole in succinto, e riserbandomi di dilucidarle a miglior occasione. Ognuno sa, che i fluidi sono per lo più diafani, e taluno opaco, come l' argento vivo, e che ne' primi la forza di refranger la luce sta in ragion composta della massa, e della tenacità. Ma non bisogna lasciarsi ingannare; conciossiachè vuole distinguersi una doppia tegnenza, cioè quella, che si osserva negli olj, per cui le gocciole insieme si legano, e stentatamente fluiscono, dall' altra, che si ravvisa nella materia, di cui sono composti i primitivi duri elementi, che costituiscono il liquore, dalla quale l'acqua non va esente.

Abbiamo una coppia d' esperienze, che pajono a prima vista contraddittorie. Il Cavalier Nevvton nel libro secondo de' suoi Principj proposizione trigesima sesta, caso terzo ci dà la seguente notizia. Fatto, dic' egli, l' esperimento, trovai, che sostentata l' acqua nel vase sopra il foro aperto alla sublimità di venti dita, e d'altrettanti l' altezza del foro sopra un piano orizzontale, e perallelo, la vena dell'acqua cadeva sul piano stesso alla distanza di dita trentasette dal perpendicolo lasciato piombare dal foro nel piano predetto: laddove, tolte di mezzo le resistenze, la vena dovea colpire il piano sottoposto alla distanza di quaranta dita, essendo il lato retto della vena parabolica di dita ottanta. Messa in conto la frizione dell'acqua nell' uscire dal foro, il contrasto delle particole a causa del restrignimento della vena, la resistenza dell'aria, e qualche altra circostanza, si scorge, che la viscosità dell' acqua nascente dall' adesione delle stille è così minima, che si rende affatto insensibile.

Al contrario assunto un diafano macro, in cui non si scorga indizio di tenacità, e tale si è il vetro d'antimonio, siccome misura comune delle forze refrangenti, ne segue, che se l'acqua d'ogni tegnenza è sfornita, le suddette forze deggiono seguitare la proporzione delle semplici masse, o delle gravità specifiche. Ciò nell'acqua non si verifica, osservandosi in essa

essa maggior efficacia per torcere dal dritto cammino i raggi luminosi di quello, che alla sua densità si convenga. Il fenomeno adunque richiede, che colla viscidità si supplisca alla mancanza della materia. E per conciliarlo coll'antecedente bisogna dire, che non intralciandosi l'una coll'altra le perticelle componenti, la tenacità risegga ne'corpicciuoli elementari, per cui si fa strada la luce, fluido oltre ogni credere sottilissimo, e penetrante. Chi potesse formare una spezie di liquido di menomissime, ed indivisibili sferette di diamante, che si toccherebbero in tanti punti senza notabil coerenza, verrebbe in contezza, che la forte refrazione dovrebbe ascriversi in gran parte alla pasta oliosa, e gagliardamente costipata, di cui questa durissima gemma si crede composta.

IV.

Non ci ha presentemente Fisico, che metta in dubbio l'elasticità dell'aere, ed è noto, che la di lui densità è proporzionale al peso, da cui è caricato. Col comprimerlo si accresce a dismisura la sua energia, e ce ne dà un saggio, qualunque volta rinchiuso, e costipato dalla Natura, non saprei dire con quali ordigni, nelle buccie del nitro produce que'tremendi effetti, che, messo in libertà, nella polvere d'arcobugio alla giornata si osservano. Io sono convinto, che la luce sia corredata d'una squisita virtù di molla, e ne desumo la riprova dalle replicate riflessioni, che si fanno nel lucimetro, strumento composto di parecchj specchietti piani artifiziosamente collocati, senza che nulla si discapiti in ciò, che concerne l'uguaglianza fra l'angolo d'incidenza, ed i successivamente reflessi. In questo mentre se fosse vera la sentenza Nevvtoniana, che il fenomeno derivi non già dalla percossa, ma bensì dalla repulsione, che fassi in distanza dalla superfizie de' vetri, parrebbe, che nè punto nè poco ci entrasse la forza elastica. Sono troppo analoghe le propagazioni del suono, e della luce, e troppo sembianti le oscillazioni dell'aria, e dell'etere, onde si possa mai sospettare, che questo, palpitando, ed increspandosi, sia pigro, ed inerte, e spogliato d'una risentita elasticità.

Mi darà più che fare l'acqua con altri liquori di simil genere giudicati da'Fisici affatto nudi di virtù elastica. Ma l'esperienza sta in contrario; mercè che spruzzati forte contro un corpo duro, o sopra esso da una notabile altezza cadendo, gagliardamente ribalzano. Potrei citar molti Autori, e basti per tutti il Signor 's Gravesande. Si appoggia egli alla sperienza fatta dagli Accademici Fiorentini del Cimento, per cui una palla vuota d'argento riempiuta d'acqua, e serrato strettamente il foro, se forte si martellava, ed ammaccavasi, il fluido, piuttosto che patire d'essere compresso, e stivato, trasudava per i pori del metallo. Quinci s'inferisce, che non ci può essere efficacia di molla, dove non ci ha costipamento, e restituzione. Parmi, se mal non mi appongo, che si dovesse conchiudere tutto all'opposto; conciossiachè se l'acqua si apre il passaggio per gli angusti pertugj dell'argento, e supera le quasi in-

insuperabili resistenze, egli è necessario, che c' impieghi un massimo sforzo: e ciò non può succedere, se non preme, e non isfianca gagliardissimamente per ogni verso; lo che importa, che dalle contusioni sia stata coartata, e compressa, e che per vigore degli elastri, di cui le sue menome particelle sono guarnite, tenti a qualunque costo di rimettersi. E quì si noti, che l'energia delle molle non si misura nei corpi, e non ha punto che fare colla maggiore, o minore costipazione; imperciocchè alcuni sono talmente duri, e fra questi gli elementi dell'acqua, che quantunque ripugnino ad essere sensibilmente ristretti, ciò non ostante sono dotati d'una perfetta elasticità. Appresso il Conte Giovanni Rizzetti in una sua Dissertazione inserita nel primo Tomo de'Commentarj dell'Accademia Bolognese ci ha ammoniti, che i solidi della stessa pasta, e ne ha istituiti gli esperimenti nelle palle di vetro, quanto sono più piccioli, tanto meno a proporzione si comprimono, e tanto più robusta in essi si ravvisa la forza elastica. L'avvertenza si applichi ai fluidi sciolti, e spiritosi, ne'quali la durezza, e la menomanza delle particole elementari contribuisce a far sì, che prontamente si risentano.

V.

Se poi si aggiugne la gravità, che ne' liquidi conosciuti, trattone forse la luce, la quale, come si è insinuato, ad un centro fisso non si dirigge, esercita la sua azione, e premendo stimola i minimi elastri, ci si para innanzi la gran discrepanza tra i corpi solidi, e fluidi: teorica oltre modo involuta, e che serve di subbietto a due nuove scienze, l'Idrostatica, e l'Idrodinamica, non per anco a perfezione ridotte. Ne' primi le particelle insieme strettamente connesse, quantunque occupino un sito inferiore, dalle superiori guari non son caricate; laonde discendono unite, e con pari incrementi di velocità giusto le regole note del Galileo, e l'une nell'altre non influiscono, e scambievolmente non si avvalorano. Nè secondi all'incontro gli atomi slegati soggiacciono alle pressioni del filo verticale, che ad ognuno d'essi si addossa, per guisa che viene sollecitato alla discesa da una potenza incomparabilmente maggiore di quella, che procede dalla sua natural gravità.

Nell'acqua stagnante in un vase io segno una stilla in quiete ad una data profondità, e dico, ch'ella d'ogn'intorno è compressa egualmente dalle gocciole, che la circondano, e che la misura di ciascun conato, che la spigne o di fianco, o all'insù, si desume dal peso soprastante a piombo della colonnetta acquea. Se altrimenti fosse, dovrebb'essa stilla cedere da quel lato, dove incontrasse minor contrasto: lo che ripugna all'ipotesi. Quinci nasce il corollario, che i fluidi sfiancano con pari niso per tutti i versi, ed in ciò spezialmente dai solidi si distinguono. Qualche volta però operano a guisa di masse consistenti. Se ad un cilindro retto pieno d'acqua si leva il fondo, essa piomba a basso, come se fosse un pezzo di ghiaccio, e similmente quando riposa nel tubo, carica il fondo stes-

ſteſso o gelata, o ſciolta con una eguale preſsione. Si avverta però che nel primo caſo tutto lo sforzo della gravità unicamente s'impiega in farla diſcendere ſenza produrre altro effetto; ma nel ſecondo il fluido non laſcia d'eſercitare le ſue preſſioni contro le pareti del vaſe a miſura del peſo addoſſato. Dalle coſe dette ſpunta un ſecondo corollario: che le forze compoſte, o ſiano equipollenti appena anno luogo ne' liquidi. Ben è vero, che la gravità naturale d'una gocciola elementare appoggiata obliquamente ad una ſponda o retta, o curva vuole riſolverſi in due, cioè nella normale alla ſponda ſteſſa, ed in quella, che ſi determina dalla direzione del piano inclinato, o della toccante; ma la minima potenza non va computata, meſſa a confronto coll'energia delle preſſioni. Se queſta aveſſe a diſcomporſi, giuſto le regole note quanto più l'angolo ottuſo ſi accoſtaſſe al retto, altrettanto ſi minorerebbe il conato sfiancante fino a diventar nullo, mentre la parete foſſe perpendicolare al fondo coſtituito a livello. In tal incontro la ſponda non ſarebbe nè punto, nè poco caricata, e la ſtilla non verrebbe in conto alcuno ſtimolata a ſortire con impeto dal vaſo, e per una vena parallela all'orizzonte: lo che ripugna alle oſſervazioni.

Dai premeſſi principj cavo la ſincera dimoſtrazione del Teorema fondamentale dell'Idroſtatica concernente i vaſi comunicanti; concioſſiachè mi è paruta ſempre vizioſa la comune, che ſi deriva dall'uguaglianza delle quantità del moto, riducendo la coſa all'aſſurdo. Dico dunque, che i fluidi della ſteſſa ſpecifica gravità ſtanno in ripoſo, ed equilibrati, qualunque volta le lor ſuperfizie ſi adattano al medeſimo piano orizzontale. Diaſi per poco corſo al popolar pregiudizio, e fingaſi, che predomini il liquore contenuto nel tubo più grande A H, (Fig. I.) per guiſa che l'acqua a cagion d'eſemplo ſia in iſtato di quiete, mentre nel maggior vaſe ſi abbaſſa fino a C D, e nel minore ſi eſtolle fino ad N O. Nel cannello di comunicazione ſi concepiſca la ſezione orizzontale F L, ed in eſſa una coppia di goccie F, L egualmente diſtanti dall' orizzonte G M, e caricate dai fili verticali E F, Q L. Le ſtille F, L ſe ne ſtanno immote giuſto il ſuppoſto, perchè ſono tutto all'intorno egualmente premute, e le miſure delle preſſioni ſi deſumono, come ho provato, dai peſi delle colonnette E F, Q L: dunque come l'altezza Q L all'altezza E F, così la forza, che ſtrigne la goccia L a quella, che ſi eſercita contro la ſtilla F. Ma per l'ipoteſi Q L è maggiore di E F; dunque le due gocciole non ſono del pari premute, e perciò deggiono metterſi in movimento, e cedendo la minor forza alla maggiore, diſcenderà il fluido nel cannello più ſtretto, e s'alzerà nel più largo, finatanto che le ſtille ſottentrate ne' ſiti L, F ſiano egualmente compreſſe: lo che interviene, quando le ſuperfizie d'ambo i liquori ſi diſpongono nella comune orizzontale A B I K. Se poi i fluidi ſono differentemente gravi in ſpezie, ognuno facilmente comprende, che ſi otterrà l'equilibrio, ogni qual volta la ſublimità Q L all'altra E F ſarà in proporzione reciproca de' peſi ſpecifici. Agevol coſa ſi è il dimoſtrare, che le goccie L, F ſaranno del pari premute, quand' ambe ſoſtenteranno il carico eguale de' fili verticali Q L, E F.

VI.

VI.

Mentre io disputava amichevolmente intorno le proprietà de' fluidi col Signor Daniele Bernoulli, che si tratteneva in Vinegia mi fondava su una massima capitale; che in essi per non pigliare un qualche equivoco aveva a distinguersi lo stato di quiete, e di moto. E sebbene allora l'avvertenza a lui non veniva a grado, ha posteriormente nella sua Idrodinamica mutata sentenza. Dalla sperienza Nevvtoniana di sopra raccordata si ha, che, sostenuta l'acqua ne' vasi ad una costante altezza, sgorga essa per un buco aperto o nel fondo, o nella parete con tanta velocità, quanta ne avrebbe acquistata discendendo liberamente in virtù del suo peso naturale per uno spazio uguale alla predetta sublimità misurata a piombo. Quindi si raccoglie in via di legittima conseguenza, che nel tempo stesso, in cui si compie la verticale caduta, esce dal foro, prescindendo da alcune circostanze, di cui farò parola, una copia d'acqua doppià di quella, che soprasta all' aja del lume circolare inciso nel fondo, o pure al suo centro, qualora è bucata la sponda. Il fenomeno spiegato a dovere ci dà una qualche contezza della natura de' corpi fluidi, e perciò mi accingo a rintracciarne il meccanismo.

Acciocchè l'acqua si sfoghi coll'assegnata celerità, fa di mestieri, che l'infima gocciola, ch' è la prima a scaricarsi, sia sollecitata nell' atto del sortire dal tubo, cioè nel correre per uno spazietto eguale al suo diametro, da una forza equivalente a quella, da cui viene stimolata costantemente nel discendere da tutta l'altezza del fluido sostentato nel recipiente. Se nell'uno, e nell'altro caso le due stille uguali camminano per un momento con pari velocità, egli è necessario, che siano altresì uguali le azioni delle potenze continuamente all' una, ed all' altra applicate. Per la qual cosa ricorrendo alle note formule, e chiamata g la gravità costante, s, ds li due spazj passati, avrassi $2gs = U^2$; $2ngds = u^2$. Ma si sa essere $U = u$; dunque $2gs = 2ngds$, e convertita l'equazione in analogia, $n : 1 :: 5 : ds$. La forza dunque della natural gravità, che accompagna per il tratto s la goccia cadente dalla sublimità data, a quella, che caccia l'altra stilla fuori del vase, sta in proporzione del filo sopra incombente s al diametro ds dell'ultima gocciola. Ma dal filo stesso si espone la pressione, da cui questa è verticalmente caricata; dunque pare, che abbiamo alle mani quanto basta per esplicare il fenomeno.

Ho detto pare, imperciocchè, quantunque li Signori Giovanni Bernoulli, e Jacopo Ermanno si sieno appagati di tale apparente dimostrazione, per me non la reputo immune da un nascosto paralogismo. Qualora un cilindro d'acqua si riempie, ogni particella, che tocca il fondo, è aggravata dalla colonnetta del fluido, che le sta sopra a perpendicolo; e perciò se potesse aver luogo la premessa teorica, quand'anco si levasse l'intero fondo, ciò non ostante non mancherebbe la forza premente, onde si ottenesse l'effetto, che l'acqua inferiore, che sente il carico, principiasse a muoversi colla celerità espressa per $u = \sqrt{ngds}$. Ma la sperienza,

e la ragione stanno in contrario; conciossiachè l'acqua contenuta nella cavità del tubo comincia a calare a basso dallo stato di quiete, e ad accelerarsi, come se fosse un pezzo di diaccio. Per la qual cosa la sola pressione a piombo per sestessa sensibilmente non opera, e non è nel caso addotto, e di conseguenza in qualunque altro, sufficiente per comunicare al fluido spirito, e lena, e per imprimere ad esso la presata velocità.

Ed esaminato attentamente il fatto, subito se ne capisce lo perchè. L'infima gocciola, che si parte dalla quiete, nel primo istante è stimolata da tutte le superiori in solido: ma queste quanto sono più alte, tanto meno son caricate, e conseguentemente tanto è minore il conato, che le sollecita; dunque deggiono l'una dall'altra immediatamente staccarsi: e quand' anco l'ultima dalla penultima si disgiugnesse per un intervallo infinitesimo del secondo ordine, subito cesserebbe il niso della pressione, e la stilla da per se, ed animata soltanto dalla sua natural gravità comincierebbe a discendere, e proseguirebbe il suo viaggio, come se mai non fosse stata compressa, non dovendosi mettere in conto quella menomissima forza d'un genere assai più rimoto, ed inassegnabile, che nel primo primissimo istante dal carico le viene comunicata.

VII.

Se dunque la sola pressione verticale non è bastante per conseguire l'effetto, di cui siamo certificati dalle quotidiane sperienze, fa d'uopo rifuggire a qualche altra causa; ed altra non avverrà mai, che si ci presenti, per quanto si aguzzi l'ingegno, salvo che il cumolo delle pressioni oblique, e di fianco, che d'ogn' intorno stringon la gocciola. Ma prima d'arrischiare la spiegazione, conviene dar un'occhiata ai fenomeni. La contrazione della vena ci dà un sicuro indizio della obliquità dei moti. Ottimamente il Cavalier Nevvton così la discorre al caso primo della citata proposizione 36ª. *Nam particulæ aquæ non transeunt omnes per foramen* (aperto nel fondo del vase) *perpendiculariter, sed a lateribus vasis undique confluentes, & in foramen convergentes obliquis transeunt motibus, & cursum suum deorsum flectentes in venam aquæ exilientis cospirant, quæ exilior est paulo infra foramen, quam in ipso foramine, existente ejus diametro ad diametrum foraminis, ut* 5 *ad* 6, *vel* $5\frac{1}{2}$ *ad* $6\frac{1}{2}$ *quam proxime, si modò diametros recte dimensus sum*. Poco dopo soggiugne, che istituito un accurato sperimento, ch' egli minutamente descrive, ha trovato, che il diametro del foro circolare a quel della vena stava prossimamente come 25 : 21. Ma sì fatti ristrignimenti delle vene non serbano sempre per rapporto ai fori una costante proporzione, che si diversifica secondo le circostanze, come ci ha resi avvertiti il Signor Marchese Giovanni Poleni nel suo libro *de Castellis*.

Ho

Ho che ridire ſu due articoli della Teorica Nevvtoniana. Ed in prima miſura l'Autore la quantità del fluido ſgorgante dal vaſe nel tempo ſteſſo, in cui una ſtilla caderebbe liberamente dall'altezza coſtante del liquore ſopra il fondo, per la velocità impreſſa, e per lo cerchietto della vena riſtretta: viene a dire uſcirà tant'acqua, quanta ſarebbe capace di riempiere un cannello di baſe uguale al predetto cerchio, ed al doppio lungo dell'aſſegnata ſublimità. Veracemente le diligenti oſſervazioni del citato Marcheſe Poleni non ſi accordano col premeſſo Teorema, e quantunque ſiano in varie circoſtanze differenti gli esborſi, ſono però ſempre più ſcarſi del già determinato. La ragione è paleſe; concioſſiachè le particelle de' fluidi in moto, ed in una ſpezie di tumulto non ponno mai toccarſi così da preſſo, come quando ſtagnano nei vaſi, e ſenza perturbazione riposano. Quinci fra ſtilla, e ſtilla s'inſinuano degli interſtizj almeno vuoti d'acqua, e lo sfogo è accompagnato ora da una maggiore, ora da una minor rarità, la quale dà norma alla copia o più grande, o più piccola del liquido fluente. E' notabile, che quanto più ſi aſſottiglia il taglio del pertugio, tanto più ſcema l'effuſione, la quale riceſce coll'ingroſſarlo, o col limarlo al di dentro, o coll'applicarci un corto tubo, o un fruſto di cono, ed allora haſſi il maſſimo efflusſo, quando il tronco conico ſi adatta preciſamente alla direzion della vena. E ſe bene con tali artifizj ſi aumentano le reſiſtenze, combinati però gli elementi ſino ad un certo ſegno, interviene, che maggior effetto ſi abbia dalla denſità accreſciuta, pochiſſimo oſtando la velocità appena diminuita. Appreſſo per ottenere gli ſcarichi abbondanti ottima ſi è la figura circolare, e peſſima la triangolare, a cui vanno dietro le rettangole. Un lume quadrato esborſa preſſo poco una quantità d'acqua pari a quella, che ci viene ſomminiſtrata dal circolo iſcritto: e me ne ſono accertato confrontando una eſperienza regiſtrata dal celebre Signor Guglielmini nel ſuo Trattato della miſura delle acque correnti, in cui ſi è ſervito d'un buco quadro, colle poſteriori del Signor Marcheſe Poleni iſtituite coi forami circolari. Dalle premeſſe avvertenze ſi cavi una conſeguenza utiliſſima alla pratica, ed è, che moltiſſime occulte ſraudi ponno commetterſi a danno pubblico, e privato nella ingiuſta diſtribuzione delle acque correnti, e ſtagnanti.

In ſecondo luogo pare a me, che la cateratta dall'Autore Ingleſe deſcritta nella ſuddetta propoſizione, che ſtringendoſi ſempre più verſo la parte inferiore va a terminare nella circonferenza del buco forato nel fondo del vaſe, mal ſi confaccia con l'obliquità de' movimenti laterali da lui riconoſciuta, ed adottata. Se l'acqua contenuta nella cateratta ſteſſa a guiſa d'un pezzo di ghiaccio ſe ne ſta oziosa, e non ſi mette in azione, ne ſegue, che la porzione, la quale per il lume aperto ſi ſcarica, paſſi per un imbuto, e che la maggior parte, maſſime ne' cilindri larghi, da cui tutto all'incontro è circoncinta, riſtagni, e che nel promovere l'effondimento nulla ſi adoperi. Il Signor Mariotte non ſoſcriverebbe ad una tale ipoteſi, ſiccome ripugnante ad un ſuo ſenſa-

 to

to esperimento. Impregnava egli un vasello pieno d'acqua di segature di legno, le quali per buona pezza si sostentano senza calar a basso, se non se lentamente, e con ciò davano agio alla oculare ispezione. Rimoveva poscia il dito dal foro aperto nel fondo, e permettendo al fluido l'uscita, osservava, che i frammenti nuotanti e vicini, e lontani da tutti i lati diriggevano i loro moti verso il buco, ed accostandovisi di sortir si affrettavano. Sono così delicati gli equilibrj de' fluidi, massimamente non tenaci, che basta sconcertarli alcun poco, perchè tutte le particole più, o meno se ne risentano. Gli occhj nostri ci rendono testimonianza, che le gocciole rese visibili dalle picciole some, che seco portano, confluiscono nel foro aperto, siccome tanti raggi nel comun centro, e le più alte, e le più basse, e per diretto, e per obliquo, e per sino quelle, che quasi radono il fondo, e che sono fuori del filone, e che nella Nevvtoniana cateratta si trovan comprese.

VIII.

Le verità sperimentali da me finora considerate mi danno coraggio di accingermi a spiegare, onde nasca, che i liquori escano dai vasi con que' gradi di velocità, che superiormente si sono determinati. Per conseguire l'effetto fa di mestieri, che le particelle prossime all'apertura, e prime a sortire siano incessantemente stimolate per tutta la lunghezza del lor diametro da potenze tali, ch'equivagliano al peso della colonna verticale, che ad esse sovrasta, e le preme, quando se ne stanno in quiete. Ciò si deduce dalle formole di sopra raccordate $2gs = u^2 = 2ugds$, e dall'analogia $u : 2 :: s : ds$. Ma se le pressioni dirette per l'intiero spazietto ds non accompagnan le goccie, che l'una dall'altra si staccano, prima che si compia l'azione, convien ricorrere alle oblique, che alla mancanza suppliscano. E perchè è proprietà de' fluidi lo sfiancar egualmente da tutti i lati, ecco come la cosa viene da me conceputa.

L'infima stilla H (Fig.2.) sia la prima ad uscire dal vaso AC, in cui l'acqua si sostenta all'altezza IH; egli è certo, che da principio sente essa tutto il carico del filo normale KI, ma la penultima gocciola, non seguita con pari prontezza l'ultima, che si sottragge all'impressione nell'atto di separarsi; dunque questa non sarebbe mai per guadagnare la debita velocità, se le particole contigue, per esempio K, L, che d'ogn'intorno la cingono, e come in un torchio la stringono, tolto di mezzo l'equilibrio a causa della disunione fra le due prime, non si cacciassero fra l'una, e l'altra a guisa di cunei, e non promovessero l'accelerazione del movimento. Non si creda però, che le sole vicine si mettano in azione: tirano esse per la ragione addotta in consenso le più rimote di mano in mano, e si accumula in tal guisa un aggregato di potenze sollecitanti sufficiente a cacciar il fluido fuori del vase coll'assegnata celerità. Ne si dee porre in non cale la forza elastica, di cui gli elementi de' liquidi spiritosi son corredati; atteso che, se liberati dal carico, che li costipa, non fossero prontissimi a rimettersi, e ad agire,

non si vedrebbe l'acqua a giocare ne' getti, ne' zampilli, e nelle saglienti: anzi colerebbe lentamente, e si filerebbe per la sua vena a guisa dell' olio, del vino totalmente corrotto, del burro squagliato, de'metalli liquefatti, e d'altri semi-fluidi di simil fatta, i quali o non ann'in se-stessi virtù di molla, o viene attuita dalla innata viscosità. E qualora s'apre il lume nella parete D C o retta, o curva, e l'acqua spilla per la perpendicolare E G, il meccanismo non è diverso, e si modificano soltanto le direzioni.

E quì si noti, che, mantenuto il liquore al livello A D, come negli esperimenti Poleniani, la velocità dello scarico per lo foro H non può minorarsi, prescindendo dalle resistenze, e molto manco ricrescere; conciossiachè i conati sollecitanti le stille K, L in vicinanza del fondo si misurano sempre mai dalle pressioni a piombo della colonnetta K I, e le loro azioni dagli spazietti trascorsi dalle gocciole nello sbucare dai vasi, o sia dai loro diametri. In questo mentre l'obliquità delle forze agenti fa sì, che la vena si ristringa, che il fluido si rarefaccia, e che si diminuisca l'efflusso. Se il pertugio è minimo, l'acqua non può liberamente sfogarsi, e geme a stilla a stilla; imperocchè agli sforzi prementi si oppongono le frizioni, ed una spezie d' ingorgamento, per cui le goccie affollate scambievolmente si contrastano, e si sostengono.

Bene spesso i conati operanti di fianco, e per obliquo, siccome troppo scarsi, ed in gran parte mancanti a produrre l'effetto pieno non son valevoli: e ciò accade, ogni qual volta si apre un forame assai grande per rapporto alla capacità del vaso, e si dà l'adito ad uno scarico soverchio abbondante. Ed in vero levato il fondo ad un cilindro retto, le potenze laterali non an più luogo, ed il corpo dell'acqua discende, come se fosse rappreso, e gelato; ed atteso che la Natura ne' suoi lavori non procede di salto, egli è ben evidente, che ristretto per poco il buco, le forze oblique comincieranno ad agire, ma non quanto basta, onde si comunichi al liquore fluente la massima velocità, di cui è capace. Notava il lodato Mariotte, che, acciò segua l' esborso intiero, fa d' uopo, che il diametro del tubo sia per lo manco quadruplo di quello del foro inciso nel fondo, o nella parete.

IX.

Una particolarità di maggior momento io ravviso ne' fluidi. Sono essi una copiosissima conserva di pressioni equilibrate, e di conati scambievolmente contrastanti, che, mentre non si sviluppino, persistono in una eterna quiete. E' una maraviglia, quanto uso sappia far la Natura di cotali in apparenza oziose potenze ne' suoi più celati magisterj. Ed è ancor più mirabile, qualmente dopo essersene alle occorrenze servita le torni a rimettere nel loro pristino stato senza intervento di qualsisia agente esterno, salvo che della lor natural gravità. Se un elastro si spiega, ci vuole una forza estranea per nuovamente costrignerlo: ma se un fluido si mette in agitazione, e in tumulto, perchè si restituiscano

le

le forze morte, altro non ci si richiede, se non che di bel nuovo ristagni. Prima di passar oltre mi faccio a misurar la somma delle menzionate pressioni nella direzion verticale.

Teorema. Sia il vase A B C (Fig.3,) ripieno d'un. liquore omogeneo, e sia D il centro di gravità della figura; dico, che l'aggregato di tutte le pressioni, a cui soggiacciono gli elementi del fluido stagnante nel vaso, si espone per il prodotto della massa liquida A B C nella distanza D E del centro di gravità D dalla suprema orizzontal superfizie A C.

La massima profondità del fluido si misuri dalla verticale E B, a cui si ponga uguale la retta L M, asse della curva, che dee descriversi. Tagliato il solido ad arbitrio colla sezione F I G parallela alla superiore A E C, facciasi B I = M Q, ed assunta la linea Z a piacimento siccome unità, sia il rettangolo Z X QR uguale all'aja della sezione FIG. In tal guisa si continui l'operazione in ogni punto dell'asse M L, onde nasca la curva M R N analoga al corpo A B C: egli è certo, che qualunque ordinata Q R esporrà il numero delle goccie contenute nella sezione corrispondente FIG, e che l'intiera superfizie mistilinea LMRN dinoterà tutta la materia fluida, la qual empie il vaso ABC. Di più segnato il centro di gravità P dell'area L M R N, atteso che per lacostruzione quest'aja è analoga al solido A B C, i centri di gravità D, P saranno del pari lontani, il primo dalla suprema superfizie A E C, ed il secondo dall'ultima ordinata L N; laonde saranno eguali le distanze perpendicolari D E, PS.

Sopra la base L M R N s'intenda alzata una cilindròide retta, di cui la sublimità sia uguale all'asse M L = B E, e questo solido si tagli con un piano, il quale passando per l'ordinata L N, faccia colla sottoposta base L M R N un angolo semiretto. Dal detto piano si divide la cilindroide in due cunei, e pigliando a considerar l'inferiore tagliato da tanti piani normali alla base L M R N, ed insistenti sopra le applicate Q R, quante sono le applicate medesime, si scoprirà, che tali sezioni, atteso l'angolo semiretto, saranno altrettanti rettangoli compresi dalle assisse, e dalle respettive ordinate, uno de'quali si è il rettangolo L Q X Q R.

In questo mentre il detto rettangolo L Q R è proporzionale alle pressioni di tutte le gocciole componenti la sezione F G; perchè l'applicata Q R esprime il numero d'esse goccie, e l'assissa L Q risponde al peso del filo E I, da cui ogni stilla è caricata. E verificandosi ciò in tutti i rettangoli del cuneo, ed in tutte le sezioni analoghe del solido, ne segue, che il menzionato cuneo ci rappresenterà il cumolo delle pressioni, alle quali le stille, che riempiono il vase A C B, soggiacciono in solido.

Appresso i Geometri stanno, che per la regola del Guldino indicata da Pappo il predetto cuneo s'agguaglia ad una cilindroide eretta sopra la base L M R N, e coll'altezza PS, per cui dista a piombo il centro di gravità P dall'estrema applicata L N; dunque come la deferit-

fcritta cilindroide, così l'aggregato delle pressioni, da cui è affetto il fluido A B C: il qual aggregato di conseguenza sarà in ragion composta dell'aja L M R N, e della notata distanza P S. Quinci surrogando in cambio della distanza P S l'uguale D E, ed in vece dell'aja L M R N la massa fluida analoga A B C, si ricava, che la somma delle pressioni sarà come il prodotto della massa A B C, nella distanza D E: lo che &c.

Corollario primo. Riempiuto di qualsivoglia liquore un altro vase *a b c* (Fig. 3., e 4.) se le masse saranno eguali, i cumoli delle pressioni saranno come le lontananze dei centri di gravità dalle sommità dei fluidi; e poste uguali le distanze, i cumoli predetti saranno come le masse.

Secondo. Che se le distanze si troveranno essere in ragion reciproca delle masse, le somme delle pressioni saranno eguali.

Terzo. Ne' vasi simili, e che contengono liquori omogenei, le somme delle pressioni serbano la proporzione quadruplicata de' lati omologhi.

Quarto. Gli aggregati delle pressioni notabilmente si diversificano, mutata solo la positura del vase. S'empia di vino il gotto conico *a b c*, a cui si adatti il coperchio, di modo che inclinandolo, non si spanda il liquore. Capovolto il bicchiere, è facile a dimostrarsi, che nelle due posizioni le somme delle pressioni stanno come l'unità al ternario.

Scolio. Dalle cose dimostrate si ha un nuovo uso de' centri di gravità, i quali concorrono in parte a determinare la misura degli aggregati delle pressioni, a cui soggiacciono i corpi fluidi. In esse va considerato non solo il peso assoluto del liquore, ch' è sempre proporzionale alla massa, ma di più anche il peso relativo, che si finge raccolto nel centro di gravità, e che piglia norma dalla diversità delle figure, o dalla lor diversa posizione.

Ora i fluidi stagnanti ne' vasi sono una miniera secondissima di conati in quiete, i quali pressandosi l'un contro l'altro, si equilibrano, e perseverano in qualità di semplici potenze. Stanno però sempre preparati, quando vengano sciolti da' lor legami, ad esercitare le lor azioni in via di forze continuamente applicate, ed a generare le forze vive. Ne si creda, che operando diventino sterili, ed il loro vigore si snervi; conciossiachè non istassi unquanco oziosa la gravità, ne conseguentemente il cumolo degli aggravamenti: laonde travasandosi una data quantità di fluido in un nuovo recipiente, talvolta si minora, e talvolta si accresce la somma, e l'energia delle pressioni, per guisa che la stessa massa liquida si abilita a produrre innumerabili differenti effetti. L'esperienza m'insegna, che s'essa si estolle ad una eminente sublimità, è capace di fendere i grossi tubi di piombo, o di rame, che portano l'acqua ad uso delle fontane; all'incontro se si spiana in una gran superfizie con poco corpo, e si sostiene a picciole altezze, non è più quella di prima, ed appena ci dà indizio della sua efficacia. Per la qual cosa torno ad inculcare, che gli effetti fisici si misurano in parte dalla quantità delle masse, e dalla vigoria delle potenze, ma molto più dalle azioni, e dall'applicazione, che se ne fa non mica ai tempi, ma bensì agli spazj, per cui si svolgono a norma delle

delle tante fiate ripetuta formola $f\,ds = mu\,du$; $\int f\,ds = \frac{mu^2}{2}$, le quali anno luogo nella materia idro-dinamica, di cui finora ho ragionato.

E quì comincia a trasparire un qualche barlume intorno i consigli della Divina Sapienza. Si sono esposti alcuni motivi, per cui il sommo Artefice inteso ad ampliare il commercio fra i suoi prodotti, ed a perfezionar il presente Sistema per via d'una reciproca, e non interrotta comunicazione fra le parti, di cui è composto, sia stato così parco nel creare i corpi solidi, e così liberale nel riempiere il Mondo di fluidi. Ci saranno delle altre ragioni urgenti, che non arrivo a penetrare, e che forse coll'andar de' tempi verranno in luce; ma contentiamci per ora delle addotte, che mi pajono appropriate, se non altro per metterci a portata di non ignorare affatto una verità sistematica, ch'io giudico di sommo rilievo.

CAPITOLO TERZO

Delle forze elastiche.

I.

SArebbe oltre modo la Natura pigra, e torpente, se i corpi non fossero di virtù elastica corredati: e questa proprietà si ravvisa del pari ne' fluidi, e ne' solidi, e spezialmente nella materia, che serve alla luce di veicolo. Senza un tal requisito, che li rende spiritosi, e risentiti, e ne avvalora le azioni, egli è assolutamente impossibile, che si conformino in una tollerabile materiale costituzione. Ch'essi corpi animati dal moto insieme cozzando un mutuo costipamento producano, in cui una qualche porzione di forza si spenda, è facile da capirsi; ma che la forza viva consunta nell'urto, e nella contusione in tutto, o in parte da sestessa si rimetta, e torni a rivivere, è un effetto, ch'ha del maraviglioso, e quasi dell'inesplicabile, qualora si cerchi con qual meccanico magistero ciò si eseguisca. A' vecchj Maestri non era certamente ignoto il fenomeno, ma non saprei indovinare lo perchè non l'abbiano riputato degno della lor attenzione: eglino, che si sono adoperati sopra soggetti di manco importanza, e di molto minore indagine. Il fatto sta, che fra gli Antichi non trovo, chi di spiegarlo siasi pigliato l'assunto.

All'incontro tra Moderni appena ci ha Fisico di qualche riputazione, che in tal malagevole inchiesta non abbia fatto parte al Pubblico de' suoi divisamenti; e si può dire, che tante sono le teste, quante le opinioni, fra cui qual sia la vera non si sa, se pure non son tutte false, e quale la più verisimile, tuttavia con calore si disputa. Sarebbe uno stucchevole impaccio l'annoverarle ad una ad una, e molto più di sotto-

por-

porle ad una severa discussione. Fra le maggiormente accreditate si conta la Cartesiana. Siccome la materia sottile è quel cuneo atto a sciogliere qualunque nodo; così non occorre stupirsi, che per servire al sistema generale venga negli effetti particolari introdotta. Essa prontamente penetra tutti i misti, e per tutti i minimi pori s'insinua; di conseguenza mantiene staccate in debita distanza le particelle, che compongono i corpi. Ora se una esterna violenza ristrigne i meati, e ne caccia fuori in parte l'etere, che gli occupava, e per essi scorreva liberamente, questo, cessata l'azione estrinseca, colla grand'energia, che in lui risiede, vince gli ostacoli, e per le solite strade s'apre di bel nuovo il passaggio; con che le particole troppo unite tornano a disgiugnersi, e le cose allo stato primiero si restituiscono.

Il celebre Signor Giovanni Bernoulli (Tomo terzo delle sue opere stampate in Ginevra n.135.) nell'aggiunta fatta al Discorso del moto, dove tratta della causa fisica dell'elasticità, è l'autore d'una seconda famosa sentenza. Non abbandona egli totalmente l'ipotesi del Cartesio, ma dopo averla gagliardamente impugnata s'ingegna di correggerla, e di ridurla a dovere. Suppone, che le cellette de' corpi liquidi, o solidi siano piene di materia eterea divisa fino alle quantità infinitesime, e di un ordine tale, che giugne all'indivisibile. Essa secondo lui per se medesima non è valevole a produrre il divisato effetto; perchè senza mai fermarsi in un sito entra, ed esce per qualunque angustissimo pertugio, e quella, che parte dà luogo all'altra, che sottentra. Questi son postulati, che si vogliono lasciar passare per urbanità, e pure convien aggiugnere supposizioni a supposizioni. Si pretende dunque, che l'etere agitato da un rapidissimo movimento strascichi con seco degli atomi infinitamente più massicci, e di assegnabil grandezza, i quali, mentre la Natura andava lavorando i suoi prodotti, nelle mentovate cellule si sono trovati per sorta rinchiusi, e che, attesa la ristretezza de' sorellini, sortire all'aperto non possono, se non si squarciano le pareti della prigione. Ciò posto, le particole più grosse, nuotanti nel sottilissimo fluido circolando con violenza tenterebbero colla lor forza centrifuga di romper i gusci per mettersi in libertà, se le celluzze contigue, che d'ogn'intorno li cingono, non vi si opponessero con pari conati, e non le tenessero in equilibrio. Abbiam pertanto tutto ciò, che si richiede per ispiegare la vigoria delle molle. Facciasi, che un agente estrinseco animato dalla forza viva urti nel solido paziente, e lo costringa a mutar figura. Le sferette, per cui dalla materia sottile vengono portati in giro i corpicciuoli massicci, si ridurranno a minor dimensione. Per la qual cosa gli atomi serrati in uno spazio più stretto, stando salda la lor consueta velocità, descriveranno periferie di cerchio più anguste, e conseguentemente ricrescerà la lor forza centrifuga in ragione inversa de' raggi. Quinci sopita l'azione esterna, l'interno sfiancamento predomina, e le cose si rimettono nel pristino stato, tanto dilatandosi le cellette, quanto erano state compresse. Ed ecco il meccanismo, per cui si restituiscono i corpi elastici, e tornano a riprodurre la forza viva, che aveano per così

dire assorbita, e ritenuta per breve tempo in sestessi in figura di forza morta.

Escono in campo i Matematici Inglesi con una terza assai più delle altre applaudita spiegazione. Non ci ha fenomeno in Natura, ch'eglino non ascrivano alle favorite attrazioni, da cui derivano la durezza, la fluidità, ed altre proprietà de' composti, e spezialmente la forza elastica. Se ad una molla si attacca per lungo un grave, che la distenda, viene esso sostenuto, ed equilibrato da una energia attratrice, che rimosso, il peso, accorcia la verga, e la riduce alla sua natural dimensione. All'opposto se l'elastro si comprime, sbuca fuori una forza repulsiva, che coll' azione esterna contrasta, la quale tolta di mezzo, torna prontamente a rimetterlo.

II.

Io non voglio ingolfarmi in dispute, mercè che il miglior partito di oppugnare le altrui false opinioni consiste nel produrre la vera. Opportunamente mi si offre l'occasione di darne un riscontro, internandomi nella recondita origine delle forze elastiche, e spandendo un chiaro lume sull'oscuro subbietto. Dappoichè ho riferiti in compendio gli altrui, mi si conceda di proporre il mio sentimento, che con fiducia io sottometto all'esame de' Fisici discreti, e non prevenuti. Non si creda, che io chiami in soccorso la materia sottile di Renato Cartesio, nè le attrazioni del Cavalier Isacco Nevvton. Il mio giro di raziocinio non uscirà fuori de' confini della Dinamica; e se non m'inganno a partito, c'è un'altro principio più sodo, più palese, più prossimo, e più fecondo, a cui danno mano l'esperienza, e la ragione, e che non riuscirà nuovo al Lettore, essendo stato da me stabilito nel secondo Capitolo del Libro primo, dove ho ragionato dei tre generi delle forze morte, sollecitanti, e vive. Ma prima convien dare una ripassata ai fenomeni più conosciuti, che ci porgono della virtù delle molle almanco una superfiziale contezza.

Non mi si affaccia qualsivoglia corpo in Natura, che di forza elastica sia onninamente sfornito. Non vogliono eccettuarsi i molli, come la pasta, e la creta bagnata, e nè tampoco i fluidi o sciolti, o tenaci, che cedono ad ogni piccolo impulso. Ne siamo abbastanza convinti dal suono muto, che rendono, quando con violenza si strappano, o insieme si percuotono; conciossiachè senza tremito comunicato all'aria non si ode il suono, ed il tremito è un manifesto segno di elasticità. Caderebbe forse in considerazione la materia eterea del Signor Giovanni Bernoulli divisa attualmente persino al punto individuo, ma parlando del partimento della massa inerte, ed impenetrabile, io l'ho dimostrata a tutto rigore impossibile.

I Meccanici sogliono prendere per obbietto delle loro perquisizioni due spezie di corpi o di totale mollezza, o di esquisita elasticità corredati; e le verità dalla doppia ipotesi dimostrativamente dedotte applicate alla Fisica sono di limite, e di approssimazione. Vuolsi inferire, che tanto più

più i misti partecipano delle proprietà competenti all'uno, ed all'altro estremo, quanto più vi si accostano, senza però che mai vi pervengano. Siccome non ci è precisamente nota la natura particolare de' corpi, e non sappiam determinare il grado della lor pigrizia, o del lor vigore; così bisogna contentarsi dell'esatto nella teorica, e del prossimo nella pratica.

III.

A questo passo per liberarci da una importante equivocazione mi pongo ad investigare, se in fatto si diano molle guarnite d'una perfettissima attività. Due diversi sensi ha il quisito, che non voglion confondersi, perchè due differenti proprietà si ravvisano negli elastri, una di ricuperare la lor naturale figura, l'altra di restituire la forza viva, che nello stimolarli si è consumata. D'entrambe le suddette affezioni deggio ragionare accuratamente, attesochè da esse derivano alcune principali verità, che verranno a sesta in progresso.

Dico pertanto, che ogni solido, per quanto risentito si possa essere, ritiene in sestesso una qualche porzione di quella forza, che dall'agente estrinseco si è impiegata per costrignerlo a cangiare stato, e che di conseguenza intiera non la rimette, mentre abbia da star salda la indispensabile uguaglianza fra l'unica causa operante, e il doppio effetto prodotto. Cozzino insieme due globi eguali, ed elastici, e compiuta la percossa, camminino colle velocità appropiate in senso contrario. Egli è vero, che il moto locale proviene dalla relassazione delle due molle; imperciocchè se le sfere fossero persettamente molli, dopo il colpo si fermerebbero. Ma nell'atto medesimo si sente un suono spiritoso, che durerebbe eterno, se dalla resistenza dell'aere non venisse a poco a poco attutito, ed estinto il tremito, che lo mantiene. Quinci le particole elementari, di cui si formano i corpi, mettonsi in tumulto, e in oscillazione; e niuno ardirà di negare, che dove c'è movimento intestino cagionato dal colpo scambievole, e che si propaga all'udito, ivi non ci sia forza attuale, che altronde non può esser generata, ed impressa, salvo che dalla primitiva, da cui prima dell'urto erano ambo le sfere animate. Per la qual cosa si conchiuda, che seguita la collisione, e il costipamento, nella doppia riflessione si minorano alquanto le velocità retrograde, e che la perdita si compensa dalle palpitazioni alle due palle comunicate: altrimenti ne seguirebbe, che il duplicato effetto superasse o di poco, o di molto secondo le circostanze l'energia della cagione iniziale.

IV.

Il Cavalier Nevvton si è assicurato cogli esperimenti, che non si danno corpi di perfetta virtù di molla guarniti. Ridotta prima ad esatto computo la resistenza dell'aria, trovava egli, facendo uso de' pendoli,

 che

che le palle di lana fortemente ſtivata retrocedevano con una celerità relativa, che a quella del congreſſo era in ragione di 5: 9 proſſimamente. Con preſſo che pari velocità tornavano indietro quelle di acciajo, e con poco minore quelle di ſovero. Ma nelle vitree, in cui ſi ravviſa una più robuſta elaſticità, la proporzione era come 15: 16 in circa. Io conſento, che parecchj elementi concorrano ad indebolire l'efficacia delle molle; imperciocchè alle volte i corpi patiſcono qualche piccola contuſione, e coll'iterare le percoſſe ora ſi logorano, ed ora ſi ſcheggiano, e tal fiata, ſe gagliardiſſimo è il colpo, ſi ſpezzano. Ma l'effetto dee principalmente attribuirſi alla forza, che in ſeſteſſi ricevono, e dopo averla per così dire aſſorbita per qualche tempo conſervano.

Queſta verità incontraſtabile viene confermata dal Conte Giovanni Rizzetti nel primo Tomo de' Commentarj dell' Accademia Bologneſe, dappoichè io gliel'aveva fatta avvertire. Oſſerva egli darſi alcuni corpi, ne'quali ripetute le percuſſioni, non appare qualunque veſtigio di ammaccatura; e fra queſti ſi contano l'acciajo, l'avorio con altri molti ò naturali, o artifiziati. Ma ſpezialmente nel vetro ſi rinviene una tal proprietà. Lavorata a perfezione una lente conveſſo-conveſſa ad uſo di cannocchiale, ſe ne ſerviva a contemplare gli obbietti in debita diſtanza, che comparivano all'occhio chiari, diſtinti, e ben contornati. E perchè meglio preſtaſſe il ſuo uffizio, e ad una piccioliſſima abberrazione foſſe ſoggetta, nell' interno a bello ſtudio incavato la riempiva d' acqua. Quindi tormentandola in ambo le ſuperfizie, e maſſime in vicinanza dell'aſſe con varj colpi d'un martello, onde poteſſe ſenſibilmente ammaccarſi, ma non romperſi, od iſcheggiarſi, a ſuo luogo la riponeva, e non gli venne fatto di notare qualſiſia irregolarità nelle immagini. All'incontro ſe la toccava in diverſi ſiti con una finiſſima lima, ſi rendeva affatto inetta, e deformandoſi gli obbietti, ſi confondea la viſione: ſegno manifeſto, che le minute raſure, e non le iterate percoſſe diſguiſano le figure delle lenti di criſtallo, le quali contuſe da forza eſterna anno tanto vigor elaſtico in ſe medeſime, che lo ſtato di prima eſattamente ricuperano.

In queſto ſenſo io riconoſco parecchj corpi dotati d' una ſquiſita virtù di molla almeno fiſicamente. I ſolidi, che, come ſi è detto, non conſervano alcuna orma di contuſione, obbligati dall'energia delle percoſſe a tremare, e a divincolarſi, ora per un verſo ſi ſchiacciano, ed ora ſi allungano, e replicando le andate, e i ritorni, tratto tratto riedono alla lor vera figura, e finalmente in eſſa perſiſtono, quando totalmente ſi ammorza la forza acquiſtata, che nell' ambiente eſtrinſeco a gradi minimi ſi trasferiſce. Dalle campane, che durano per alquanti ſecoli, ſi ſcorge, come vada la faccenda.

V.

Ora benchè in molti prodotti della Natura, e dell'Arte ſi rinvenga la particolarità, di cui ſo parola, non ſi ravviſa però l'altra, che conſiſte nel reſtituire all'agente tutta la forza viva, che ad eſſi viene parteci-

cipata; perchè, conforme si è veduto, in se una parte ne ritengono. Egli è vero, che gli effetti indi nascenti alla causa primigenia sempre si agguagliano; non pertanto i mentovati corpi non ponno dirsi esattamente elastici, siccome mancanti dell'accennato requisito. E tanto sarà minore il difetto, quanto più al limite si approssimeranno, e quanto sarà più piccola la forza, che in sestessi conserveranno, seguita la collisione. Non si otterrà mai, che il mobile in azione riacquisti col riflettersi l'intiera forza nel congresso perduta, ma potrà farsi, che il corpo paziente tutta in se la raccolga, e ne faccia conserva, ogni qual volta, oscillando nel vuoto, non abbia a cui comunicarla. Due sfere elastiche della stessa materia, e grandezza, e con pari velocità si vengano incontro; ognuno sa, che nell'istante intermezzo tra la compressione, e il rispingimento se ne stanno in quiete. E chi in tale favorevol momento potesse separar le due palle, lasciandone una nel sito, che attualmente occupa, priva affatto di moto locale, egli è manifesto, che la total forza, da cui prima dell'urto era animata, in esso lei si concentra, e tutta nella sola palpitazione si spende.

Le sperienze Nevvtoniane testè raccordate ci somministrano un canone, ed è il seguente. Con qualunque velocità i due mobili eguali si portino al congresso, nell'atto di ribalzare si divide essa in due, ed una porzione se ne impiega nel movimento di traslazione, e l'altra nel mettere in tremito le particelle intestine di ciascun solido, salva però l'assegnata proporzione, per esempio di 16: 15 nelle palle di vetro. L'Autore Inglese non si è ben apposto, quando si è dato a credere, che ciò, che si perde nel moto locale, in ammaccare si spenda, e che ci resti ne'corpi il segno delle contusioni quasi sotto il martello. Io non nego, che anche questo terzo elemento talvolta non c'entri, ma in moltissimi casi non ha luogo; e se pure in qualche incontro particolare debbe ammettersi, non esclude certamente il secondo consistente nell'interno tremore de'corpi pazienti, che ci viene palesato dal suono. La distribuzione delle forze primitive si diversifica, non solo mutata la materia, ma di più coll'accrescere, e col minorare semplicemente la mole delle due sfere. Il Conte Rizzetti fece dalla stessa massa di vetro liquido cavare tre coppie di palle, d'una, due, e tre oncie di diametro. Messa in azione la mezzana, serbate le avvertenze dal Cavalier Nevvton suggerite, trovò fortunatamente, che la velocità del congresso a quella del regresso stava in ragione sempre costante di 16: 15 con qualunque celerità pari i due globi venissero ad incontrarsi, cioè nella stessa proporzione dallo Scrittore Inglese scoperta. Nelle altre due coppie variavasi notabilmente il rapporto, onde non si poteva sospettare d'inganno, ed era nella prima più piccola, come 31: 30, e nella terza più grande, come 11: 10.

Il nostro Italiano si è ingegnato di ridurre la cosa a regola, e la sua teorica poco si discosta dalle osservazioni, conforme può vedersi nel luogo citato, dov'egli ne ha istituiti i computi. A me basta per ora cavarne da'suoi principj una importante conclusione per la Fisica, ed è: che la perfettissima virtù di molla, per cui un corpo restituisce bella, ed in-

intiera, e senz' alcuna diminuzione la forza viva, che nel costiparlo si è consunta, non risiede nelle masse finite, ma soltanto nelle infinitesime. In queste contenenti una quantità inassegnabile di materia, e che rendono suoni infinitamente acuti, ed onninamente insensibili, sebbene tremano innumerabili volte in un dato tempo, ciò non ostante, essendo la velocità attuale nell' urto perduta una flussione del primo grado, la forza viva da esse assorbita discende ad un elemento del secondo. Per la qual cosa retrocedono dalla collisione colla medesima forza, da cui prima della percossa erano animate. L'estrema menomezza delle particole luminose fa sì, che la luce prossimamente al limite si avvicini, e sia dotata d'uno squisito vigore di molla, massime fisicamente, onde non abbia a computarsi quel pochissimo di forza, che si spende nel tremito: atteso spezialmente, che la Natura è regolata da un sistema temperato, che nel partimento della materia non esce dai confini del finito.

VI.

Non si è detto a sufficienza intorno le proprietà degli elastri. Fa d'uopo avanzar cammino, e rintracciare, sotto quali condizioni i corpi nostrali acquistino una tale prerogativa, e da' quai requisiti vegna ess' accompagnata. Quì si vuole usare una somma cautela, e conviene almanco per poco, e sul principio della ricerca porre da canto le operazioni recondite della Natura. La gran Maestra lavora passo passo, e per lo più in lungo tempo i suoi maravigliosi prodotti, per guisa che noi non le possiam tener dietro, e molto manco sapere di che ordigni, di che macchinette si vaglia, e qual meccanismo c'impieghi. Ella ci presenta le sue opere già belle, e fatte, e sotto tal aspetto le offerisce alla nostra con templazione. Come si comportano i Fisici più riputati? Poco badano all' industria, e nulla al progresso delle fatture. Volgono piuttosto l'attenzione agli effetti, e procurano di stabilire le leggi, onde le conseguenze risultano. Il metodo è buono, ma dimezzato; conciossiachè, se qualche fiata girassero l'occhio addietro, scorgerebbero in parte i segreti della Natura. Stando sul mio subbietto, veggio introdurre ne' corpi fisici le forze elastiche, e sono all'oscuro del come, e dispero di svelarne l'arcano. Ma raccolto in me stesso dico io: forse le Arti non producono sì fatti effetti? E se gli effetti sono analoghi, simili saranno altresì le cause, ed i modi, per cui si mettono in essere, giusto la famosa seconda regola Nevvtoniana de' nostri raziocinj unica, e sicura direttrice. Su questo punto certamente l'Arte non discorda dalla Natura; laonde chi mi vieta dagli artifizj umani, dove il magisterio è palese, farmi strada ai naturali, in cui è nascosto?

In qual maniera si adoperano gli Artefici, quando torna in acconcio ai loro disegni di avvalorare alla virtù elastica certi corpi, che ne sono capaci? Gli sforzi unicamente s'impiegano ad introdurre nelle masse pazienti una valida costipazione, e di conseguenza persistendo invariata la quantità della materia, ed il peso assoluto, si accresce la gravità relativa,

tiva, e specifica, e si minora il volume, da cui prima dell'azione erano compresi. Del fatto dalla pratica quotidiana siamo abbastanza ammoniti; e quantunque con diversi mezzi l'intento si consegusca, nulla rileva, purchè segua l'effetto divisato, con quali stromenti, e con qual lavoro si procuri la compressione.

La forza delle molle è contenuta da certi termini, e dagli esperimenti ne fu documentato il Sig. 's Gravesande accuratissimo osservatore. Egli nel Libro 1. cap.26. de' suoi Fisici elementi, dove tratta delle leggi dell'elasticità, dice: nelle fibre non si ravvisa virtù di molla, se da una forza appropiata non vengono, quanto basta, stirate. Le corde poco tese, e nell'estremità a due perni raccomandate, se dal loro sito alquanto si rimovono, non an vigore di ritornare. Ma qual sia il grado del distendimento, da cui comincia l'elasticità, sinora colle sperienze non si è potuto determinare. Quando con troppa violenza una fibra si stimola, perde la facoltà di rimettersi, ne questo grado di tensione per anco è noto: ciò, che debbe affermarsi di certo, si è, che lo stiramento, dal quale proviene l'energia elastica delle fibre, è circoscritto da limitati confini. Sin quì ottimamente il lodato Scrittore.

VII.

Osservo, che propriamente la costipazione è quel necessario requisito, col mezzo di cui si comunica ai corpi l'elasticità. La diminuisce al contrario, o totalmente la toglie la rarefazione, che stacca l'una dall' altra le particole per avanti più strettamente unite, e compresse, e le sforza ad occupare un maggior volume. Si disfa dilatando ciò, che si fa comprimendo, e non è maraviglia, che da cagioni direttamente opposte nascano effetti contrarj. Ne abbiam l'esempio nelle corde di acciajo, e di ottone, che si preparano ad uso de' musici stromenti. Si fanno violentemente passare per le trafile, onde forte si assottiglino e si condensino, ed acquistino la virtù elastica, e la sonorità. Ma roventate nel fuoco a tal mollezza riduconsi, che si allungano con facilità, ed a guisa del lino si filano. Anco le distensioni non sono guari all'elasticità favorevoli; e quantunque paja, che la rinforzino, tirando per lungo le funicelle, e strignendole per traverso, non pertanto tendono solo ad annientarla, conforme l'addotto Autore ha notato, perchè s'impiegano a rallentare la costipazione, ed a sciogliere l'unione delle particelle elementari.

Con differente artifizio si lavorano le minuzia, che a guisa delle funi ordinarie in una spirale gagliardamente si attorcigliano: con che le fibre, ed i fili più da presso si accostano, e scambievolmente si premono, senza che gli uni dagli altri possano, se non se a stento, divellersi. Sopra tutto però la percossa è il grand'organo dei costipamenti: il suo vigore, siccome animato dalla forza viva, è robustissimo, e se i corpi, che in se ricevono il colpo, sono costituiti in maniera, che col moto locale alle azioni in parte non si sottraggano, egli è indispensabile, che colla intiera impressione contrastino, e ci oppongano una resistenza

stenza

ſtenza pari, e contraria. Due caſi frequentemente intervengono ; mercè che ovvero i corpi più prontamente dalle forze eſtrinſeche laſciano coſtiparſi, o pure cedono più ſpeditamente dai lati, e ciò, che perdono in una dimenſione, col dilatarſi per l'altro verſo riparano. Da tal circoſtanza ſi eſtimano in qualche modo i gradi dell'elaſticità nelle maſſe battute, e ribattute inneſtata, ed i ſuoni, che ſi odono o più ottuſi, o più ſpiritoſi, ne ſono l'infallibil criterio. Il piombo a cagion d'eſempio è un metallo, cui la virtù di molla guari non compete, e non vi s'imprime. Una lamina tormentata coi colpi del martello molto più ſi allarga di quello, che ſi coſtipi, e ne abbiam la prova dal ſuono muto, che tramanda, il quale dalle percoſſe non ſi ravviva: ſegno manifeſto, che le ſue fibre ſono laſſe, ed inette a metterſi in un tremito riſentito.

All'oppoſto il Fabbro ferrajo coll'iterare le percuſſioni raſſoda il ferro opportunamente riſcaldato, e le monete d'oro, e d'argento, che infiammate dalla padella ſi cavano, coniate ſotto il martello acquiſtano ſonorità, lo che del pari ſi ottiene, quando nel torchio ſi ſtringono, e ſi condenſano. La creta ſecca riſente alquanto dell'elaſtico, e molto meglio, ſe nella fornace ſi cuoce. Ma ſe d'acqua s'imbeve, diventa una paſta molle, e per convertirla in mattoni fa d'uopo, che prima fortemente ſi domi, e poi ſi raſciughi.

VIII.

Il freddo, e meglio un minor grado di calore, o di moto ha la ſua parte nel coſtipamento de'corpi, e fanno a mio propoſito le tempere, per cui l'acciajo ſi conſolida. Gli uſi differenti, ai quali eſſo ſi deſtina, ed i diverſi ordigni, che ſe ne formano, richiedono varie ſpezie di durezza, e di rigidità. E' mirabile la ſagacità, con cui ſi procede. Poſto l'acciajo nel ſuoco, onde ne reſti intimamente penetrato, ſi oſſervano con attenzione i colori, che l'un dopo l'altro in ſerie ci ſi preſentano. Non biſogna laſciarſi uſcir di mano l'occaſione, e quando compariſce quella tinta, per eſempio di frumento, che la pratica ci ammoniſce, eſſere adattata al noſtro particolare diſegno, conviene, pria che ci ſi muti anzi gli occhi, tuffare con preſtezza, ed ammorzare il metallo nell'acqua, o in qualche liquore appropiato, e per tal guiſa ſi partecipa ad eſſo una tempra a dovere ſecondo il fine, che ci ſiamo prefiſſi. I menzionati colori ci ſervono di ſicuro indizio, eſſere pervenuto l'acciajo a quel preciſo grado di rareſazione, che al noſtro intento riſponde: e perchè il coſtipamento, che s'introduce per via della immerſione nel fluido, dipende dalla rareſazione per avanti dal ſuoco introdotta, eſſendo che queſte due potenze operano proporzionatamente, quantunque in ſenſo contrario, ne ſegue, bene congHietturarſi dai colori, ſe l'acciajo è, quanto baſta, rovente, e rareſatto, onde di bel nuovo compreſſo ſi trovi nella favorevole congiuntura di ricevere in ſe la ſpeziale durezza, ed elaſticità, di cui nelle noſtre occorrenze abbiamo a valerci.

Il

Il vetro è un'antica ritrovata degli Uomini, che di giorno in giorno si perfeziona, e somiglia alcune produzioni diafane della Natura, come le pietre preziose, ed i varj generi di cristalli. Ci va fatto d'imitare l'apparenza delle gemme o pure, o colorate, e d'ingannare gli occhj imperiti, ma non ci riesce di dare alle false le proprietà delle vere, e massime la durezza, la tenacità, e la forza refrattiva del diamante. Ne' sassi d'una spezie particolare, e da'pratici conosciuta il vetro già preparato si appiatta, e conviene separarlo dalla materia inutile con una violenta fusione, aggiugnendoci quegl' ingredienti, che all' intenzione dell'Operajo meglio si confanno. Qualmente poi dalla massa liquida con una canna bucata di ferro se n'estragga una piccola porzione, indi col fiato, col girarla all'intorno, e colle forbici se le dia forma, e figura, la cosa è troppo nota, onde ci si abbiano a perder parole. D'una molle pasta sono i vasi appena lavorati, e caldi ancora dalla fornace: col raffreddarsi s'indurano, ma all'aere aperto non vogliono esporsi, perchè certamente si fiaccano. E la cagione del fenomeno non è guari nascosta; conciossiachè in prima dal freddo dell'ambiente cominciano ad intepidirsi, ed a rassodarsi le particole superfiziali, mentre le interne non tocche dall' aria sono tuttavia infuocate, le quali dovendosi in progresso strignere, e condensare, tirano le superiori in consenso, e gli elementi mal uniti si sciolgono, ed il corpo per sestesso fragile facilmente si rompe.

Fa di mestieri pertanto riporre il vaso vitreo subito compiuto in una stufa riscaldata a dovere, che gradatamente vada scemando il calore, per modo che il cristallo a poco a poco si rinfreschi, e si costipi; laonde non turbandosi almanco sensibilmente l'equilibrio tra le fibrille esterne, e le interiori, si renda atto a tollerare il caldo, ed il freddo, ed a servire agli usi comuni: se pure bene spesso non si spezza, massimamente in passando dall'uno all'altro estremo. Così un misto artifiziale lavorasi, a cui pochissimi altri, o naturali, o manofatti in virtù elastica possono equipararsi, conforme ci additano le osservazioni de'menzionati Cavalier Nevvton, e Conte Rizzetti.

IX.

Si danno dei prodotti, in cui non si ravvisa se non se un mediocre vigor di molla, e pure col mescerli, e coll'incorporarli acquistano una grand'elasticità. Fra quegli, che ci son cogniti, si debbe il primato al ramè, ed allo stagno, che per sestessi, e separati sono poco risentiti, ma che congiunti insieme per mezzo d'una gagliarda fusione, e fatti scorrere più prontamente coll'ajuto del lardo si trasformano in bronzo ad uso delle statue, dell'artiglieria, e delle campane: metallo parto dell' umana industria, in cui dalla mistione s'innesta una vigorosa forza di molla. L'effetto porta con seco la sua indagine: egli è però certo, che la gravità specifica del bronzo, secondo le osservazioni dell'Inglese Hookio, superando quella dello stagno, e del rame, questi metalli nell'atto dello squagliarsi meglio si uniscono, e più strettamente nel rifrigerarsi si ad-

 den-

densano. Per ora basti il sapere, che quando ci va fatto di liquefare due, o più corpi, e col mescolarli formarne un terzo, talvolta ricresce, e talvolta scema relativamente ai componenti la virtù elastica del composto, e pare, che se ne abbia a desumer l'indizio dall'aumento, o dalla diminuzione delle specifiche gravità. Per la qual cosa il Signor Muskembrock non giudica esatto il progresso di Archimede nello scoprire la fraude dell'Artefice nella corona del Re Jerone. Si doveva prima accertare, se colla mescolanza dell'oro, e dell'argento stia saldo, oppur si accresca, o si minori il peso specifico della mistura.

De'corpi fluidi di sopra ho ragionato abbastanza. Per la maggior parte nel suo stato naturale non soffrono sensibile condensazione; non ripugnano però anco i più densi, e pesanti ad una straordinaria rarefazione, come il mercurio. Esposti al fuoco si mettono in tumulto, bollono, gorgogliano, e sfumano in tenuissimi vapori. Considerati in massa cedono speditamente per ogni verso, ed appena vi si rinviene segno d'elasticità; imperciocchè se agitati ondeggiano, e poscia si spianano, alla lor gravità l'effetto si ascriva. In questo mentre si è provato, che le particelle elementari, dal cui ammassamento i liquidi si formano, sono dure, solide, e di vigore elastico corredate, il quale, se in alcuni non esercita la sua azione, ciò proviene, perchè la tenacità vi si oppone.

Non è noto, quanto l'aere possa strignersi, e dilatarsi; conciossiachè l'immaginazione non arriva a capire, qualmente per un verso si rannicchj, e per l'altro si stenda, attalchè la stessa quantità d'aria vegna abbracciata da differenti volumi, che si corrispondono con una lontanissima proporzione. Qualunque volta ci occorre di accrescere il suo costipamento, non mancano i mezzi. Collo schizzatojo si gonfiano i palloni, e con i noti artifizj si condensa nelle canne de' schioppi pneumatici. Per ridurlo poi ad una straordinaria rarezza si ricorre alla macchina del Boile, e la sua forza di molla si misura dalle compressioni, che soventemente dal calore si avvalorano.

X.

Poco più oltre, cred'io, arriva l'Arte, mentre s'ingegna di condensare i corpi o solidi, o molli, o fluidi. Sono persuaso, che di maniere non dissimili bene spesso faccia uso anco la Natura; ma non ardisco affermare, non servirsi lei d'altri partiti impensati, ed assai più reconditi. Ma non importa al mio primario divisamento, come la cosa si faccia, purchè si faccia, e basta, ch'io sappia, che la costipazione s'introduce ne'corpi fisici, quantunque di tutti gli artifizj in particolare, per cui l'effetto si ottiene, io non abbia una palese contezza.

Mi trattengo alquanto sopra un prodotto naturale, e piacemi di eleggere il nitro. Dopo il Signor Giovanni Bernoulli nella sua Differtazione intorno le fermentazioni il Signor Dottor Jacopo Bracchi nel Tomo primo de'Supplementi al Giornale d'Italia adduce un'elegante sperienza, a cui fin da quel tempo io ci ho aggiunta un'annotazione. In un recipien-

piente capace di libbre $9\frac{1}{2}$ d'acqua di peso sottile di Vinegia, cioè di grani 54720 (mentre ci vogliono dodici oncie a far una libbra, otto dramme a comporre un' oncia, e sessanta grani a formare una dramma) pose il nostro Autore dieciotto grani di polvere d'arcobugio fabbricata con sette parti di nitro raffinato, due di zolfo, e una di carbone, per guisa che li 18 grani di polvere contenevano gr. $12\frac{3}{5}$ di nitro, gr. $3\frac{3}{5}$ di zolfo, e gr. $1\frac{4}{5}$ di carbone. Estenuata colle forme solite l'aria del recipiente, onde l'argento vivo del barometro nella macchina collocato fosse quasi intieramente disceso, diede con una lente ustoria fuoco alla polvere, che dopo aver bollito alquanto tutta si accese, e fece poggiare il mercurio nel tubo alla diciottesima parte della sua consueta altezza.

Se il Lettore fosse curioso di veder la cosa ridotta a computo, almeno prossimamente, e mancando in parte i dati, fra certi limiti, dia un' occhiata al luogo citato. Intanto il Signor Dottor Bracchi è venuto in cognizione a forza di studiate osservazioni, che l'aere non è rinchiuso, e stivato nel carbone, e nello zolfo, ma solamente nel nitro, le di cui particelle componenti pare, che deggiano concepirsi siccome tante picciolissime vescichette, o gusci incrostati di materia salina, ne' quali sta imprigionata l'aria oltre ogni credere compressa, e per lo manco quattrocento volte più densa di quella, che respiriamo. L'Arte ad un tale stupendo costipamento certamente non giugne senza l'ajuto della Natura, delle cui produzioni a tempo, e luogo si serve, come nella polvere da schioppo, e nell'oro fulminante. Ma con quali ordigni, e co' quali emboli spinga la gran Maestra, e cacci violentemente nelle cellette nitrose una tanta copia d'aria, e rassodi le pareti della carcere, onde ai robusti, e non interrotti sforzi resistano, egli è un problema degno dell'attenzione de' Fisici.

Avrebbe inoltre a ricercarsi la causa, per cui la terra matrice del nitro sfruttata la prima volta coll'esporla all'aria aperta torni ad imbeversene, e non più, assorbendo la terza una spezie di sale d'indole diversa, atto a fecondare i campi, ed i prati sterili. Finalmente si dovrebbe indagar lo perchè il nitro suggettato a varie preparazioni ora sciogliendolo nell'acqua calda, ora cristallizzandolo per via della evaporazione, ed ora raffinandolo, come suol dirsi, a marmo, mantiene intatta la sua crosta esterna, e non permette all'aere imprigionato l'uscita. Si aggiunga un altro esperimento, che fuso il nitro in un crogiuolo, se con polvere di carbone accesa, o spenta si detuona, svapora, e si dissipa in aria alla quantità di quasi due terzi, e ne rimane un terzo di fisso spogliato d'aria, quando col tempo non ne sugga di nuova: ed appunto col tempo se ne impregna, e ricresce di mole, e di virtù. Lo zolfo, ed il carbone sono gl'ingredienti, ch'entrano nella polvere d'arcobugio, i quali essendo prontissimi a pigliar fuoco, fanno sì, che rarefatta gagliardamente l'aria racchiusa, e addensata squarcj le buccie, e messa in libertà colla sua forza elastica si dilati da tutte le bande, e sfianchi violentemente da tutti i lati, ma con massimo impeto verso dove incontra minor resisten-

za. Gli effetti son prodigiosi, i fenomeni sono oscurissimi, ed io, che non fingo ipotesi, levo la mano dalla tavola, e di non saperne venir a capo ingenuamente confesso.

CAPITOLO QUARTO

Da quali primi principj derivi la forza elastica.

I.

PRima di esporre la mia novella sentenza intorno l'energia delle molle mi è convenuto premettere un grand' apparato di fenomeni circostanziati con brevità, e con esattezza, sopra cui non ho guari filosofato, siccome contento d'aver di quando in quando dedotte le semplici, ed originali conseguenze, che da essi immediatamente fluiscono. Se questo metodo sincero, e rigoroso non mi guida alla verità, io non so da qual canto volgermi per rettamente raziocinare. Raccolti a buon conto i materiali nel precedente Capitolo, mi accingo ad innalzare la fabbrica fondandola su base solida, e stabile, viene a dire sopra un principio convalidato dall'esperienza, e dalla ragione, e che dee passare per un fisico assioma.

Ne'corpi la costipazione, e la virtù elastica sono due proprietà gemelle, che non si ponno disgiugnere: se pure non si confondono, come vedremo in una cosa medesima, che comparisce sotto due aspetti, alle quali si accoppia in qualità di segno sensibile la sonorità. In fatti qualsivoglia misto perde in tutto, o in parte il rigore di molla, se si sminuzza, si raresà, e si discioglie. Abbiasi a mente il canone del lodato s'Gravesande inteso però colla debita circospezione, che sotto un dato costipamento a noi sconosciuto faccia di se mostra la forza elastica. Non dico già, che ogni colpo, ogni ammaccatura, ogni strignimento, massime se muore nel corpo paziente, e non s'impiega in moto locale, un qualch'effetto non produca; perchè altrimenti la Natura procederebbe di salto, e non a passi regolati: dico bensì, che finatantoche predomina la mollezza, e la disunione delle fibre, le quali non si affollano, e non s'incalzano; non s'introduce la rigidità, ed il costipamento necessario per costituire un elastro. Egli è vero, che gli sforzi usati nel rassodare le masse non sono inutili; imperocchè tanto minor fatica si dura nel comunicare l'elasticità, quanto meglio la materia è stata preparata. Sa il vasajo di qual importanza sia il domar ben bene la creta molle, onde il vasellame di terra cotta si fabbrica. Non bisogna però troppo assottigliare i corpi, che di rigidi si rendon pieghevoli, e della facoltà di restituirsi

in

in gran parte si spogliano, conforme interviene ne' tenuissimi fili di vetro colorato, di cui si formano i pennoncelli.

II.

M'inoltro nel mio discorso gradatamente, e faccio nascere fenomeno da fenomeno, e conseguenza da conseguenza. Dimando dunque, se per costipare i corpi, per istrignerli, e per obbligarli ad occupare un minor volume (e vi si adoperi pure o la Natura, o l'Arte, che nulla importa) ci si richieda forza, e forza viva, e considerabile, ed all'effetto inteso proporzionata? Io son certo, che non ci sia per essere Fisico, che si opponga ad una verità così splendida, e dalle allegate sperienze in tante guise comprovata. E se per avventura ci fusse, vada ad interrogar gli Operaj, che alla giornata intorno le divisate laboriose fatture anelano, e sudano.

Proseguisco, e ricerco. Della forza, che in tutto, o in parte nella compressione si spende cosa se ne fa; si estingue forse, e si annienta? No senza fallo; mercè che, conforme ho notato in parlando delle forze, non essendoci mezzo naturale di sorta per risarcirla, dappoichè annichilata si fosse, la Natura anderebbe successivamente languendo, e la materia diverrebbe col lungo girare de' secoli una massa pigra, ed informe fornita soltanto d' impenetrabilità, e d'inerzia, e spogliata passo passo di quella forza (conciossiachè in ogni tempo una notabil porzione se ne distrugge) la quale in quantità, ed in misura era stata dal Sommo Facitore fin dall' origine delle cose ad essa addossata per ridurre il presente Universo ad un ben concertato Sistema.

III.

Convien dunque dire fuori d'ogni esitazione, che la forza, la quale pare a prima vista, che ne' costipamenti si consumi, non vada in nulla, e tuttavia sussista, e si mantegna, quantunque pigliando un'altra faccia, per così esprimermi, si appiatti, e ci si nasconda. E vaglia il vero: ciò, che c'è di attivo nella materia, mentre per ora trasando gli attributi passivi, sotto tre aspetti ci comparisce. In prima i corpi costituiti in movimento sono animati dalle forze vive, che si misurano dalle masse ne' semiquadrati delle attuali velocità, come più fiate ho inculcato. Dappoi esse forze dalle resistenze continuamente applicate a poco a poco si sopiscono, siccome all'incontro dalle successive azioni de' conati sollecitanti passo passo si generano. Per terzo accade bene spesso, che cessi totalmente il moto, e la cosa vada a finire nella quiete. In tal caso l'effetto, che aveva a prodursi, si è già prodotto, e la forza viva iniziale nel costipare le fibre del corpo, che patisce, si è spesa. Non se ne sta però oziosa, e dell'energia primitiva, da cui tragge la sua origine, non si dimentica. Quinci sebbene, per così dire, dorme nel corpo, tuttavia nel premere, nello

nello sfiancare, e nel sostenersi, che fanno, le fibrille compresse una contro l'altra indefessamente si adopera.

Intanto dunque i perenni conati, che mai non periscono, nè si debilitano, se qualche accidente estrinseco non sopraviene, non esercitano azione in qualità d'impulsi, e di potenze successivamente applicate, in quanto mutuamente insieme contrastano, e con pari sforzi, e controsforzi si equilibrano. Al lor vigore in solido vi si oppone un qualche invincibile ostacolo, che li tiene in freno, e da cui a conservarsi soltanto in figura di forze morte sono costretti. Per altro aspettano i mentovati nisi d'esser posti in libertà, e di far palese quella forza, che, quasi direi, virtualmente, ed in sestessi radicata contengono, sebbene accoppiata colla quiete.

E quì di passaggio si noti, che la Natura non si scorda unquanco del gran principio, che stabilisce la debita uguaglianza fra le cagioni, e gli effetti. Frequentemente accade, che, compiuta l'azione, e trasfusa la forza primitiva nella reazione, la causa, permutate le vicende, diventi effetto, e l'effetto si converta in cagione. Così se alle fibrille compresse, che stanno in un perpetuo conato, va fatto, rimossi gl'intoppi, di svilupparsi, restituiscono esse colle successive sollecitazioni bella, ed intera la forza viva, che nell'antecedente costipazione pareva consunta: salva però la condizione di sopra apposta, che almanco una porzione se ne conservi nel corpo, ed in farlo tremare s'impieghi

IV.

Con una semplice posizione metto in vista l'economia della Natura. Al sostegno fermo A (Fig. 5.) raccomando la corda AC, che divido in parti infinitesime uguali, o pure fisicamente menome. Alla fibra superiore A*b* appicco il peso B, che la distenda, e dopo varie reciprocazioni si riduca alla quiete nel punto *c*, cui corrisponde la distrazione *bc*: il qual punto io fermo con un chiodo, onde la fibra liberata dal grave rannicchiar non si possa, e nella sua natural dimensione rimettersi. Alla seconda fibrella $ed = Ab$ applico lo stesso peso B, e procurato come sopra lo stiramento $de = bc$, conficco un altro chiovo nel punto *e*. Così, ripetuta di mano in mano l'oprazione, ogni fibra allungata dal grave B si mantiene in tale stato dai due chiodi, che fissi nei due punti estremi raccorciar non la lasciano. L'ultimo chiovo è fitto nel punto *g*, e dall'ultima fibra *gh* pende liberamente la massa pesante B, alla cui azione si debbe la solita distensione $hi = bc$.

Osservo, che qualunque fibra distratta, per esempio A*c*, posta in istato violento fra due ostacoli insuperabili esercita un perpetuo sforzo per tirar in alto il chiodo *c*, e a basso il sostegno A: ma la seconda fibra *ce* tenta con pari conato di strascicare all'ingiù il chiodo *c*, ed all'insù il chiodo *e*. Per la qual cosa, essendo eguali, ed opposti i nisi delle due fibre, scambievolmente si equilibrano, ed il chiodo di mezzo *c*, come se non ci fosse, non risente nè punto nè poco la doppia contraria, e bilan-

ciata

ciata impressione. Possiam dunque tor via tutti i chiovi apposti, che ciò non ostante, la fune A i persevererà nello stato, in cui si trovava, e sotto la distrazione totale C i procurata coll'esposto artifizio, senza che a qualsivoglia alterazione soggiaccia.

V.

Non si vogliono porre in non cale alquanti corollarj.

Primo. Il totale allungamento C i della fune AC contiene in se la somma di tutti i distendimenti delle minime fibre, che messi insieme compongono la distrazione intiera, e ad essa si agguagliano. La cosa è per sestessa evidente, e ne nasce il corollario

Secondo: che assunte due cordicelle in tutto similissime fuorchè nella lunghezza, ed applicati ad amendue ne' punti estremi due pesi uguali, gli stiramenti saranno in proporzione delle lunghezze.

Terzo. Per distraere due funi, onde le fibre siano del pari stirate, ci vogliono forze tali, che serbino la ragione delle lunghezze. Fatto uso della maniera di stenderle fibra per fibra, di cui mi sono servito, egli è palese, che tante fiate fa d'uopo replicare l'azione del peso B, quante sono le fibrille uguali, di cui le corde si compongono.

Quarto. E perchè qualunque volta gli effetti sono pari, nulla rilevando in qual modo le funicelle all'assegnata distensione riducansi, cotali altresì saranno indubitatamente le cause, che li producono, può appiccarsi il peso B al punto estremo C della corda, e lasciare, che liberamente discenda con moto accelerato per la linea del piombo, di modo che dopo molte reciprocazioni si fermi nel sito i, e cagioni il solito stiramento C i. Anche in questo caso, come nell'antecedentemente considerato, il grave c'impiegherà la medesima forza; mercè che nell'uno, e nell'altro non si diversifica la tenacità della fune, che al distendimento resiste: la qual tenacità essendo eguale in ogni fibrilla, ed egualmente distribuita, ci si richiede una forza per vincerla al numero di esse fibre proporzionale.

Quinto. In questo mentre egli è vero, che, poste le cose in istato di quiete, per mantenere le funicelle simili o più lunghe, o più corte nella procurata distrazione, onde non siano valevoli a corrugarsi, basta per tutte il peso costante B. E la ragione si è, ch'equilibrandosi, conforme ho insinuato, l'uno contro l'altro i conati delle fibre contigue, e reciprocamente caricandosi, e sostenendosi, il grave B non risente salvo che il niso dell'ultima fibretta $g\,i$, la quale fa tanto sforzo per tirarlo in alto, quanto la gravità per ispignerlo a basso. Nel primo Tomo de' Commentarj dell' Accademia di Bologna mi sono servito degli addotti irrefragabili principj, accoppiando la gravità colla forza elastica, per dimostrare, che si dà di petto in un manifesto assurdo, ogni qual volta la forza viva si misura dalla massa moltiplicata in qualunque potestà dell'attuale velocità, eccettuata però la sola dignità, c'ha per indice il binario.

VI.

VI.

Dove mi si è porta l'occasione di ragionar delle forze, ho detto; ed ora giova il ripeterlo, che di sì fatti nisi, o forze morte, o potenze associate colla quiete, che attendono la congiuntura di poter uscire in azione, e di far valere la lor appiattata energia, la sagace Natura, che sa, quanto siano utili, e quanto vengano frequentemente a festa nelle sue più recondite operazioni, ne mantiene sempre mai un' abbondante miniera per servirsene a luogo, e a tempo, e ne fa conserva, e tesoro. Così la forza, che fa di se mostra in figura di viva, quando col moto locale si accoppia, o di continuamente applicata, qualora passo passo ricresce, o scema, non ricusa ben spesso d'essere trasformata in morta, e di accompagnarsi con una oziosa quiete: nella qual costituzione può per lungo tempo sussistere, esercitandosi soltanto le fibre in premere, e sostenersi a vicenda con isforzi eguali, e contrarj, senza che mai si generi un effetto sensibile, sinatantochè, levati gl'intoppi, che le tengono in briglia, e messe in libertà, successivamente si sviluppano, facendo opportunamente rinascere per via di replicate sollecitazioni le forze vive, che nello strignerle, e nel costiparle s'erano adoperate, ed in apparenza consunte. Del perpetuo, e non interrotto passaggio delle forze di vive in morte, e di morte in vive fa uso la Natura nel generare con tanta costanza di leggi, e nel tempo stesso con tanta varietà i suoi prodotti, e, quasi direi, per tener equilibrata l'economia del presente Universo.

VII.

Movo l'ultimo passo, e dico, che uno de'principali fenomeni, che ai predetti conati debbe senza dubbio attribuirsi, è la virtù elastica la quale modifica i corpi solidi, e fluidi, e si arroga tanta parte negli effetti naturali. Ad ognuno è noto, in che la forza di molla consista, e di sopra l'abbiam accuratamente spiegato. Quando un corpo da una esterna violenza viene dal proprio stato rimosso, e costretto a soffrire qualche alterazione nella sua figura, se in tutto, o in parte da se si rimette, e la primiera forma ricupera, si chiami elastico più, o meno perfetto, secondo che o conserva in sestesso qualche vestigio della patita contusione, o pure mantiene tremando, e divincolandosi una porzione più grande, o più piccola di quella forza, che dall'agente estrinseco li viene comunicata.

Già si è provato, che la costipazione condensa le fibre elementari, ed insieme le serra, e le calca: dal qual meccanismo traggon l'origine le forze morte, che sebbene perseverano in riposo, e non sono tal fiata valevoli di procreare il moto locale, perchè reciprocamente si equilibrano, non rifinano però incessantemente di premere, e di sfiancare, esercitando solo gli sforzi, e controsforzi, che nelle circostanze, in cui si

tro-

trovano, vengono loro permessi, e che pigliano norma dalle azioni più robuste, o più fievoli, che in procurarle si sono impiegate.

Fa molto al mio intento il considerare alcune particolarità. Se le fibre del corpo paziente sono in guisa lasse, e disgiunte, che la forza estrinseca, a cagion d'esempio della percossa, ad unirle, ed a stivarle unicamente si spende, siamo nel caso avvertito dal Signor 's Gravesande, e s'incomincia ad introdurre nelle masse pigre, ed inerti un qualche grado di virtù elastica, il quale piuttosto è preparatorio, che operante; attesochè una tal facoltà non si fa manifesta, se non se sotto una determinata costipazione. Appresso può succedere, che le particole alquanto compresse con un suono sordo ci diano indizio d'una incoata elasticità, ed allora replicati i colpi, l'azione esterna si divide in due; una parte seguita a maggiormente condensarle, e ad accrescere la vigoria delle mutue pressioni, e l'altra nel metterle in un languido tremore si adopera. Così le monete roventi battute, e ribattute sotto il martello vanno acquistando sonorità. Finalmente, se la cosa giugne a tale, che le fibre ripugnino ad ammettere un più stretto costipamento, l'agente si comporta soltanto nel mutar le figure de' corpi, nel turbar gli equilibrj fra i conati, e far sì, che le forze morte si cangino in vive, onde le particelle elementari ad oscillare dispongansi in vigore della nuova forza, che ad esse impressa, ed in esse permanente, non avendo dove impiegarsi, si occupa a non permettere, che i minimi componenti tornino ad equilibrarsi. E di fatto durerebb'eterno il moto di palpitazione, se dall'aria, che riceve in se la forza forestiera non venisse a poco a poco sopito.

Per corredare dunque un corpo di virtù elastica è necessario assolutamente il costiparlo, e che le fibre componenti in un perenne conato, ed in uno stato violento si rinvengano. Ammessi una volta questi nisi, nulla ci vuol di vantaggio per capire da qual fonte l'elasticità scaturisca. L'addotta teorica ci ammonisce, quanto sovente sia inutile, e dannoso, posto da canto il germano meccanismo della Natura, il rifuggire alla materia sottile de' Cartesiani, o alle Nevvtoniane attrazioni; mentre nel caso nostro abbiamo alle mani un principio fermo immediato, e perspicuo, che ci addita la legittima cagione d'un effetto riputato finora oscurissimo, e poco meno che inesplicabile.

VIII.

Non getterò il tempo, e l'opera, prendendo per un'altra strada a dilucidar l'astrusa materia. Sin a tanto che il peso B pende dalla fune Ai, e le fibre, superata la lor tenacità, se ne stanno in riposo, la loro attività nel tirarsi mutuamente s'impiega, senza che mai l'equilibrio si perturbi, e le forze morte mutin natura. Levisi il grave B sostenuto dalla fibra stirata gi, egli è manifesto, che si rompe l'equiponderanza, e che il niso d'essa fibrilla impiegato ad impedire la discesa del grave B con una potenza eguale, e contraria al conato della gravità competente

alla massa B viene liberato dall'ostacolo, che manteneva la fibra in istato di quiete, ma con violenza.

Ora del menzionato niso cosa se ne fa? Niuno dirà, che vada in nulla; imperciocchè non c'è forza in natura valevole a distruggere un' altra forza di qualsisia genere. Convien dunque dire, che non adoperandosi più contro il grave B, rivolga il suo vigore verso qualche altro subbietto. Ma dove può diriggere la sua azione, se non se contra la massa della fibretta *gi*, accorciandola per la flussione infinitesima *bi*, e rimettendola nella sua natural dimensione? Per la qual cosa il conato sciolto dall'impedimento del peso B muta aspetto, e si converte in una potenza continuamente applicata, la quale accompagna la fibra per lo spazietto *bi*, e l'effetto indi risultante si è il ristringimento della fibra medesima, che dal moto locale, e dalla forza viva, che in essa s'imprime, non va disgiunto. Ed in ordine a ciò torna a restituirsi alla predetta fibrilla una forza viva pari a quella, che nello stenderla ci aveva spesa l'azione del peso B.

E quì mi cade in acconcio d'avvertire, che quando l'ultima fibra *gi* ogni poco a corrugarsi comincia, la penultima *mg*, che stava con esso lei equilibrata, tosto prevale, e si scorta in virtù del niso, di cui era fornita, ed oltre il rannicchiarsi tira all'insù l'inferiore *gi*, onde la sua azione ad una doppia massa si applica. In simil guisa si discorra delle fibre superiori in serie, e si verrà in cognizione, che nel medesimo istante non principiano ad agire, ma l'una dopo l'altra, per modo che ci vuole un tempo finito per far sì, che la corda A *i* distratta alla sua nativa lunghezza A C si restituisca. Anzi giunta in C per vigore dell'impeto impresso seguiterebbe ad accorciarsi, e di bel nuovo a dilatarsi oltre il punto C, nè cesserebbe mai questo giuoco nel vano, dove dalla resistenza dell'ambiente non verrebbe a poco a poco attutito.

IX.

Posto in chiaro il magisterio della Natura, vegno all'ultima conclusione. I prefati nisi, per cui le particelle elementari d'un corpo vicendevolmente si premono, e che si accoppiano con una totale quiete, ogni qual volta l'equilibrio non si disturba, se avviene, che, tolti di mezzo gli ostacoli, con isforzi eguali, e contrarj non si sostentino, deggiono certamente operare; perchè altrimenti non sarebbero nisi, e le fibrille serrate, e compresse non sarebbono in una violenta costituzione. Ma la lor azione tal fiata non può adoperarsi, salvo che nel liberare esse fibre dalla violenza sofferta, e ridurle allo stato primitivo, e naturale: dunque il restituirsi, che fanno, altronde non nasce, se non se dall'energia de' predetti conati, li quali sono la vera, ed immediata radice, da cui spunta la virtù elastica.

E vaglia il vero: fingasi, che la fibretta *gi*, sottratto il peso B, se ne stia oziosa sotto la dimensione *gi*, e non ricuperi la lunghezza *gb*, che le conviene naturalmente, e ne seguirà, che opponendosi essa alla di-

sce-

ſceſa del grave B colla rigidità accreſciuta, avvegnachè prima di pervenire allo ſtiramento gi mal reggeva al contraſto, e continuava a diſtenderſi, dovrà, non ſi ſa come, annihilarſi in eſſo lei quella potenza, che col peſo ſi bilanciava, e di bel nuovo crearſi, rimeſſo il grave al ſuo ſito, onde abbia luogo l'equiponderanza, che non ſuſſiſte nel caſo noſtro fuorchè tra due potenze uguali, e direttamente contrarie. Se queſti non ſono aſſurdi, io confeſſo di non ſapere coſa ſiano le fiſiche ripugnanze. Quinci gioverà diſcernere lo ſtato violento, che ſovente ſi ravviſa ne' corpi dall'altro affatto diverſo, per cui le particelle componenti, un'accoſto della contigua, ſtanno in ripoſo ſenza premere, e ſenza sfiancare. Il divario conſiſte, che nella ſeconda ipoteſi le fibre ſono onninamente incapaci di agire, e nella prima col porle in libertà ad operare ſi abilitano, ed a far uſo di quella forza, che dagli agenti eſterni ſi è ſpeſa nel ridurle allo ſtato, in cui ſi rinvengono.

Abbiaſi per regola ferma, e generale, che dove i corpi non ſono formati di elementi tali, che con una mutua inceſſante preſſione s'incalzano, e dove una forza viva provenienne dall'eſtrinſeco nel coſtipamento non ſi è impiegata, e nelle fibre compreſſe non ſi concentra, e non ſi mantiene, ivi non ci ha virtù di molla, la quale acciocchè ſi paleſi, fa d'uopo riſvegliarla: lo che ſi conſeguiſce col rompere gli equilibrj, che tenevano le particole contraſtanti in una sforzata quiete. Comunque ciò facciaſi o coll'aumentare la coſtipazione, o il diſtendimento, o valendoſi dell'energia della percoſſa, ogni qual volta l'equilibrio ſi turba, e ciaſcuna fibra ora ſpinge, ed ora è ſpinta, ora prevale, ed ora cede, i corpi ſi mettono in tremito, e col ſuono ci manifeſtano la vigoria elaſtica, che in eſſi riſiede.

Ci vuol forza per incurvare una robuſta lamina d'acciajo, ed in tal circoſtanza le particelle nella ſuperfizie concava vieppiù ſi ſtringono, e ſi diſgiungono nella conveſſa. Per la qual coſa i loro niſi non ſono più bilanciati, com'erano prima di sforzare la piaſtra, la quale liberata dalla mano, che l'ha coſtretta a piegarſi, dee neceſſariamente far uſo della forza eſtranea ad eſſa partecipata, e prontamente rimetterſi, ed oſcillare. Non moltiplico gli eſempj delle corde muſiche teſe, e ſtimolate di traverſo, o de' ſolidi più riſentiti gagliardamente battuti; imperocchè in qualunque caſo è poco diſſimile il meccaniſmo.

X.

Rimane, ch' io preoccupi una obbiezione, che mi potrebb' eſſer fatta, e che ſalta agli occhj di chiunque avrà data una ſcorſa ſuperfiziale al giro del mio raziocinio. Dirà taluno, che da me s' incorre in una manifeſta petizion di principio, mentre aſſumo ſiccome cauſa l'effetto medeſimo, che di ſpiegare io mi propongo. In fatti ſe le fibre coſtitutive de' corpi elaſtici intanto ſi reſtituiſcono, in quanto dalla coſtipazione ann' acquiſtato una virtù di reſtituirſi, quantunque fiata ſi mettono in libertà, ne naſce di conſeguenza, ch' eſſe fibre ſono elaſtiche, perchè in

festesse anno la proprietà di rimettersi : lo che è patentemente abusarsi di due concepimenti in apparenza diversi, ma che vanno a ferire nel medesimo scopo, e la cagione coll'effetto consondono. Rispondo, che il progresso del mio discorso siccome affatto immune dal vizio appostomi cammina con metodo giusto, ed incolpabile, e si fa strada passo passo per una serie di verità incontrastabili all'ultima conclusione, che contiene lo spiegamento dell'oscuro fenomeno.

Ciò, ch'io sono per soggiugnere, oltre che soddisferà pienamente alla presata opposizione, ristringerà in un breve epilogo le cose superiormente a lungo dedotte.

1°. Se un corpo ad una determinata costipazione non si riduce, di forza elastica non è fornito. Questa è una proposizione da tutte le sperienze confermata; e per ispogliarlo di tal proprietà basta il rarefarlo, o discioglierlo.

2°. Per introdurre il costipamento ci si richiede senza dubbio una forza viva, che in cotal effetto si spenda. E giacchè questa forza impiegata non va in nulla, egli è necessario, che venga dal corpo assorbita, e passi in forza morta, che in esso lui si conserva.

3°. Accade frequentemente, che la predetta forza si accoppj con una stabile condensazione, e con una diuturna quiete, ed in tal caso le fibre comprèsse in una violenta costituzione persistono. Ed atteso che non cangiano stato, di produrre una vera azione, a cui risponda un fisico effetto, son onninamente incapaci.

4°. E perchè la forza comunicata, che in esse fibre mantiensi, debbe pur operar qualche cosa in qualità di forza morta, ne segue, che in mutui conati, ed in eguali, e contrarie pressioni unicamente si eserciti. Quinci cozzando insieme, ed un niso al contraniso non prevalendo, gli elementi del corpo si mettono in equilibrio, e conseguentemente in riposo.

5°. Sebbene la forza morta dalla viva trae la sua origine, sono però di genere totalmente diverso, ed incomparabile; imperciocchè la seconda, e non la prima coll'azione si associa. In questo mentre non può negarsi, che non si corrispondano con una qualche spezie di equipollenza. A misura della forza impiegata s'introduce ne'corpi la costipazione, ed i conati in solido generati, se avviene, che si svolgano, restituiscono quel grado nè più nè meno di forza viva, che nel generarli si è consumata: tanto è vero, che di preservare un'analogia almeno equipollente fra le cagioni, e gli effetti la Natura unquanco non si dimentica.

6°. Intanto bene spesso interviene, che per opera d'un agente estraneo l'equilibrio si sconcerti, onde una fibrilla o vinca la sua competitrice, o non abbia contro di chi esercitare il suo niso; ed allora, perchè la forza o viva, o morta non si scorda mai d'esser forza, debbe indispensabilmente altrove convertire i suoi conati, che non si annichilano.

7°. Ma la predetta fibra non può volgerli se non se una porzione contro se stessa, ed un'altra contro l'emola, che cede alla lotta; conciossiachè ad altro soggetto non può applicarli: dunque s'è, fuori del suo stato naturale, troppo contratta, dee stendersi, se troppo stirata, dee

dee raccorciarsi. Per la qual cosa una pura potenza sciolta dagl'impedimenti si trasforma in un altro genere di forze, che chiamansi sollecitanti, ed accompagnando la massa inerte per qualche spazio, genera una vera azione, e torna a riprodurre la forza viva, che nel condensare la fibra in morta s'era cangiata.

8°. Per ultimo la conclusione spontaneamente fluisce, mercè che essendosi provato, che i menzionati nisi nel ridurre allo stato naturale le fibre violentate si adoperano, è cosa chiara, che da essi la forza delle molle unicamente dipende. Non si dica dunque, che intanto le fibre si rimettono, in quanto sono dotate di forza elastica: lo che saria vero, ma con un circolo vizioso si tornerebbe sempre da capo. Dicasi bensì, che in tanto sono elastiche, in quanto di forza morta son corredate. La vera radice dell'elasticità consiste nella forza innestata, e nei nisi, che mai non dormono, ed aspettano le congiunture di palesarsi, e di ammonirci nel tempo stesso col tremito, e col suono, quali siano i corpi più risentiti, e quali i più languidi.

CAPITOLO QUINTO

Del Sistema Celeste.

I.

SI maraviglieranno i Lettori, ch'essendo io andato in traccia de' principali requisiti, che danno norma alla mondana costituzione, non abbia per anco fatto motto delle rivoluzioni de' Pianeti. Meritava d'essere trattato a parte, e con accuratezza l'importante subbietto, su cui si sogliono movere due quistioni: la prima concerne l'ordine, e la disposizione de' globi celesti nel nostro vortice; perchè de' più rimoti, che anno forse per centri le stelle fisse, che di propria luce risplondono, nulla possiam dire di accertato, se non se per una spezie di lontana, e poco nota analogia: la seconda con quali leggi perenni, ed immutabili si dirigga la costante circolazione de' Pianeti primarj, e secondarj, e da quai magisterj della Natura nascano le stupende apparenze.

E quanto al primo capo sono famosi i tre Sistemi Tolomaico, Ticonico, e Pittagorico, cui si ponno aggiugnere altri due, che non ann'avuta una pari fortuna, viene a dire il Semi-Copernicano, e quello messo a campo dal Gesuita Riccioli. Ma sopra essi tanto è stato scritto dai Fisici, e dagli Astronomi, e tante ragioni si sono addotte a favore dei diversi partiti, ch'io di buona voglia mi dispenso dal metter mano in una controversia sì dibattuta, in cui molto più si è detto, di quello siasi conchiuso. Non pertanto io mi appiglio in via di semplice ipotesi alla struttura del Copernico per doppio motivo; e perchè si spiegano più facilmente

mente i fenomeni; e perchè nelle altre non trovo quella costanza di regole, che si rende necessaria per architettare un Sistema. Non parlo della posizione di Tolomeo, in cui, se altra incongruenza non ci fosse, basterebbe, che Mercurio, e Venere coi suoi Cieli solidi, o fluidi abbracciassero la Terra, e ciò non ostante non venissero mai all'opposizione; per guisa che unqua non accade, che fra loro, ed il Sole il nostro globo sia collocato. Per salvare la strana apparenza, ed al principale supposto direttamente contraria non ci ha voluto meno d' un labirinto di circoli eccentrici, epicicli, equanti, deferenti, e che so io, i quali sforzano per così dir la Natura ad operare fuori d'ogni ordine, ed a capriccio dell' Astronomo.

Ha avuto dunque un giusto motivo Ticone di riformare da capo a fondo la mal concertata simetria. Egli pone la Terra immota nel centro dell'Universo, intorno cui gira dappresso la Luna, e molto più discosto il Sole, che si strascica dietro il corteggio di cinque Pianeti in varie distanze, e coll'ordine seguente; cioè principiando dai più vicini, Mercurio, Venere, Marte, Giove, e Saturno: due de'quali Giove, e Saturno camminano intorno il Sole accompagnati il primo da quattro Satelliti, ed il secondo da cinque oltre l'anello. Seguitano poi ad una immensa lontananza le Stelle fisse, che con indicibile celerità circa la Terra in tempo di ventiquattro ore compiono i loro periodi.

Ora io rifletto, che la regola del Keplero de' tempi periodici in proporzione sesquiplicata de' medj discostamenti, e la Nevvtoniana delle forze centrali in ragione reciproca duplicata delle mezzane distanze si verificano appuntino ne' cinque Pianeti principali rispetto il centro Solare, ed altresì nelle Lune, che circolano intorno Giove, e Saturno. In questo mentre la Luna, ed il Sole relativamente alla Terra saltano fuori del coro, e ai premessi canoni non si sottopongono; e per certificarsene basta ricorrere ai computi. Secondo il Cassini la mediocre lontananza del Sole dalla Terra è di semidiametri terrestri 22000, stabilita la paralasse di diece secondi, ed assai maggiore giusto la determinazione del Signor della Hire. Secondo il Cavalier Nevvton la Luna si dilunga dal nostro globo nelle sizigie, e ne' mezzani discostamenti per sessanta de' suddetti semidiametri, che dal Cassini si riducono a 57 $\frac{1}{2}$. Appresso il Sole compie il suo giro in giorni 365, ore 5, minuti 49, e la Luna rispetto alle stelle fisse in giorni 27, ore 7, minuti 43. Ora per il canone Kepleriano, ritenute le misure più favorevoli, facciasi $\overline{22000}^3 : \overline{60}^3 :: \overline{\text{gior. } 365, \text{ or. } 5, \text{ min. } 49}^2 = \overline{\text{min. } 525949}^2$ al quarto termine, che istituito il calcolo si rinvenirà $=$ 5611, ed estratta la radice prima, il numero, che ne proviene $=$ 75 prossimamente, esprimerà in minuti primi il tempo impiegato dalla Luna nel percorrere la propria orbita. Il fatto sta, ch' essa non ci consuma un ora, ed un quarto, ma bensì gior. 27, ore 7, e quasi tre quarti; dunque tanto è vero, che nell'ipotesi di Ticone non ha luogo la regola del Ke-

ple-

plero, quanto che la Luna dovrebbe camminare cinquecento, e venticinque volte più celere di quello, che realmente succede.

Che diremo poi delle Stelle fisse? Quelle, che riguardano il centro della Terra, e ne' loro diurni rivolgimenti descrivono un cerchio massimo, cioè l'equatore, quando tutte non siano collocate ad una pari distanza, lo che non è guari probabile, egli è certo, ch', essendo eguali i lor moti periodici, sono sollecitate verso il centro dell'Universo da forze tali, che serbano la ragione diretta delle distanze medesime: e così ne segue, che quanto più sono rimote, tanto maggiormente si avvalora il conato centripeto, tutto all'opposto di ciò, che negli altri corpi celesti si osserva. Per la qual cosa pare, che abbia faccia di paradosso questa legge stravagante, che s' introduce in Natura. Oltre che la Terra è un corpo tanto meschino, che non si comprende, come possa metter freno alla sterminata forza centrifuga d' innumerabili Stelle circolanti con indicibile velocità, obbligando le immense moli a deviare dalle tangenti, ad accostarsi al centro, ed a trattenersi nelle lor orbite. Ci sono degli Astri, che girano sempre più lenti in cerchj minori, e paralleli all'equinoziale; attalchè se taluno d'essi fosse precisamente collocato in un de' due poli, se ne starebbe in riposo. Ora questi anno per centri de' lor giornalieri rivolgimenti tanti punti immaginarj lungo l'asse costituiti; ed atteso che nell'andar attorno ci spendono tempi uguali, le forze, che li stimolano, si misurano dalle respettive distanze, cioè dai seni retti degli archi, che segnano la lor lontananza dal polo. Nulla dunque in tal economia di cose si ravvisa di fisico: e se i seguaci di Ticone non vogliono restare, come suol dirsi, su due piedi, e bramano dar qualche colore alla lor astronomica posizione, fa d'uopo, che riflettano, star essa di mezzo tra la Tolomaica, e la Pittagorica, per guisa che ne forma un misto insieme accozzandole. Bisogna pertanto distinguere i movimenti secondarj dai principali, ed attribuirli a due differenti principj. Per una parte non può negarsi, che ne' parziali Sistemi del Sole, di Giove, e di Saturno, che si strascinano dietro i loro satelliti, le azioni non procedano dai corpi centrali d'essi Pianeti; imperciocchè troppo esattamente si verifica la teorica del Keplero, che con aggiustata squisitezza ai fenomeni corrisponde. Dall' altra parte nulla an che fare i conati centripeti colle rivoluzioni diurne, e primarie della Luna, del Sole, e delle Stelle intorno la Terra, che se ne sta immobile nel centro dell' Universo. Per la qual cosa conviene, giusto il parere d' Aristotele, applicare la forza motrice all'esteriore superfizie del Mondo, e dire, che il primo Motore inteso all'unità della sua struttura, e non a moltiplicare i Sistemi, quante sono le Stelle fisse, uno indipendente dall'altro, abbia impresso sin da principio al vastissimo globo in solido un impeto tale, che lo porti in giro nel periodo d'un giorno; e che di conseguenza si tiri dietro, e comunichi una pari circolazione a tutte le sfere inferiori, trattane la nostra Terra, che siede nell' umbilico della Natura. Da cotali discussioni io mi astengo, ed intanto adotto per provvisione l'ipotesi Copernicana, in cui non mi si fanno incontro le premesse perplessità.

II.

Mi si conceda, che per questa volta io la faccia da Scoliaste dell'impareggiabile Cavalier Nevvton, ed i suoi Seguaci prenderanno in buona parte, se io torrò di mezzo quel velo di oscurità, che per lo più suole coprire le profonde meditazioni dei grand' Inventori. Non ommetterò a tempo, e luogo qualche notabile avvertenza, e m' ingegnerò di ridurre la cosa a tale, che le difficoltà dell' astruso subbietto la comune intelligenza non superino. So, che al giorno d'oggi molti Valentuomini si affaticano a gara per illustrare la Fisica Nevvtoniana; e ci è stato, chi ha preteso di renderla familiare per fino alle Dame: ed io non defraudando della debita lode gli sforzi altrui, sono persuaso, che molto ci sia da dilucidare, e qualche cosa forse da correggere.

Bisogna aver sempre presenti tre canoni fondamentali. Il primo, che se un corpo diretto ad un centro immobile cammina per una qualunque curva, i tempi parziali, in cui si percorrono gli archi crescenti sono proporzionali alle aje descritte dal raggio conduttore, che si parte dal centro, e termina nel perimetro della curva medesima. Il lodato Scrittore dimostra accuratamente il Teorema nella proposizione prima del libro primo de' suoi Princip. Ma quì cade in sospetto, se in tutte le orbite de' Pianeti si tenga ferma la stessa analogia, come pare, che richiegga l' unità del Sistema, e la costanza della Natura; o pure se per qualche motivo recondito il rapporto si diversifichi: e questo è un punto, che sarà da me esaminato. Il secondo canone felicemente scoperto dal Keplero c' insegna, che, compiute da i corpi celesti le lor intiere rivoluzioni, i quadrati de' tempi periodici stanno in ragione come i cubi delle mezzane distanze dal comun foco. Io non credo, che ci sia legge in Natura, che più esattamente si verifichi dell' assegnata, che dalle più sottili osservazioni astronomiche non si discosta; ed ha luogo tanto ne' Pianeti principali, quanto ne' secondarj, come si ricava dai tre primi fenomeni posti in fronte al suo terzo libro del Matematico Inglese. Anche di ciò si dovrà a suo tempo render ragione. Dal terzo canone impariamo, che le forze stimolanti un Pianeta verso il suo centro in differenti distanze seguitano la proporzione reciproca duplicata delle distanze medesime. Questa legge viene alquanto turbata dalla mutua azione de' globi celestiali, non però tanto, che non predomini nel Sistema; e ne abbiamo la riprova dal moto lentissimo degli afelj. Veggansi le proposizioni XIII., e XIV. del libro terzo, ed i corollarj indi nascenti.

III.

Il Problema delle forze centrali suole partirsi in diretto, ed inverso. Si maneggia per via diretta il quesito, qualunque fiata, essendo nota la natura della curva, si cerca la legge delle impressioni o centripete, o centrifughe, le quali mirando un punto fisso non consentono, che il mobile

bile

bile svaghi dall'ambito della curva delineata. Questa maniera di procedere, in cui si fa uso del solo calcolo differenziale, è troppo limitata; imperocchè il sapere, che ad una curva data risponde una particolar legge di forze, non ci guida generalmente alla contezza delle altre curve, che sotto certe condizioni sono fornite d'una simil proprietà, le quali ponno essere d'indole, e di genere differentissime. Quelle del secondo grado, o le sezioni del cono, escluse tutte le altre possibili, soddisfanno a due casi assai semplici, e trovan luogo nelle fisiche investigazioni. Quando le forze si diriggono al centro della sezione, serbano la proporzione delle distanze; e quando prendon di mira uno de' due fochi, decrescono a misura, che si aumentano i quadrati delle distanze medesime. Ed atteso che le mentovate curve dal proprio grado non escono, e non ammettono per compagne quelle di ordine più elevato, e molto meno le trascendenti, ci porgono una grandissima facilità di rintracciare le regole, che danno norma ai movimenti celesti.

Ma cangiate le supposizioni, le cose talmente s'imbrogliano, che non si scorge modo di svilupparle. C'insegna il Cavalier Nevvton, che camminando il mobile per una periferia circolare, segnato in essa il centro delle forze, saranno esse forze in ragione reciproca quintuplicata delle corde corrispondenti: ed io ho dimostrato, che delineata la più semplice delle epicicloidi, facendo girare un circolo sopra un altro eguale, le forze dirette al primo punto della rotazione, o sia del contatto, si rinvengono in proporzione inversa quadruplicata delle distanze. Queste curve, sebbene le meno composte, non sono però le sole, nelle quali le assegnate leggi si osservano. Delle altre diverse d'indole si aspetta per anco una facile, e spedita costruzione, onde se ne palesino la natura, e le proprietà.

In tal frangente poco suffragio può attendersi dal problema inverso, per cui data in qualsivoglia modo la forza centrale tendente ad un punto stabile per una funzione delle ordinate, si cerca, quali, e quante siano le trajettorie, che nelle assunte circostanze dal mobile percorrer si possano. Alla soluzione si perviene col mezzo del calcolo integrale: e sebbene ci si affaccia sempre una equazione differenziale colle variabili separate, e si ottiene una general costruzione per via delle quadrature, ed in qualche caso compiuta, come ne'due primi esempli di sopra addotti concernenti le curve coniche, ed altresì nel terzo, che aggiungo, quando cioè le forze sollecitanti sono reciprocamente come i cubi delle lontananze dal centro, alla qual ipotesi rispondono infinite curve parte algebratiche, e parte meccaniche dipendenti dai tetragonismi del circolo, e della iperbola; ciò non ostante ne'casi più complicati l'arte ci abbandona a mezzo il corso, e dopo avere sciolta un'altra ardua quistione, trasportando le locali equazioni, ed elementari dai fochi agli assi, esse ci si parano innanzi imbarazzate di quantità transcendenti; attalchè mal si distinguono le curve analitiche dalle meccaniche, ed il ridurre queste alle più semplici quadrature, o rettificazioni è molto malagevole impresa. Vi si è affaticato intorno da par suo il celebre Jacopo Ermanno, e merita d'esser letto

ciò, ch'egli ha pubblicato nella doronomia libro primo proposizione vigesimaquinta, e nell'appendice al n.° 13.° cui si aggiunga il dottissimo Leonardo Eulero nella sua meccanica.

IV.

In questo mentre facendo transito dal vuoto al pieno, computate le resistenze nascenti dal contrasto del fluido, a traverso del quale il solido si fa strada, s'incontrano nuove, e maggiori dubbietà. Ha notato acutamente il Signor Giovanni Bernoulli, che, posta la densità del mezzo in ragione inversa della distanza dal centro, e la resistenza come la densità moltiplicata nel quadrato della velocità, la quale nel mobile attualmente risiede, non viene da esso descritta la spirale logaritmica nell'unico caso, in cui sia la forza centrale in proporzione reciproca duplicata della distanza; ma di più quando la forza sta come qualsivoglia potestà della predetta distanza. Io nel Giornale 25.° de'Letterati d'Italia Art.° 8.° ho dimostrato, che non è sola la prefata spirale fornita d'una tal proprietà: altre curve infinite di numero, ed anco di natura algebratiche vantano un simil privilegio, purchè vadasi opportunamente alterando la legge della resistenza. Ivi provo, chè stando invariati i canoni delle resistenze, il mobile spinto verso il suo centro da forze tali, che sieno come qualunque dignità delle lontananze, può percorrere una stessa stessissima orbita; e che un pari effetto succede, mentre tenuta ferma la legge delle forze, quelle delle resistenze si diversificano. Finalmente conchiudo, esser cosa maravigliosa, che nel vano, mutato il canone della forza centrale, si cambia l'indole delle curve; ed ogni supposizione richiede differenti spezie di traggettorie: laddove all'opposto nel pieno una sola curva soddisfa bene spesso ad innumerabili ipotesi. Rimando il Lettore al luogo testè citato, stimando soverchio ripetere il filo de'miei discorsi.

E quì semplicemente rifletto, che tal fiata certe meditazioni oltre modo sottili non fanno per la Fisica, e che per troppa fretta di progredire alle volte si torna indietro. E vaglia il vero: in tanta ambiguità, ed incostanza delle cose superiormente esposte a qual partito dobbiamo mai appigliarci? Sia data l'orbita di spezie, e di posizione, e suppongansi ben determinati, se pure ci sarà mai conceduto di giugnere a tanto, i canoni delle resistenze; io dimando, quale fra le innumerabili leggi di forze centripete, che, attese le circostanze, del pari ponno aver luogo, escluse tutte le altre, sia stata prescelta dalla Natura. Una sola certamente dee mettersi in opera, e ci caderà subito in mente di preferir la più semplice, ma con aperta delusione. In fatti eletta la forza costante, e sempre la stessa in qualunque discostamento dal centro, che frequentemente dalle formole resta abbracciata, si darebbe di piglio ad una ipotesi semplicissima adottata dal Galileo, ma soltanto matematica, e totalmente aliena dalla Fisica, se non se in quanto per piccioli tratti si potrà assumere siccome prossima, ed adequata.

S'ar-

S' arroge, che stabilita la forza sollecitante, e la resistenza, rimane tuttavia indeterminata la tragettoria e per l'indole, e, quello, che più importa, per il grado, essendo per lo più idonee a soddisfare alla preferita posizione infinite fra le analitiche, ed altrettante fra le transcendenti. E poi come si adempieranno le regole del Keplero, e come le orbite planetarie in sestesse ritorneranno? Per le quali cose, essendo tutto pieno d'indeterminazioni, e di sconvenevolezze e non avendo in pronto metodi geometrici se non se imbarazzati, e di lunga lena, che ci guidano a stranie conclusioni; ognuno meco s'accorge, o che fa di mestieri di abbandonare l'inchiesta per disperata, o che di necessità abbiamo a valerci d'un metodo ausiliario, traducendo opportunamente la cosa dal pieno al vuoto col trasandare le resistenze. Ci verrà fatto con tal artifizio di spianare in gran parte le difficoltà, e di penetrar ben addentro nelle segrete operazioni della Natura.

V.

Do cominciamento alle discussioni togliendo di mezzo prima d'ogni altra cosa un rilevante pregiudizio, ed è, che i Geometri, i quali del problema delle forze centrali an per l'addietro trattato, non si sono avveduti, che tal sorta di quistioni tra le precisamente determinate non debbon riporsi; cosicchè data a cagion d'esempio una qualunque curva di spezie, di grandezza, e di posizione, abbia a cercarsi l'unica scala delle forze acceleranti, la quale corrisponda all' assunta traggettoria, e faccia, che il mobile per la predetta orbita il suo viaggio intraprenda, e continui.

TEOREMA PRIMO

Io dico all'opposto, che un grave sollecitato da scale innumerabili analoghe di forze centrali sarà obbligato in certe circostanze a percorrere la medesima trajettoria. Un mobile (Fig. 6.), che discende dal punto di quiete C verso il centro A, vegna stimolato per la verticale CA dalle forze continuamente applicate, scala delle quali sia la curva DEF. Dappoichè è pervenuto al punto qualunque B, stando ferma la velocità acquistata per la caduta, che si espone per la radice della doppia area CBED, muti direzione, e sia astretto a volgere il suo cammino giusta la retta BG inclinata all'asse AB sotto l'angolo ABG. In tale disposizione di forze, e di direzioni descriva esso mobile la curva BHI. Assunta poscia un'altra scala di forze sollecitanti analoga all'antecedente, in cui le ordinate C*d*, B*e* alle corrispondenti CD, BE serbino la ragione costante di $n^2 : N^2$, si lasci cadere il corpo dal sito medesimo C di quiete, e dopo corso lo stesso spazio CB, ritenuta la celerità guadagnata $= \sqrt{2CBed}$, e cangiata direzione, essendo uguali gli angoli ABG, AB*g*, si porti per la traggettoria B*hi*; dico, che le due curve BHI, B*hi* sono una stessissima curva, e differiscono semplicemente di luogo per servire alla dimostrazione. Taglinsi da una parte, e dall'altra delle toccan-

canti le porzioni infinitesime uguali BG, Bg, e tirinsi dal centro A le rette AHG, Abi.

Le velocità, colle quali si percorrono le minime tangenti eguali BG, Bg, sono in ragione dimidiata delle aje CBED, CBeds cioè, atteso le due scale analoghe DEF, def per la costruzione, in suddupplicata delle ordinate BE, Be, o sia come N:n. I tempi poi sono in proporzione reciproca delle suddette velocità, essendo uguali i due spazietti BG, Bg, ovvero in dimidiata inversa delle ordinate BE, Be. Ma le intercette GH, gb, ovvero gli accostamenti dei gravi dalle toccanti alle curve prodotti delle due forze costantemente operanti per minimi spazj, si trovano essere per le regole Galileane in ragione composta semplice diretta delle forze, e duplicata dei tempi; o pure in ragione composta diretta delle applicate BE, Be, ed inversa delle medesime: la qual proporzione essendo di egualità, ci fa conoscere l'uguaglianza fra le intercette, o gli spazj passati GH, gb. Quinci sovrapposti i due triangoli HGB, bgB, la porzione della curva Bb cade sopra l'altra BH, e perciò vengono a costituire la medesima curva. Similmente dalle tangenti HL, bl tagliate le flussioni eguali HL, bl, e condotte le rette AL, Al, collo stesso progresso dimostro l'eguaglianza delle intercette LM, lm, e che la porzione della curva hm coincide coll'analoga HM: lo che verificandosi di tutti gli archetti minimi a coppia a coppia, egli è manifesto, che le due curve BHI, Bbi sono una curva stessa, la quale risponde del pari alle due scale analoghe di forze centrali DEF, def: lo che dovea dimostrarsi.

Corollario primo. La medesima orbita non si trascorre da ambo i mobili con eguali celerità; conciossiachè la velocità del primo grave a quella del secondo in qualsivoglia punto M, o m della traggettoria sta sempre come $\sqrt{BE}:\sqrt{Be}$, ovvero come N: n. E perchè dimostra il Cavalier Nevvton nella citata proposizione prima al corollario primo, che protratta la toccante HL, e lasciata dal centro A cadere sopra essa la normale AN, la velocità nel punto H sta sempre in proporzione reciproca del perpendicolo AN; sappiasi, che questa ragione si muta al variarsi delle scale analoghe DEF, def.

Corollario secondo. Nè si camminano nel tempo stesso gli archi uguali BM, Bm; perchè qualsisia arco menomo si scorre da un grave nel tempo $dT = \frac{HM}{U}$, e dall' altro nel tempo $dt = \frac{hm}{u}$: ma U: u :: N: n; dunque $dT : dt :: T : t :: \frac{1}{N} : \frac{1}{n}$. Per la qual cosa i tempi, ne' quali gli archi finiti BI, Bi si trascorrono dall'uno, e dall'altro mobile, sono in ragione reciproca delle attuali celerità, o in dimidiata inversa delle forze centrali.

Corollario terzo. Che se le curve tornano in sestesse, come bene spesso accade, e tali sono gli eccentrici degli antichi, e la ellissi volgare, e la Cassiniana con altre curve infinite, i tempi totali, o periodici serberan-

ranno la ragione, che nel presente corollario si è rinvenuta. Posso dunque alterare a mio beneplacito nella stessa orbita la relazione fra i tempi periodici, ed esprimerli coll' analogia qualunque $\frac{1}{N} : \frac{1}{n}$, determinando cioè le due scale di forze centrali DEF, *def*, in cui le ordinate CD, C*d*; BE, B*e* sieno sempre fra loro in proporzione di $N^2 : n^2$.

Corollario quarto. Data pertanto una tragettoria di spezie, di grandezza, e di posizione, non possiam definire, quale scala particolare di forze centrali serva alla sua descrizione; attesochè infinite curve analoghe alle ordinate, come si è veduto, soddisfanno egualmente all'intento, ne c'è ragione a favore dell'una piuttosto che dell'altra. Il problema dunque è in parte indeterminato; perchè assegnata la via curvilinea del mobile, restano da determinarsi o la scala delle forze, o i tempi, o le velocità, o qualche altra circostanza, che tolga di mezzo l'indifferenza.

VI.

Scolio. Il Teorema dimostrato ci dà la chiave in mano per aprire qualche secreto ripostiglio della Natura; e dall'aver, cred'io, ignorata i Geometri questa verità fondamentale è nato, ch'eglino si sono mostrati alquanto ambigui, e che abbiano colpito nel segno, perchè sapevano dove guidati dalle osservazioni la cosa andava a riuscire, e non perchè l'abbiano magistralmente dedotta dai germani, ed immediati principj. La teorica de' tempi parziali, e periodici vuolsi ridurre a dovere, onde non nascano confusioni, e perplessità. Affermo pertanto, che quando si ha sotto l'occhio la traggettoria ACEF (Fig. 7.) per cui viaggia un mobile sollecitato da una determinata scala di forze centrali, si possono trascurare le quantità coefficienti, ed esprimere i tempi parziali, e totali per l'aje appropiate: per esempio il tempo impiegato nello scorrere l'arco CE per il trilineo corrispondente CAE, ed il tempo elementare per la flussione BC può misurarsi del pari o col triangolo misto ACB, o col settore circolare ACD. Non così quando l'orbita medesima si descrive da parecchj corpi animati da scale differenti di forze: come se due satelliti uno di Giove, e l'altro di Saturno girassero intorno i pianeti principali in due ellissi perfettamente simili, ed eguali, nei siti analoghi sarebbero senza fallo diversi i tempi, e le velocità a cagione, che la forza centripeta, la quale spigne la Luna Gioviale verso il suo centro, supera quella, che in pari distanza esercita la sua azione contro il satellite di Saturno.

Molto meno sussiste l'uguaglianza, ovvero una data costante ragione fra i tempi parziali, e periodici, e le aree o crescenti, o compiute, mentre due, o pure molti Pianeti viaggiano circa lo stesso centro per differenti orbite ellittiche. E ciò, che fa a mio proposito, si è, che bisogna diversificare la proporzione, conforme vedremo, quand'anche le loro rivoluzioni vengono moderate da una sola scala d'impressioni centrali.

Per

Per la qual cosa chi non vuole imbrogliar la faccenda, dee variare indefinitamente il rapporto, introducendo opportunamente le spezie N, n, le quali si assumono come costanti indeterminate da determinarsi però secondo che l'esigenza richiede. Abbiansi due curve BCD, bcd (Fig. 8.) che meglio, attese le cose, che sono per dire, si prenderanno dello stesso genere, e di quelle, che chiudono una superfizie. I tempi, in cui si passano gli archi BC, bc, vogliono essere esposti bensì dalle aje corrispondenti BAC, bac, ma modificate dalle quantità N, n; onde abbiasi la generale analogia $T : t :: \frac{BAC}{N} : \frac{bac}{n}$. Ed in ordine a ciò, chiamate A, a le aree totali BCDB, $bcdb$, i tempi periodici si esprimeranno per la proporzione $T : t :: \frac{A}{N} : \frac{a}{n}$, e posto che le dette aje A, a sieno eguali, e congruenti, avrassi $T : t :: \frac{1}{N} : \frac{1}{n}$ formola dal nostro Teorema somministrata.

VII.

Ed ecco come va intesa la celebre regola Kepleriana, che i tempi, ne' quali si varcano le periferie ellittiche intiere, o le loro porzioni dai Pianeti tanto principali, quanto secondarj, sono proporzionati alle superfizie curvilinee determinate dal movimento angolare de' semidiametri reggitori. Il Signor Nevvton ha dimostrato, che ciò succede nella ipotesi del vano senza badare alle resistenze del mezzo fluido, per cui le sfere celesti si fanno strada. Mirabile cosa si è, che ciò non ostante il canone menzionato ha certamente luogo nel Sistema planetario, conforme ce ne assicurano i computi del Keplero dedotti dalle osservazioni di Ticone. Diremo per avventura, che il canone vuole estendersi al pieno, mentre il Pianeta passeggia per un mezzo inerte; e che le resistenze ponno temperarsi in maniera, che il mobile cammini per un arco di traggettoria con velocità più lenta, ed in maggior tempo bensì, trasportata la cosa dal vuoto al pieno, ma però tenuta ferma la divisata proporzione delle aje descritte dal raggio vettore? La falsità di questa immaginazione così da me si dimostra.

TEOREMA SECONDO

Circa il foco A (Fig. 9.) descriva il grave nel pieno l'orbita BCF in qualunque posizione di forze, e di resistenze, e sieno i tempi per gli archi BC, BE, in ordine al supposto, come le aje corrispondenti BAC, BAE. Essendo la curva BCF data, si ripeta in bcf, e si determini la legge della forza centrale diretta al foco a, per cui la medesima orbita si percorra nel vacuo, ed una scala di queste forze sia la curva nlb. Già si è di-

dimostrato, che, prese per scale delle forze infinite curve analoghe nlb, NLH rispetto alle applicate M n, MN, bl, BL, sempre dal mobile si descrive la medesima traggettoria bcf, diversificati soltanto i tempi, e le velocità. Eleggo fra tutte una scala particolare di forze per esempio NLH fornita di tal proprietà, che, presi gli archi bc, BC uguali, ed egualmente distanti dai vertici b, B, le velocità ne' punti c, C siano parimente uguali. Che ciò possa ottenersi, è fuori di dubbio; imperciocchè il grave, che discende nel vano stimolato dalla scala nlb, acquisti nel punto c una celerità, la quale sia a quella, che risiede nell' altro mobile camminante nel pieno, nel sito analogo C in qualunque proporzione, come $1 : n$: se noi faremo le ordinate bl, BL in ragione di $1 : n^2$; e per L, ed altri punti similmente segnati passerà la scala NLH, avrà essa per le cose superiormente dimostrate la proprietà di far sì, che il grave c nel punto c proceda colla stessa celerità, con cui l'altro grave C viaggia nel punto analogo C.

In ordine a ciò posta l'eguaglianza non solo fra le velocità, ma di più fra gli archi infinitesimi cd, CD, e fra i settori elementari cad, CAD, anco i tempi per gli spazietti cd, CD saranno eguali. Piglinsi altri due archi minimi uguali, ed ugualmente rimoti dagli apici b, B a piacimento, cioè ef, EF; ed avvegnachè per l'ipotesi il tempo per CD al tempo per EF sta, come il settore CAD al settore EAF, ed altresì nel vuoto come il tempo per cd al tempo per ef, così il trilineo cad al trilineo eaf; ne segue, che i tempi per EF, ef saranno eguali, e conseguentemente anche le velocità, con cui i predetti archi eguali si percorrono. Ma la velocità nell'uno, e nell'altro caso è media proporzionale tra le forze centrali, e le sottosculatrici, o i co-raggi de' punti E, e (verificandosi per la dimostrazione del chiarissimo Signor Giovanni Bernoulli questa bella particolarità tanto nel pieno, quanto nel vuoto) e tali sottosculatrici, attesa l'identità delle curve BEF, bef, sono eguali; dunque negli assegnati punti E, e saranno pari le forze centripete. Per la qual cosa se la curva bcf si descrive nel vuoto con una data scala di forze, essa curva replicata in BCF colla medesima scala si descrive nel pieno. Ma questo è un palese assurdo; mercè che nulla opererebbero le resistenze, come se non ci fossero: dunque ripugna manifestamente, che i Pianeti camminino per le sue traggettorie in un mezzo fluido, che fa contrasto, salva la legge, per cui i tempi parziali si corrispondono in ragione delle aree dai raggj vettori delineate: lo che etc.

VIII.

Io non credo, che nella Fisica Astronomica ci sia difficoltà, che tanto abbia dato da pensare a' più famosi Matematici, quanto la dedotta dal premesso Teorema; e perciò non è maraviglia, che per soddisfare in qualche modo alle apparenze si siano messe a campo differenti opinioni. Già s'erano eglino accorti, che se i globi celesti si fanno strada a traverso d'un mezzo resistente, onninament'è impossibile, che le orbite planetarie

in

in festesse puntualmente ritornino. Ma pure il fatto sta in contrario; imperciocchè dopo parecchj secoli le più accurate osservazioni di tale anomalia non ci danno un benchè minimo indizio.

Alcuni Nevvtoniani troncano il nodo, e pretendono, che i gran corpi de' Pianeti vadano in giro per immensi spazj nudi d'ogni materia, e di resistere affatto incapaci. Io non credeva mai, che una tale immaginazione potesse cadere in mente a nessuno, ch'abbia occhj in testa; conciossiachè in qualunque sito si ritrovi il Pianeta, egli è sempre dalla luce investito: e la luce non è certamente un puro nulla, ma un fluido corredato di estensione, d'impenetrabilità, d'inerzia, di movimento, e di forza, e conseguentemente atto, secondo le circostanze, o a promovere cogli urti il moto delle masse solide, o a ritardarlo colle resistenze; e me ne fan prova le lenti, e gli specchj caustici.

Con maggior cautela ha filosofato il Cavalier Nevvton, estenuando a tutto potere la reazione del fluido, ed ascrivendo al veicolo del lume una menomissima consistenza. Nella proposizione decima del libro terzo c'istruisce, che i rivolgimenti de' globi celesti intorno al Sole ponno conservarsi per lunghissimo tempo senza sconcerto sensibile; ed è venuto in soccorso l'acutissimo Eulero, il quale, considerata l'incomprensibile velocità del lume, ed appresso la sua squisita virtù di molla, dalle due proprietà combinate insieme ha dedotta la sua sterminata rarità. Io non voglio piatire su cotali punti assai delicati. Potrei allegare, ch'essendo la luce perfettamente elastica, appunto per questo capo la sua resistenza al doppio ricresce. Potrei aggiugnere, che raccolta nella lente d'Orleans esercita una grand'energia, sciogliendo in fumo l'oro, e i diamanti, ed imprime per fino il moto locale, cacciando di luogo la tela di amianto. Quinci non so persuadermi, ch'essendo in vicinanza del Sole assai più condensata, che nel foco del vetro Aurelianense, alle spesse giravolte di Mercurio non opponga un notabil contrasto. Per ora avvertirò, che non si toglie di mezzo l'inconveniente, ma si porta a tempi da noi lontanissimi, onde si renda sensibile; e che di secolo in secolo non può negarsi, che il Sistema dell'Universo si vada appoco appoco, e per gradi fisicamente minimi disordinando.

In questo mentre il nostro Autore non si è talmente compiacciuto delle sue prime speculazioni, che posteriormente non si sia accorto, che a forza di moltiplicare le circolazioni, per quanto sieno fievoli le resistenze cagionate dall'inerzia, dal fregamento, e forse dalla tenacità, anno finalmente a mettere al movimento de' Pianeti un computabile intoppo. Per la qual cosa ne' quisiti annessi alla sua Ottica si è lasciato uscir di bocca, che Dio Ottimo Massimo siccome regolatore della Natura con mano moderatrice levi di tempo in tempo gli sconcerti, che con un lungo giro d'anni s'introducono nella economia del Mondo. Dee di quando in quando mettere nel sito appropiato le sfere de' Pianeti, e restituire ad essi la forza primitiva, da cui in principio delle cose erano animati, risarcendo la perdita di quella porzione, che dalle resistenze viene conti-

tinua-

tinuamente assorbita. Tal volta in grazia di puntellare un Sistema, parto dell'umano intelletto, si dicono delle strane proposizioni.

Ammessa l'ipotesi, di cui ragiono, convien dire, che i Pianeti non descrivano perimetri di curve ovali, o circolari, che chiudano spazio, ma piuttosto viaggiano per tante spirali ellittiche, che colle vere ellissi fisicamente coincidono. In progresso si vanno essi, cioè i principali, sempre più accostando al Sole, ed i satelliti ai centri de' lor primarj: e per ora non decido, se una tal posizione, che mi par contraria ai fini intesi dalla Natura, si possa accordar coi fenomeni.

IX.

Per tirarmi d'impaccio non mi sia disdetto d'arrischiare una mia congettura. In certi casi più difficili fa d'uopo rifuggire agli equilibrj non mica di quiete, che in meri conati consistono, ma bensì di movimento, ne'quali operando in senso contrario le forze continuamente applicate, e le resistenze, si bilanciano talmente le azioni colle reazioni, che i mobili, come se non fossero stimolati, o ritardati, proseguiscono i loro viaggi in virtù dell'impeto precedentemente impresso. Interviene frequentemente, che due, o più elementi fra loro opposti di forza, e di direzione alla per fine si contemperino, e che dopo il vicendevole contrasto nulla rimanga per quello appartiene all'effetto principale dipendente da un' altra cagione, che nel tempo stesso del pari impedita, ed avvalorata esercita liberamente il suo intiero vigore. In sì fatte circostanze si trascurano francamente quegli elementi, che nell'effetto primario non influiscono, e rispetto ad esso non lasciano di se alcun vestigio; e le forze agenti, che vi s' impiegano, si misurano, e si computano, come se per uno spazio vuoto operassero.

Bene spesso la Natura fa uso di un tal meccanismo, ed io il metto in vista con alcuni esempj. Sciolga una nave dal lido a vele piene sospinta dal vento, che soffia con egual gagliardia. Egli è certo, che il moto del vascello si anderà passo passo accelerando, fin a tanto che la forza dell'aere nelle vele raccolta supera la resistenza dell'acqua, che non può essere cacciata di luogo senza contrasto. Ma perchè quanto la nave cammina più pronta, tanto più per una parte si sottragge all'urto del vento, e ne riceve una minor impressione, e per l'altra tanto più ricresce la ripugnanza dell'acqua obbligata a cedere con maggiore celerità; egli è necessario, che le due forze da principio ineguali, scemando la più grande, ed aumentandosi la più piccola, in progresso all' equilibrio pervengono. Ed in tale stato avranno a perseverare, mentre non si diversifichino le circostanze; conciossiachè le spinte instantanee, che dal vento successivamente al vascello si comunicano, dalla reazione dell' acqua vengono bilanciate, e attuite: laonde non ne nasce effetto di sorta per quello concerne l' accelerazione, o il ritardamento della nave, la quale prosegue il suo viaggio con moto equabile in vigore dell'impeto già conceputo. Ora tolta di mezzo l'aria, e l'acqua, ed estinti gl' impulsi, che

per via del corpo del vascello passavano dall'uno all'altro fluido, la forza al mobile partecipata, che in esso risiede, e vi si conserva, non essendoci agente esterno, che la diminuisca, o l'accresca, farà sì, che la nave seguiti a correre per uno spazio vano, ed indefinito colla stessa velocità, e colla medesima direzione. Quinc' il supposto, quantunque finto, al vero però equivalente ci servirà per segnare la strada, ed accertare esattamente il cammino.

Ho veduto più volte andar a seconda d'un fiume ristretto frà sponde parallele, e che correva con moto placido, ed uniforme parecchie barche trasportate dall'energia del filone, le quali benchè acquistassero gradi diversi di celerità a cagione della mole, della figura, e del carico; non pertanto equilibrandosi in progresso l'impeto della corrente con i contrasti, tutte le navicelle a moto equabile si riducevano, e tale, che mantenendo esse in se medesime gl'impulsi comunicati, avrebbono potuto colla stessa invariata velocità proseguire il viaggio per un mezzo privo d'ogni materia. La forza impellente proviene senza fallo dall'acqua, e dall'acqua altresì la resistenza. Essendo pertanto certo, che le barchette più snelle non guadagnano mai una velocità pari a quella del filone, ne segue, che dal vario combinamento delle circostanze i moti uniformi, quantunque ineguali, e proporzionati all'inerzia, in qualche barca più pigri, ed in altra più pronti si producevano, e che ognuno d'essi in particolare da leggi stabili era moderato. Anco i canali regolari, per cui l'acqua fluisce, a stato manente riduconsi, ed un'onda incalzando l'altra onda, le azioni colle reazioni in guisa si modificano, che si dispongono in un corso perenne, ed equabile.

Potrei aggiugnere alquanti esempj concernenti i moti curvilinei, e periodici, e frà questi merita d'essere considerata la circolazione del sangue negli animali sani, il quale non ostante le resistenze non interrotte, gl'intoppi delle valvule, e le frequenti reflessioni, cammina in giro per un labirinto di vene, e d'arterie, e per vasi maestri, e capillari con mirabile regolarità, conforme ce lo dimostrano le giuste battute dei polsi. In somma io non sono alieno dall'opinare, che la sagacissima Natura indirizzi la maggior parte de' suoi lavori per procurare gli equilibrj di moto, i quali se secondo le congiunture vengono a turbarsi, ella, sto per dire, s'affretta in rimetterli.

X.

Diamo un'occhiata al Cielo, e scorgendo, che gli Astri erranti nuotano in un vastissimo Oceano di fluido, di cui non si conoscono il fondo, ne i lidi; che la materia della luce non può spogliarsi della sua inerzia senz'annientarla; e che ogni Pianeta sen riede, non ostanti le resistenze, alla sublimità dell'afelio, da cui era partito, e ne' suoi replicati rivolgimenti dal perimetro della sua ellissi non si discosta; non si dee mettere in dubbio, che la Natura c' impieghi un equilibrio di moto per tener fermo l'ordine, e l'uniformità del Sistema moderato da leggi costanti

costanti ed inalterabili. Di fatto se la nostra Terra nell'anno corrente camminasse per una spirale all'ellissi, che l'abbraccia, quanto si voglia fisicamente adequata, non si scanza l'inconveniente, che in lungo corso di secoli le predette elici passo passo si vadano ristrignendo, e che di conseguenza decrescano gli assi conjugati, e l'eccentricità, e la durata degli anni appoco appoco si abbrevi.

Maneggiate per ogni verso le resistenze, non si sa capire, qualmente esse possano conciliarsi colla presente fabbrica dell'universo, qualora oltre i contrasti del mezzo, ch'io chiamerò negativi, non vi si aggiungano anche i conati positivi, i quali operando al rovescio tanto avvalorino il moto de' corpi celesti, quanto dai primi vien ritardato, onde si faccia una giusta compensazione. Non si salverà, che nel pieno le orbite in sestesse ritornino, e che i tempi siano proporzionali alle aje dai raggi conducitori delineate, ogni qual volta attribuita al fluido etereo una qualche reazione, che si opponga al movimento de' globi solidi, non si ammetta un principio perenne di azione, il quale non permetta, che le celerità de' Pianeti tratto tratto s'inlaguidiscano, e stia sempre pronto con nuove iterate impressioni a risarcire le perdite. Queste forze una contrastante, e l'altra impellente, quand' anche nella prima origine delle cose non fossero state dal supremo Autore bilanciate, lo che ripugna alla Divina Sapienza, per opera delle cause seconde, come tutto dì succede, in breve spazio di tempo avevano ad equilibrarsi; di modo che procedesse il solido con un corso sì fattamente regolare, che non ci fosse disdetto di assegnare quelle precise leggi, per cui, tolte di mezzo le azioni, e le reazioni, il menzionato moto nel vacuo si produrrebbe. Ed in vero parmi oltre modo strano, che la forza impressa, la quale risiede nella massa consistente de' Pianeti a gradi si perda, e si consumi nell' aprirsi il passaggio a traverso del fluido etereo, e che all' incontro la luce fornita di somma attività, che da per tutto s'insinua, e penetra, e che costituita in una perenne agitazione si diffonde per via di palpitazioni, ed increspamenti con incredibil prestezza, contro i globi solidi non eserciti vigore di sorta, e ne punto, ne poco si promova il progressivo andamento, e si tolga di mezzo l'equilibrio, ed il commercio tra i fluidi, e i solidi.

Odo taluno, che m'interroga, come ciò si faccia, e con quali canoni se ne regoli il meccanismo? Rispondo francamente, che dal renderne conto mi disobbliga la mancanza dei dati, e la complicazione degli elementi. A me basta, che la cosa stia pur così, e che altrimenti essere non possa mai. Queste forze opposte, ed equilibrate, e gli effetti secondarj indi nascenti servono a mantener illese le leggi fondamentali della Natura. Niuno si darà il vanto di annoverare, e di ridurre a computo le particolarità tutte, ch'entrano, non dico già nella generale costituzione dell'Universo, ma ne tampoco quelle, che moderano il nostro vortice. Intanto gioverà con qualche speziale avvertenza dilucidare le regole note, ed intorno le sconosciute parlare con sobrietà.

CAPITOLO SESTO

Dei Tempi Periodici.

I.

I Pianeti primarj camminano per le periferie dell'ellissi coniche, e riguardano tutti un solo centro, che coincide, prossimamente con quello del globo Solare collocato in uno de' fochi comune a tutte le orbite. Lo stesso dicasi de' Satelliti rispetto ai lor principali. Appresso i tempi, ne' quali si trascorre una qual si voglia porzione delle traggettorie sono proporzionali alle aje delineate dal semidiametro reggitore; e per terzo i quadrati de' tempi periodici serbano la ragione dei cubi delle medie distanze. Raccordo a bello studio in compendio le tre regole per avvertire, che Seto VVardo accetta la prima, e non la seconda; che il vecchio Cassini amendue del pari ripudia; e che della terza, la qual è irrefragabile, i detti Scrittori, non saprei per qual motivo, non fanno punto parola.

Mi dispenso dal rintracciare le forze centripete, o centrifughe, che regolano il moto d'un corpo incedente per qualunque curva. Il problema diretto, ed inverso è stato compiutamente sciolto da' recenti Geometri, ed io per non fare il già fatto prendo ad imprestito le formole Nevvtoniane nel primo libro dei principj. Delineata l'ellissi Apolloniana ABC (fig. 10.) chiamo b l'asse maggiore AC, c il minore, l il lato retto, o sia il parametro $=\frac{c^2}{b}$, y le distanze variabili DB, ovvero GB, secondo che le forze sono dirette al foco D, o al centro G, e finalmente f le predette forze centrali. Nella proposizione decima determina lo Scrittore inglese le forze f tendenti al centro G, come $\frac{y}{2b^2c^2}$, cioè proporzionali alle distanze GB, e nella undecima trattando delle nostre curve al foco D, stabilisce le forze f, come $\frac{1}{ly^2}$, viene a dire in ragione reciproca duplicata delle lontananze DB.

Non avendosi in grazia dell'Autore a dissimulare la verità, io dico, che amendue le addotte espressioni, quando massime si applichino a differenti ellissi, sono troppo ristrette, e limitate, e so, che a taluno an porto motivo d'inciampo. Se per mezzo d'esse si va in traccia de' tempi periodici, che si spendono a percorrere due, o più ellissi relativamente ai centri, oppure ai fochi, questi tempi si rinvengono sempre proporzionali agli spazj intieri serrati dalle orbite, o sia ai rettangoli compresi sotto gli assi maggiore, e minore: lo che quanto ripugni al canone Kepleriano, non occorre, ch'io mi affatichi in provarlo. II.

II.

Nell' antecedente Capitolo ho dimostrato, che il problema delle forze centrali porta con seco qualche indeterminazione, e che un mobile sollecitato da innumerabili scale analghe di forze può descrivere la medesima curva ABC, variati però i tempi parziali, e totali, e le velocità. In ordine à ciò chi si prefigge di maneggiare la teorica generalmente, e con possesso, nelle formole esponenti le forze oltre le quantità fluenti y, che dinotano le distanze variabili, ed oltre le grandezze date risultanti dalla natura della tragettoria ci ha da mettere una costante indeterminata, che dalle circostanze la sua limitazione riceve, e la quale si contrassegna colla spezie n^2 esprimente l'analogismo fra le ordinate delle scale analoghe, come si ricava dal Teorema citato, e suoi Corollarj. Nella stessa maniera dunque, che si è ridotto a dovere, trattandosi di due differenti orbite della medesima indole, il canone Kepleriano de' tempi periodici in facendo $\frac{a}{n} : \frac{A}{N} :: t : T$; non altrimenti si dee metter mano alle formole delle forze acceleranti, le quali se guardano il centro dell'ellissi, avrassi $\frac{n^2 y}{2b^2c^2} : \frac{N^2Y}{2B^2C^2} :: f : F$; e se diriggonsi all'umbilico $\frac{n^2}{ly^2} : \frac{N^2}{LY^2} :: f : F$.

Quì accoppiate ambo le analogie, mi si apre l'adito di ragionare intorno i tempi periodici delle ellissi al foco. Giusta la determinazione del Cavalier Nevvton le coefficienti n, N rappresentano l'unità; dunque $a : A :: t : T$, cioè i tempi intieri come le aje chiuse dai perimetri delle curve: ma $a : A :: bc : BC :: t : T$, ed alzati i quattro ultimi termini alla seconda potestà, $b^2 c^2 : B^2 C^2 :: t^2 : T^2$. Essendo poi $c^2 = bl$, e $C^2 = BL$, fatte le sostituzioni, si troverà $b^3l : B^3L :: t^2 : T^2$. Dee pertanto inferirsi, che, adottate le troppo particolari espressioni Nevvtoniane, per salvare la regola del Keplero, viene a dire, che i quadrati de' tempi periodici fossero come i cubi delle distanze medie, o de' semiassi maggiori, saria di mestieri, che si verificasse l'uguaglianza fra i Parametri di tutte l'ellissi planetarie. Ciò però non si accorda col Cielo, essendo fuor di dubbio, che i lati retti delle orbite non sono eguali; ed io ne dirò qualche cosa parlando della circolazione armonica del Leibinizio, che a tal supposto si appoggia.

Ben è vero, che il Signor Nevvton si è accorto, che la sua formola non abbracciava tutte le traggettorie ellittiche; ne saprei indovinare per quale cagione non l'abbia egli da principio ridotta alla debita generalità. Nella proposizione XIV. destramente la cangia senza renderne ammonito il Lettore facendosi a dimostrare, che prese le forze centrali in

in diverſe elliſſi reciprocamente proporzionate ai quadrati delle diſtanze, ſono i parametri l, L in ragione duplicata delle due aree minime deſcritte reſpettivamente dai ſemidiametri reggitori, poſti però eguali i tempi, cioè $dt = dT$. E fatti i tempi ineguali, ſarà (fig. 11.) $\frac{fdb}{Vl} : \frac{FDB}{VL} :: dt : dT$. In tal caſo non ſi miſurano i tempi impiegati a ſcorrere gli archi minimi colla proporzione, che paſſa fra i ſettori inaſſegnabili fdb, FDB; ma ſi aſſumono in ragion compoſta diretta di eſſi ſettori, ed inverſa dimidiata dei parametri.

III.

Io facendo uſo del Teorema nell' antecedente Capitolo già dimoſtrato procedo con metodo fermo. Giacchè dunque mettendo a confronto i tempi di due Pianeti principali eletti ad arbitrio ſi ha l'analogia $\frac{a}{n} : \frac{A}{N} : \frac{bc}{n} : \frac{BC}{N} :: t : T$, e richiedendo le oſſervazioni Aſtronomiche, che i tempi predetti ſerbino la ragione ſeſquiplicata de' mediocri dilungamenti, o degli aſſi più grandi; ne ſegue, che ſi preſenterà una doppia equazione $\frac{bc}{n} = b^{\frac{3}{2}}$, $\frac{BC}{N} = B^{\frac{3}{2}}$, ovvero $\frac{b^2c^2}{n^2} = b^3$ $\frac{B^2C^2}{N^2} = B^3$; dunque $\frac{c^2}{b} = n^2$, $\frac{C^2}{B} = N^2$. Fatta poi la rifleſſione, che le quantità $\frac{c^2}{b}$, $\frac{C^2}{B}$ i lati retti l, L d'ambo le elliſſi ci eſpongono, ſcopriremo, chè le coſtanti indeterminate n, N ſi limitano ad eſprimere le radici prime dei parametri. Ora prendo per mano le formole corrette delle forze centripete $f = \frac{n^2}{ly^2}$, $F = \frac{N^2}{LY^2}$, e perchè in ordine alla premeſſa determinazione haſſi $n^2 = l$, $N^2 = L$, ſoſtituiti i valori, avremo $f = \frac{1}{y^2}$, $F = \frac{1}{Y^2}$. Di conſeguenza dall'una, e dall'altra equazione ci vien meſſa anzi gli occhj una ſola ſcala di forze preſcelta unicamente dalla Natura per regolare le rivoluzioni più ampie, e più riſtrette, più lente, e più celeri di tutti e ſei i Pianeti primarj.

Corol-

Corollario primo. La dimostrazione si applichi ai Satelliti, i giramenti de' quali al canone Kepleriano si sottomettono. Si avverta frattanto, che ogni Pianeta principale corteggiato dalle sue Lune ne dirigge la circolazione con una scala particolare di forze, la quale, sebbene è una iperboloide solida analoga a quella degli altri, viene però modificata da grandezze costanti affatto diverse.

Corollario secondo. Quinci nasce il canone, che i tempi, ne' quali due Pianeti trascorrono due qualsivoglia porzioni delle loro orbite, stanno in proporzione composta diretta delle aje descritte dai raggj vettori, e reciproca sudduplicata dei parametri delle due ellissi.

Corollario terzo. Fingasi, che si fosse praticato al rovescio. E' cosa manifesta, che i tempi periodici generalmente non osserverebbero alcuna regola, e si cancellerebbe dal libro della Natura la legge più bella, e più stabile, per cui si modera il corso degli orbi celesti. I suddetti tempi avrebbono a seguitare la proporzione degli spazj totali ellittici, o quella, che si rinviene fra i rettangoli bc, BC degli assi conjugati: la qual ragione potendosi diversificare in maniere infinite, o nulla ci dà di certo, e di determinato, o per ridurla a qualche canone fermo converrebbe introdurre una nuova legge, ponendo un dato rapporto fra i menzionati prodotti bc, BC, con che innumerabili ellissi si escluderebbero, ed il Sistema perderebbe la prerogativa d'essere universale, e non soggetto alle eccettuazioni. A cagion d'esempio, vogliasi, che i tempi periodici sieno come i quadrati delle medie distanze, e a questo supposto soddisferanno soltanto le traggettorie simili; siccome alla ragione sesquiplicata già si è detto, che in tal ipotesi servono unicamente quelle, le quali anno un comune parametro.

Corollario quarto. Per conciliare alla nostra costituzione il carattere della generalità, facea di mestieri, che si ravvisasse una speziale corrispondenza fra le orbite dai Pianeti descritte, e la scala delle forze centrali. E questa per esser unica, e nel tempo stesso a qualunque ellissi adattabile necessariamente richiede di non ricever modificazione dalle costanti proprie di ciascheduna ellissi in particolare. Tolta per mano l'equazione $f = \frac{n^2}{ly^2}$, ognun vede, che il lato retto l appartiene alla traggettoria, per cui procede il Pianeta. E' dunque indispensabile, che nella scala delle forze svanisca esso parametro, altrimenti a cadauna ellissi una scala differente si applicherebbe: lo che non può conseguirsi, se la costante n^2, che si assume come indeterminata, non si fa eguale al parametro. Ora la detta determinazione senza punto alterare, o limitare l'orbita ferma la proporzione fra i tempi parziali e totali, ed i trilinei corrispondenti delineati dai raggj vettori, e pone in essere di conseguenza il famoso canone de' tempi periodici.

IV.

IV.

Scolio. A questo passo noti con meco il Lettore, che due regole ci si parano innanzi. Per la prima parrebbe consentaneo alla ragione, che in qualunque traggettoria dovesse star invariata l'analogia fra le suddette aje, ed i tempi; e per l'altra, che si stendesse da un capo all'altro del Mondo l'unica scala delle forze acceleranti riferita al suo centro in particolare. Se ambo le leggi potessero insieme copularsi, io non dubito punto, che dalla Natura non fossero state accoppiate. Ma perchè scambievolmente si escludono, la gran Maestra ha già preso partito, dichiarandosi a favore della seconda, ed in grazia d'essa modificando opportunamente la prima: con che ci ammonisce, qual sia la capitale, e quale la secondaria.

Quinci s'impara, quanto poco possiam fidarci di certe massime metafisiche comunemente ricevute per irrefragabili, e che bene spesso ci sono motivi d'inciampo. Chi si fosse proposto d'investigare per via delle generali nozioni di congruenza, e di semplicità a quale delle predette due leggi avesse a darsi la preferenza, e quale siccome più confacente al suo genio, ed al suo modo più magistrale di operare fosse stata dalla Natura adottata in figura di principale; per me penso, che non sarebbe stato così agevole di decidere la controversia, e che parecchj delusi da una fallace apparenza sarebbono caduti in errore. Di fatto si è lasciato sedurre il celebre Leibinizio, il quale invaghito della sua elegante circolazione armonica dedotta dal primo de' due canoni menzionati sopra di esso, trascurato il secondo, ha fondata la sua teorica de' moti celesti, che non cammina di concerto coi Fenomeni, e spezialmente colla regola de' tempi periodici. Conchiudo col Galileo, che altra è la simplicità intesa dalla Natura, ed altra quella, che intendono i più sublimi Filosofanti.

Ho già insinuato, che quattro differenti scale di forze centrali anno luogo nel nostro vortice. Della prima è centro il Sole, che dirigge le rivoluzioni de' sei Pianeti primarj: la seconda risiede nella Terra, e regola il corso Lunare: la terza, e la quarta si partono da Giove, e da Saturno, e danno norma ai giramenti de' lor rispettivi Satelliti. Degli altri tre Mercurio, Venere, e Marte, che non si tiranno dietro il corteggio delle lunule, nulla si può accertare. Di queste forze le magnitudini assolute ci sono ignote, e perciò bisogna farsi ad investigare almeno le relative. Metto sotto gli occhj l'analogismo de' tempi periodici $\frac{a}{n} : \frac{A}{N} :: t : T$, e ridotta la cosa alle traggetrorie ellittiche rispetto

ochi $\frac{bc}{n} : \frac{BC}{N} :: t : T$, e $\frac{b^2c^2}{n^2} : \frac{B^2C^2}{N^2} :: t^2 : T^2$, ed in vece

di c^2, C^2, quadrati degli assi minori, surrogati i valori bl, BL, cioè i

rettan-

rettangoli fra gli assi maggiori, e i parametri, avremo $\frac{b^3l}{n^2} : \frac{B^3L}{N^2} ::$ $t^2 : T^2$: dunque $n^2 : N^2 :: \frac{b^3l}{t^2} : \frac{B^3L}{T^2}$. Assumo poscia l'analogia fra le forze $f : F :: \frac{n^2}{ly^2} . \frac{N^2}{LY^2}$, e sostituiti in vece di $n^2 : N^2$ i termini proporzionali $\frac{b^3l}{t^2} : \frac{B^3L}{T^2}$, mi si presenta la formula universale $f : F :: \frac{b^3}{t^2y^2} : \frac{B^3}{T^2Y^2}$, da cui traggon l'origine le infrascritte più limitate. Se le spezie y, Y dinotano le distanze medie, o la metà degli assi maggiori b, B, allora $f : F :: \frac{b}{t^2} : \frac{B}{T^2}$, e se fassi $b = B$, e si collocano i Pianeti in pari distanza dai centri, e si fanno girar per orbite eguali, $f : F :: \frac{1}{t^2} : \frac{1}{T^2}$, e le forze si rinvengono in ragione reciproca duplicata de' tempi periodici; laonde si scopre con qual proporzione si rispondano le ordinate delle scale analoghe, assunte uguali le assisse.

Eccone un esempio. Assunti i dati, di cui ho fatto uso nel precedente Capitolo al n°. 1°. già si è ritrovato, che ogni qual volta venisse stimolata la Luna da quella medesima scala di conati centrali, che sollecitano la Terra camminante per la sua traggettoria, c'impiegherebbe un' ora, e un quarto nel percorrere la propia orbita. Il fatto sta, che la Luna non ci consuma min. 75, ma bensì giorni 27, ore 7, min. 43 = min. 39343; dunque fra i due tempi periodici il vero, e l'ipotetico ci passa la proporzione di 525 : 1. Ma descrivendosi la medesima orbita, i predetti tempi sono in ragione inversa dimidiata delle forze in pari lontananza dal centro, e conseguentemente le forze sono in proporzione reciproca duplicata dei tempi: dunque delineate due iperboloidi analoghe, le due applicate corrispondenti ad una comune assissa ci rappresentano le forze cercate in proporzione di $\overline{525}^2 = 275625 : 1$. E da ciò si comprende una verità di gran lunga superiore alla nostra immaginazione, viene a dire quanto sia sterminata l'energia della molla principale del nostro Sistema, la quale trattiene nelle loro orbite i Pianeti primarj, rispetto alle altre incomparabilmente più fiacche, che regolano i rivolgimenti dei Satelliti.

Messa al paragone la scala della nostra Terra colle altre due di Giove, e di Saturno in eguali lontananze dai centri si verificano prossima-

mamente le seguenti proporzioni fra le forze centripete $1 : 122\frac{1}{2}$, $1 :$ 43. La teoria è ben dimostrata, ma mancando della necessaria accuratezza le osservazioni astronomiche, non è maraviglia, che, variati i confronti, ci si presentino delle notabili discrepanze. Il Cavalier Nevvton stabilisce, assunte pari le distanze, che le dette forze seguitino la ragione delle masse componenti i corpi centrali, e quinci ci fa strada a determinare le loro densità. Le masse proporzionali alle forze sono in ragion composta de' volumi, e delle densità, cioè a dire $f : F :: m : M :: vd : VD$; o pure $\frac{f}{v} : \frac{F}{V} :: d : D$: ma tanto le forze f, F, quanto i volumi v, V altronde ci sono cogniti; dunque l'analogia fra le densità $d : D$ ci si rende palese. Veggasi la proposizione ottava del libro terzo al terzo corollario, dove dai dati, di cui si serve, cava le densità del Sole, di Giove, di Saturno, e della Terra espresse dai numeri 100, 78, 59, 396. La densità della Luna per altro metodo si trova essere a quella del globo terracqueo, come 21 : 17.

A fine che non si perturbino sensibilmente le leggi di sopra esposte, fa di mestieri, che, se il centro di gravità dell'intiero Sistema non se ne sta rigorosamente immoto, almanco non soggiaccia salvo che ad una piccola titubazione. Non dee dunque uscir fuori della massa centrale, e pochissimo discostarsi o per un verso, o per l'altro da quello della figura. In ordine a ciò l'Autore della Natura con una mirabile provvidenza ha forniti d'una gran quantità di materia que' corpi, che stando in un assoluto, o relativo riposo, diriggono le rivoluzioni dei lor seguaci, e questi all'incontro ha corredati di masse tali, che a quelle dei principali appena son comparabili: anzi girando i secondarj all'intorno parte da un lato, e parte dall'altro, ed esercitando mutue azioni al loro vigore proporzionate poco presso scambievolmente si equilibrano Per le quali cose non si sconcerta l'economia del Sistema primario, e ne tampoco de' subordinati, come sarebbe accaduto, se si fosse la Natura adoperata altrimenti: sopra il quale punto consulti il Lettore ciò, ch'è stato scritto dal lodato Cavalier Nevvton nella sezione undecima del primo Libro.

V.

Quando l'occasione mi si presenta, vado esponendo alcuni canoni conosciuti, onde cominciamo a formarci una qualche giusta idea della presente costituzione del Cielo. E proseguendo il mio lavoro dico, che conviene separare i tempi periodici in due classi, viene a dire in proprj, ed improprj. Appello propria, e regolare quella legge di tempi, la qual corrisponde alla scala unica delle forze centripete dominante per tutto il Sistema. All'incontro chiamo improprie, ed estranee le altre leggi de' tempi stessi, ogni qualvolta a ciascun Pianeta si adatta una scala particolare, quantunque sieno le curve tutte del medesimo genere. Già si è veduto,

veduto, che i tempi periodici ſtanno in proporzione ſeſquiplicata delle mezzane diſtanze, quando gl'impulſi acceleranti ſi minorano, quanto creſcono i quadrati delle lontananze, ſalva però la condizione, che da una ſola iperboloide ſolida le impreſſioni ſollecitanti vengano determinate. Ma mutate le coefficienti delle curve locali, i tempi periodici o non oſſervano regola ſtabile, o ſeguitano quella, che a piacimento da noi ſi preſcrive. Tenute ferme le forze convenienti all'elliſſi al foco, voglio, ch'eſſi tempi ſiano come qualſiſia poteſtà delle medie diſtanze. Ed atteſo che $t : T :: \frac{bc}{n} : \frac{BC}{N} :: b^m : B^m$, convertita la ſeconda analogia in due equazioni $\frac{bc}{n} = b^m$, $\frac{BC}{N} = B^m$, ovvero $\frac{c}{b^{m-1}} = n$, e $\frac{C}{B^{m-1}} = N$, ed alzati tutti i termini al quadrato, $\frac{c^2}{b^{2m-2}} = n^2$, $\frac{C^2}{B^{2m-2}} = N^2$. Ma $\frac{c^2}{b} = l$, e $\frac{C^2}{B} = L$; dunque $\frac{l}{b^{2m-3}} = n^2$, $\frac{L}{B^{2m-3}} = N^2$. Surrogati pertanto nell'analogiſmo delle forze $f : F :: \frac{n^2}{b^2} : \frac{N^2}{LY^2}$ i premeſſi valori delle coſtanti indeterminate n^2, N^2, avremo $f : F :: \frac{1}{b^{2m-3}\,y^2} : \frac{1}{B^{2m-3}Y^2}$, oppure fatta $y = Y$, le forze centrali ſaranno in pari diſtanza dal comune umbilico nella ragione di $b^{3-2m} : B^{3-2m}$. E da ciò ſi deduce, che per ottenere le diviſate leggi de' tempi periodici fa di meſtieri, che preſe uguali le aſſiſſe, ſi riſpondano le ordinate dell' iperboloidi in proporzione come $b^{3-2m} : B^{3-2m}$. Se conforme la regola del Keplero ſi fa l'eſponente $m = \frac{3}{2}$, ovvero $2m = 3$, avremo in pari lontananza dal foco $f : F :: b^0 : B^0$; dunque equivalendo all'unità i due ultimi termini dell'analogia, ſarà $f = F$, e conſeguentemente tutte le differenti ſcale delle forze in una ſola direttrice dell'intiero Siſtema ſi riuniranno.

Così cammina la faccenda, anche quando abbiaſi $b = B$, cioè ogni qual volta ſi aſſumono eguali gli aſſi maggiori delle elliſſi, ed i minori in qualunque proporzione: ma in tal circoſtanza le rivoluzioni periodiche nel medeſimo tempo ſi compiono. Sta ugualmente ſalda l'uguaglianza tra i ſuddetti tempi, mentre ſi faccia l'indice $m = 0$, verificandoſi in queſto caſo due particolarità: una, che le applicate delle curve locali rappreſentanti le forze ſieno, ſuppoſti uguali i dilungamenti dal centro, come i cubi degli aſſi maggiori: l'altra, che i tempi parziali ſi corriſ-

pondano in ragion composta diretta de' settori ellittici, ed inversa delle aje totali. Lascio di buona voglia all' industria de' Lettori il dedurre moltissimi corollarj, che dall' esposta dottrina spontaneamente fluiscono. Asserisco soltanto, che nelle ellissi al foco, variate le scale analoghe delle forze, i tempi periodici sono talmente indeterminati, ch'io posso conseguire, che mi vengano espressi da qualsivoglia funzione, spezialmente di quelle costanti, ch'entrano nella costruzione delle traggettorie.

VI.

Intorno le forze centrali tante cose sono state dette, e ridette, che poco, o nulla può aggiugnersi. All'incontro il soggetto de' tempi periodici non è stato finora accuratamente trattato, e perciò non mi verrà disdetto, ch'io m'accinga a perfezionare la teorica. Il tante volte lodato Cavalier Nevvton nella proposizione X. del libro primo dimostra, che camminando per il perimetro di parecchie ellissi altrettanti corpi stimolati dalle forze acceleranti, che riguardano i centri delle orbite, esse forze si misurano dalle rispettive distanze (legge osservata dalla Natura in que' corpi, che dentro le sfere de' Pianeti stan collocati, come si ha dalla proposizione 73ª.) e soggiugne al corollario 2°., che ne' giramenti periodici un tempo pari s'impiega. Fa vedere, che tal proprietà trova luogo nelle ellissi aventi comune l'asse maggiore, ed altresì nelle simili. E su questa imperfetta induzione fonda egli un generale Teorema, il quale, quantunque certo non è però legittimamente provato. Ne potrebbe mai verificarsi, adottate le formole Nevvtoniane delle forze tendenti al centro. Nella citata proposizione Xª. esse forze f, F si fanno proporzionali alle quantità $\frac{y}{2b^2c^2}$, $\frac{Y}{2B^2C^2}$, dalla qual troppo limitata espressione agevolmente si raccoglie, che i tempi periodici in vece d'essere uguali si rispondono in ragione delle aje intiere, o dei rettangoli bc, BC.

Chi brama assicurarsi qual sia il canone germano dei tempi predetti nella ipotesi assunta, debbe primieramente ampliare l'analogismo delle forze, facendo $f : F :: \frac{n^2y}{2b^2c^2} : \frac{N^2Y}{2B^2C^2}$, indi passare ad un'altra proporzione $n^2 : N^2 :: b^2c^2 : B^2C^2$, da cui ricaverà l'egualità fra le due frazioni $\frac{n^2}{b^2c^2}$, $\frac{N^2}{B^2C^2}$, ed appresso scoprirà, che, crescendo aritmeticamente le forze in ragione delle distanze dal comun centro, un solo triangolo ne sarà la scala moderatrice. Per ultimo ripetuta l'analogia concernente i tempi $t : T :: \frac{bc}{n} : \frac{BC}{N}$, giacchè $\frac{bc}{n} = \frac{BC}{N}$, avrassi parimente $t = T$, cioè i tempi perio-

dici

dici eguali in tutte le traggettorie. I tempi parziali poi saranno direttamente come i trilinei descritti dai raggi circolari, e reciprocamente come gli spazj totali circonscritti dai perimetri ellittici. Quinci s'inferisce, che rispetto la presente costituzione di forze centrali la legge Kepleriana è straniera al pari di qualunque altra, che ci piacesse d'eleggere, trattane la testè stabilita; conciossiachè esponendosi in tal incontro i valori di n^2, N^2 per le grandezze $\frac{c^2}{b}$, $\frac{C^2}{B}$, fatte le opportune surrogazioni, si rinverrà $f : F :: \frac{y}{b^3} : \frac{Y}{B^3}$, e posta $y = Y$ in pari lontananza dal centro, ci si presenteranno le forze inversamente proporzionali ai cubi degli assi maggiori: laonde ad ogni orbita fa d'uopo accomodare un triangolo speziale per scala delle impressioni acceleratrici.

Affinchè la materia maggiormente si rischiari propongo un terzo esempio. Camminino dunque due mobili per le periferie circolari ABC, DEC (fig. 12.) ed il centro delle forze sollecitanti stia collocato nel punto del contratto C comune ad ambo le circonferenze; cercasi la propria e la vera legge de' tempi periodici adattata al supposto, la quale è sfuggita alla diligenza del Signor Nevvton. Avvegnachè egli, conforme il suo costume, prende i tempi per gli archi AB, DE in ragion data ai trilinei corrispondenti ACB, DCE, non è maraviglia, aver lui determinate nella proposizione 7ª. le forze centrali in proporzione composta diretta duplicata dei diametri AC, DC, ed inversa della quinta potestà delle corde CB, CE, viene a dire $f : F :: \frac{b^2}{y^5} : \frac{B^2}{Y^5}$, dalla qual limitazione risultano i tempi periodici proporzionali ai quadrati de' diametri; e lo stesso rapporto si osserva altresì fra le forze centrali ne' punti E, F ugualmente rimoti dal centro C. Ma se un solo iperboloide del sesto grado dee da per tutto signoreggiare, egli è necessario, che amendue i corpi ne' detti punti E, F vengano animati dalla medesima forza centripeta. Per conseguir ciò riformo la premessa analogia, come segue $f : F :: \frac{n^2 b^2}{y^5} : \frac{N^2 B^2}{Y^5}$, e pongo $n = \frac{1}{b}$, $N = \frac{1}{B}$, onde abbiasi $f : F :: \frac{1}{y^5} : \frac{1}{Y^5}$, e conseguentemente $f = F$, quando facciasi $y = Y$. Poscia tolta per mano la formola dei tempi $t : T :: \frac{bc}{n} = \frac{b^2}{n} : \frac{BC}{N} = \frac{B^2}{N}$, e sostituiti in vece di n, N i valori trovati, avrassi $t : T :: b^3 : B^3$, cioè i tempi periodici proprj della nostra ipotesi proporzionali ai cubi de' diametri

metri. Non farò a lungo parola de' tempi da me appellati improprj, ed estranei: Soggiugnerò semplicemente, che, se si vogliono eguali, ci si affacceranno l'equazioni delle forze, che deggiono a ciascuna orbita accomodarsi, $f = \frac{b^6}{y^5}$, $F = \frac{B^6}{Y^5}$; e se si pretende, che seguitino la regola del Keplero, $f = \frac{b^3}{y^5}$, $F = \frac{B^3}{Y^5}$.

VII.

Ci sono delle curve, che per dir il vero non serrano spazio, e siccome tali si trovano disadatte a formare un ragionevol Sistema. Ma perchè alcune fanno intorno ad un punto fisso innumerabili giravolte, e tagliano in punti infiniti la linea AF data di posizione, (fig. 13.) e che passa pel centro A, pare, che partendo il mobile dal sito B, e girando per il perimetro BEDOF, i tempi consumati nei rivolgimenti BED. DOF possano considerarsi in figura di periodici. Fra le spirali si annoverano la logaritmica, e l'iperbolica, nelle quali verificandosi la comune proprietà, che le forze centrali sieno in ragion reciproca triplicata delle distanze, meritano, che vi si faccia sopra qualche osservazione. Concepisco due spirali logaritmiche BEDO etc., HPJ etc., nella prima delle quali l'arco elementare descritto col raggio eguale all'ordinata sia all'elemento della stessa ordinata come g : 1, nell' altra come G : 1. Chiamate le forze f, F, e le ordinate y, Y, il calcolo dimostrerà essere f : $F :: n^2 . \frac{\overline{g^2+1}}{g^2 . y^3} : N^2 . \frac{\overline{G^2+1}}{G^2 . Y^3}$. Acciocchè in amendue le curve domini la stessa scala di forze, fa di mestieri porre $n = \frac{g}{\sqrt{g^2+1}}$, $N = \frac{G}{\sqrt{G^2+1}}$;
Ciò presupposto, in così fatta ipotesi della stessa scala di forze passiamo a definire i tempi periodici, cioè que' tempi, in cui si scorrono le volute BED, HPJ. A tal fine richiamiamo a memoria l'analogismo de' tempi periodici $t : T :: \frac{a}{n} : \frac{A}{N}$, in cui conforme il solito le spezie , A denotano le aree descritte da' raggi vettori. Chiamando $AB = b$, $AD = B$, si troverà l'area ABED descritta dal raggio vettore AB, cioè $a = \frac{g}{4} . \overline{B^2 - b^2}$. Similmente posto $kH = c$, $kI = C$, sarà l'area kHPI, cioè $A = \frac{G}{4} . \overline{C^2 - c^2}$: dunque $t : T :: g . \frac{\overline{B^2-b^2}}{n} : G . \frac{\overline{C^2-c^2}}{N}$
e sur-

e ſurrogando la proporzione di $n : N$, che ſi ha, poſta la ſteſſa ſcala di forze, $t : T :: \sqrt{g^2+1} \cdot \overline{b^2-B^2} : \sqrt{G^2+1} \cdot \overline{C^2-c^2}$. la qual proporzione poiche chiamate le curve BED, HPI $= s$, S, ſi ha $s : S, :: \sqrt{g^2+1} \cdot \overline{B-b} : \sqrt{G^2+1} \cdot \overline{C-c}$, ſi può anche eſprimer nella ſeguente maniera $t : T :: \overline{B+b} \cdot s : \overline{C+c} \cdot S$ Ecco la proporzion de' tempi periodici in due diverſe curve, nelle quali però regni delle forze la ſteſſa ſcala. Ma ſe giudichiamo meglio ſupporre una ſteſſa eſſere la ſpiral logaritmica, egli è evidente, che oltre all'eſſere $g = G$, ſi avrà $b : B :: c : C$: dunque $b^4 : B^2 :: c^2 : C^2$, e dividendo, poi permutando, $b^2 : c^2$, ovvero $B^2 : C^2 :: B^2 - b^2 : C^2 - c^2$: dunque nella ſteſſa ſpirale logiſtica $t : T :: b^2 : c^2 :: B^2 : C^2$, cioè i tempi periodici in ragion duplicata delle minime, ovver delle maſſime diſtanze dal centro, anzi di qualunque altre diſtanze corriſpondenti, ed analoghe. Profeſſa il Cavalier Nevvton, che ne' vortici del Carteſio abbia da oſſervarſi la premeſſa legge; laonde la rifleſſione da me fatta non è inutile per conoſcere, come aveſſero a diriggerſi ne' comuni centri le rivoluzioni della materia ſottile circolante, meſſa in giro dalla vertigine del Sole, e de' Pianeti.

Le ſpirali iperboliche anno le ſottotangenti coſtanti, ed è coſa notabile, che nell'inveſtigare le forze centrali eſſe ſottotangenti g, G ſvaniſcono, e che nella ſormola altra quantità data non ſi rinviene, ſalvo che il coefficiente n, per cui ſecondo la noſtra coſtumanza ſi determina la proporzione fra i tempi parziali, e l'aje da' raggi conduttori deſcritte. Succederà pertanto, che ſia $f : F :: \frac{n^2}{y^3} : \frac{N^2}{Y^3}$. Laonde, acciocchè la ſcala delle forze ſia la medeſima, ſa d'uopo porre $n = N$. Conſerviamo le ſteſſe denominazioni, e fiſſiamo i tempi periodici in due ſpirali. Poichè $t : T :: \frac{a}{n} : \frac{A}{N}$, e nelle ſpirali iperboliche ſi ha $a : A :: g \cdot \overline{B-b} : G \cdot \overline{C-c}$, ſi avrà $t : T :: g \cdot \frac{\overline{B-b}}{n} : G \cdot \frac{\overline{C-c}}{N}$. Pongaſi $n = N$ ad ottenere la ſteſſa ſcala di forze, e avremo $t : T :: g \cdot \overline{B-b} : G \cdot \overline{C-c}$, e però i tempi periodici ſeguiranno la proporzion compoſta delle ſottotangenti, e delle differenze BD, HI fra le diſtanze maſſima, e minima. Che ſe le due ſpirali iperboliche ſieno una medeſima ſpirale, i tempi periodici ſaranno in ragione delle predette differenze: dunque i tempi, onde ſi ſcorrono le volute conſecutive BED, DOF, etc; ſaranno come BD, DF, etc. Non ſarà diſcaro, ch'io mi fermi un momento a conſiderare con qual proporzione vadano creſcendo le BD, DF, etc. S'intenda deſcritto un cerchio col raggio $= g$, e la ſua circonferenza ſi chiami π;

di

di più si denomini la minima ordinata $AB = b$. La serie dell' ordinate crescenti AB, AD, AF, etc. sarà, come segue b, $\frac{g^2}{\frac{g^2 - \pi}{b}}$, $\frac{g^2}{\frac{g^2 - 2\pi}{b}}$, $\frac{g^2}{\frac{g^2 - 3\pi}{b}}$, $\frac{g^2}{\frac{g^2 - 4\pi}{b}}$, etc. Prendendo le differenze de' termini consecutivi, otterremo una nuova serie, da cui verranno espresse le linee BD, DF, etc. $\frac{b\pi}{\frac{g^2 - \pi}{b}}$, $\frac{g^2 \pi.}{\frac{g^2 - \pi}{b} . \frac{g^2 - 2\pi}{b}}$, $\frac{g^2 \pi}{\frac{g^2 - 2\pi}{b} . \frac{g^2 - 3\pi}{b}}$, $\frac{g^2 \pi}{\frac{g^2 - 3\pi}{b} . \frac{g^2 - 4\pi}{b}}$, etc. alle quali vengono ad essere proporzionali i tempi periodici. I nominati tempi serbano parimente la ragione de' prodotti AB. AD, AD. AF, etc. delle minime nelle massime distanze. Fatto il calcolo, e moltiplicati essi prodotti per la quantità costante $\frac{\pi}{g^2}$, ci si tornerà a presentare l'ultima sovvrapposta serie. Questa proporzione fra i tempi periodici s'estende pure generalmente a tutte le spirali iperboliche; imperciocchè avendo io notato, essere $B - b = Bb . \frac{\pi}{g^2}$, e per la stessa ragione $C - c = Cc . \frac{\Pi}{G^2}$, avremo altresì $g . \overline{B - b} = Bb . \frac{\pi}{g}$, $G . \overline{C - c} = Cc \frac{\Pi}{G}$; ma $t : T :: g . \overline{B - b} : G . \overline{C - c}$; dunque $t : T :: Bb . \frac{\pi}{g} : Cc . \frac{\Pi}{G}$, e dividendo i termini terzo, e quarto per le grandezze eguali $\frac{\pi}{g}$, $\frac{\Pi}{G}$, $t : T :: Bb : Cc$; il che eac.

VIII.

Non deggio trascurare una curiosa particolarità: che qualora parecchie traggettorie di genere diverso, e tal fiata infinite soddisfanno ad una sola legge di forze centrali, non basti però ad inferire, che unica sia anco quella, che regola i tempi periodici, la quale in varie curve è differentissima, come ho dimostrato nelle due spezie delle spirali menzionate, e potrei dimostrare nelle altre innumerabili, che allo stesso canone di forze sono soggette; e sappiasi, ch'io parlo de' tempi proprj, e non degl' improprj. Ma la legge prescelta dalla Natura, per cui le impressioni sollecitanti si diminuiscono proporzionatamente all' accrescimento dei quadrati

drati delle distanze, per quello riguarda i tempi periodici, non soggiace ad ambiguità di sorta; nè la gran Maestra se ne sta perplessa in eleggere una spezie di orbite piuttosto che l'altra, ed in regolare i tempi parte sulla scala unica de' conati centripeti comune a tutto il Sistema, e parte sull'indole della traggettoria, cui si fosse data la preferenza.

Le sole ellissi, compreso anche il cerchio, soddisfanno alla interzione della Natura, ed all'artifizio posto in opera nella mirabile struttura dell' Universo, escluse tutte le curve possibili, e fra esse le parabole, e le iperbole, che per non tornare in se stesse, i tempi periodici non ammettono. Così determinata una scala generale direttrice di tutte le planetarie circolazioni, si contempera in maniera l'equazione locale dell'iperboloide colle quantità costanti di ciascheduna ellissi, che non ostante la varietà infinita delle orbite dello stesso genere, i mentovati tempi periodici pigliano norma da un canone fermo, ed invariabile. Qualmente poi si modifichino le azioni, e le reazioni del fluido etereo, o vogliam dire del veicolo della luce, onde nascano que' moti regolari a noi dalle osservazioni astronomiche palesati, come se i Pianeti colle leggi assegnate nel vano camminassero; confesso di non aver polso, nè lena bastante per isvelare l'imbrogliatissimo meccanismo.

Ciò premesso, faccio uso del metodo di esclusione, e dico, che, trattane la legge delle forze centrali, di cui realmente fa uso la Natura, tutte le altre finora considerate, quantunque delle più semplici, accoppiate coi tempi periodici, che legittimamente ne risultano, non facendo io caso degl'improprj, non vanno d'accordo nè col fatto, nè colla ragione, e tirano con seco delle sconvenevolezze. Nelle ellissi riferite al centro, in cui le forze seguitano la proporzione delle distanze, s'incontra la ripugnanza, che tanto più si aumentano gl'impulsi acceleranti, quanto i mobili dal centro comune più si dilungano; e che Saturno Pianeta dal Sole rimotissimo compierebbe la sua rivoluzione nel tempo stesso, che nel suo breve giro c'impiegherebbe Mercurio di tutti il più prossimo. Costituite le forze reciprocamente, come i quadrato-cubi delle lontananze, e direttamente come i cubi i tempi periodici, i globi celesti camminerebbero bensì per le orbite circolari; ma fatto un corto viaggio, ed al più d'una intiera giravolta col corpo situato nel centro anderebbero a congiungersi. Un pari disordine accompagna il canone delle forze in proporzione inversa quadruplicata delle distanze da un punto, che collocato in una estremità del corpo attraente fa figura di polo; imperocchè le epicicloidi, che a tal legge rispondono, con esso polo si uniscono, e terminano in una sola circolazione. Finalmente per quello appartiene alle spirali sopra nomate, i loro andamenti ci mettono anzi gli occhi, che i Pianeti o sempre più all'infinito si dilungherebbon dal Sole, o ad esso maggiormente si accosterebbero: posizione strana, che si tira dietro manifesti assurdi, che nulla importa mettere in vista.

IX.

Peggio interviene, qualunque fiata dassi la forza centrale per una qualche funzione, in cui i valori delle distanze variabili sono mescolati, e confusi con quelli delle quantità costanti, ch'entrano nell' equazione locale della traggettoria, onde non si vegga il modo di svilupparle. In si fatto incontro la coefficiente sussidaria n è presso che inutile, e nulla ci somministra di semplice, e di elegante, e che sia conforme ai fenomeni, ed al magisterio della Natura. Potrei farne la prova nell'ellissi Cassiniana, o nella conica adoprata giusto il metodo di Setto VVardo: ma sarà meglio, ch'io ne pigli l'esemplo dalli eccentrici introdotti dagli Antichi nell'Astronomia. Abbiasi il cerchio AEDB (fig. 14.) e nel diametro AD si segni fuori del centro il punto C, in cui stia posto il Sole. Girando il Pianeta per il perimetro circolare, dimostra il Cavalier Nevvton nella citata proposizione settima, che il conato centripeto in qualsivoglia sito B si espone reciprocamente per il prodotto del quadrato CB nel cubo EB applicato al quadrato AD, cioè per $\frac{\overline{AD}^2}{\overline{CB}^2 . \overline{EB}^3}$. Posta conforme il solito la distanza $CB = y$, il diametro $AD = b$, e l'ordinata normale $CF = g$, attesochè i rettangoli ACD, BCE sono ambo eguali al quadrato CF, avremo il valore di $CE = \frac{g^2}{y}$, e conseguentemente la corda $EB = \frac{g^2}{y} + y = \frac{g^2+y^2}{y}$. Quinci la forza centrale f sarà come $\frac{b^2 y}{\overline{g^2+y^2}^3}$, o più generalmente come $\frac{n^2 . b^2 y}{\overline{g^2+y^2}^3}$.

Lascio agli Analisti la briga di contemplare minutamente le proprietà di questa scala di forze, di cui ci sarebbe molto che dire. Ciò, che fa a mio proposito, si è, che, attesa la mistione della costante g colla variabile y non può conseguirsi, che una sola scala di forze serva al totale Sistema, se non si adempiono due condizioni: l'una, che l'applicata CF (fig. 15.) la quale è perpendicolare al diametro, e passa per il foco C, sia la medesima in tutti i circoli: l'altra, che la coefficiente n stia in ragione reciproca del diametro AD, e si esponga per la frazione $\frac{1}{b}$. In tal caso i cerchj AFD, HFJ, LFK si tagliano ne' punti F, M, e s'incrocicchiano, come appare dalla figura. I tempi periodici poi ci si presentano proporzionali ai cubi dei diametri. Ma applicata ad ogni Pianeta la sua scala particolare di forze, onde non nasca l'inconveniente, che le orbite s'interfichino; allora si rende inoperosa la spezie n, la quale

quale può bensì trovar luogo nell'analogia $f : F :: \frac{n^2 b^2 y}{\overline{gg+yy}^3} : \frac{N^2 B^2 Y}{\overline{GG+YY}^3}$ senza però, che ci si ravvisi alcuna congrua relazione. Per la qual cosa i tempi periodici, ma soltanto impropri, a piacere si determinano in facendo, che nell'analogismo $t : T :: \frac{a}{n} : \frac{A}{N} :: \frac{b^2}{n} : \frac{B^2}{N}$ i tempi si corrispondano in qualunque legge, che più ci aggrada, ed eziandio nella Kepleriana col porre $n : N :: \sqrt{b} : \sqrt{B}$.

Infinite sono le ellissoidi, che dopo una giravolta in sestesse ritornano, parte delle quali anno la proprietà comune coll' Apolloniana, che i rettangoli circoscritti mantengono fra loro la proporzione, che passa fra le aje iscritte; e parte all'opposto di cotale attributo almeno generalmente non sono fornite. E ben lo sanno i Geometri, ch' anno posto studio nelle quadrature degli spazj curvilinei. A queste orbite si dee dar bando dalla Fisica sì per le ragioni allegate, come per quelle, che ci si affacciano ne' casi particolari. Non si faccia dunque conto dell' ellissi del celebre Cassini alla comunale sostituita, che richiede una scala compostissima di forze centrali, di cui ci ha data la espressione il Signor Varignon nelle Memorie della Reale Accademia di Parigi per l'anno 1700, e ch' io mi dispenso di trascrivere. Nelle dette ellissoidi d'amendue le spezie ridotte sotto le più generali formole non è malagevole impresa trovare le scale delle forze dirette a qualsisia foco; ed avendosi alle mani i metodi, che all' inchiesta ci guidano, tutta la fatica consiste in soggettarsi al tedio de' computi. Io so per esperienza, che niente ci si offrirà di semplice, e di ragionevole, onde se ne possa far uso nella scienza della Natura. Egli è ben vero, che in ogni spezie d'esse traggettorie si mantien salvo con qualche straordinario, ed improprio artifizio il canone de' tempi periodici in qualunque funzione delle mezzane distanze a nostro talento, ed anche nella ragione sesquiplicata. Il metodo è stato da me a lungo spiegato; ed intanto lascio considerare al Lettore, se le determinazioni ne' casi più composti possano mai avere qualche congrua connessione colle scale delle forze sollecitanti; e me ne anno somministrato un saggio gli eccentrici de' vecchj Astronomi.

X.

Per lavorare un perfetto Sistema dovea la Natura valersi di curve ovali, che serrano spazio; acciocchè non si permettesse alle stelle erranti di svagare da un capo all'altro del Mondo. Ma ciò non bastava, sebbene in sì fatta sorta di figure curvilinee la più semplice è certamente l'ellissi conica, o cilindrica, sotto il qual genere anco il circolo si comprende. Facea di mestieri fra gl'infiniti punti, che nelle superfizie ellittiche ponno segnarsi, scerre il più opportuno, il più favorevole, anzi l'unico, che fosse a tutte comune, ed in cui meglio che in qualunque altro

 avesse

avesse a collocarsi il centro del globo Solare, verso il quale s'indrizzassero le forze centrali, che con una sola scala mantenessero nella propria orbita ciascuno de' Pianeti primarj. E questo punto, per così dire, privilegiato altrove non si cerchi salvo che in uno de' due fochi delle ellissi, ovvero nei centri de' cerchj, che sono tante ellissi con i due fochi infinitamente vicini. Da tal positura di cose traggon l'origine le leggi delle forze, e de' tempi periodici, e quello, che più importa, la loro scambievole e strettissima dipendenza: particolarità maravigliose, che in altre curve, e nell'ellissi stesse, mutata la situazione del Sole, non trovan luogo, conforme di sopra valendomi del metodo dell'esclusione ho sufficientemente provato.

Posto che nelle due ellissi ABCA, *abca* (fig: 16.), i tempi, in cui si percorrono gli archi FB, *fb*, ovvero IH, *ih*, siano proporzionali ai settori FDB, *fdb*, o pure IEH, *ieh* divisi per le radici de' respettivi parametri, i quadrati de' tempi periodici saranno sempre, come i cubi delle mediocri distanze dai fochi D, o degli assi maggiori A C, *ac*, ovunque se ne stia situato il centro delle forze o nell' umbilico D, o in qualsivoglia altro punto E segnato ad arbitrio. La dimostrazione dipende dalle mie formole. A questo passo io noto, che i perturbamenti cagionati dalle vicendevoli azioni d'un Pianeta con l'altro, e di tutti insieme col Sole operano in maniera, che si altera ora più, ed ora meno, e massime in Saturno, e nella nostra Luna, la scala de' conati centripeti, e l'andamento regolare delle traggettorie ellitticche. Insegna il Cavalier Nevvton, che qualora gl'impulsi stimolanti alla discesa scemano esattamente a misura, che si aumentano i quadrati delle distanze, se ne stanno immote ne' loro siti le assidi A, C, ne l'orbita ABCA si muta giammai di posizione. E giacchè gli afelj camminano con movimento quantunque lentissimo rispetto a quello dell'ordinaria circolazione, ciò non ostante inscrisce il citato Geometra nella sezione 9ª del libro primo alla proposizione 43; e seguenti, che le forze centrali attualmente seguitano una legge di mezzo tra la reciproca duplicata, e la triplicata, ma che di gran lunga più alla prima, che alla seconda si accostano. Non pertanto i tempi periodici tanto de' Pianeti principali, quanto de' secondarj vengono con tal precisione moderati dal canone del Keplero, che nulla può desiderarsi di vantaggio, ne può assegnarsi osservazione astronomica, per delicata che sia, che colla menzionata regola non vada puntualmente d'accordo. Veggasi il lodato Inglese nei fenomeni 1°., 2°, e 4°. premessi al terzo libro dei principj. La regolarità de' suddetti tempi, uno de' più costanti effetti della Natura, ed a cui i nostri discorsi con sicurezza si appoggiano, se mal non diviso, deriva dal predominio, che sempre conserva la legge capitale delle forze, in virtù della quale fisso una volta il valore della tante fiate nominata coefficiente *n* in ragion dimidiata dei parametri, benchè esse forze soffrano qualche picciola perturbazione, onde il Sole titubi nel suo centro, e cangiate le eccentricità, le orbite diventino o più ottuse, o più acute; non pertanto i giri delle assidi, e le anomalie addotte, non faranno sì, che la spezie *n*, e le pro-

por-

porzioni fra i tempi parziali, ed i periodici ammettano una osservabile alterazione.

CAPITOLO SETTIMO

Delle Orbite Celesti.

I.

Essendomi io proposto dietro le vestigia Nevvtoniane di contemplare i moti del Cielo, siccome nascenti da quelle semplicissime leggi, che messe in non calere le azioni, e le reazioni, di cui ho tenuto discorso, in uno spazio vuoto d'ogni materia, ed immune dalle resistenze sarebbero atte a produrli, ed a conservarli; richiede il metodo, di cui mi servo, che si pongano in dimenticanza tutte le ipotesi, che fino ai giorni nostri anno fatto in pubblico una solenne comparsa. Non farò dunque parola de' vortici di Leucippo adottati dal Cartesio, e riformati dall' Ughenio, ne raccorderò ciò, che in questo soggetto anno divisato il Leibinizio, ed il Villemot, ne le accurate sperienze istituite dal Bulfingero, ne per ultimo le sottili meditazioni del Signor Giovanni Bernoulli promulgate con l'occasione di soddisfare ad un quisito della Reale Accademia di Parigi. Questa illustre Società intesa a puntellare il Cartesianismo si studia appostatamente di scegliere que' problemi, che servono in qualche modo a sostenerlo, e ad accreditarlo, non saprei dire con qual profitto. Certe ricerche, nelle quali mancano i dati, e gli elementi, s'ignorano, e talmente si confondono, che non ci si vede artifizio di separarli, e di farne uso, in vece di rischiarare la Fisica celeste, maggiormente la offuscano: ed io penso, che Uomini per altro dottissimi mentre si sforzano di penetrare ben addentro nella proposta materia, e dopo aver detto tutto ciò, che può dirsi di più ricercato, eglino medesimi non ne siano intimamente persuasi.

II.

E' cosa notissima, che i Pianeti girando incessantemente per le orbite ellittiche camminano colla minima velocità nell' Afelio, e colla massima nel Perielio; e che ne' siti intermezzi o si accelerano, o si ritardano; a tal che passano in una semigiravolta per tutti i gradi dall' uno all'altro estremo. Da ciò per una parte si deduce, che le forze centrali per via di minimi aumenti, e diminuzioni variabili temperano, e modificano le celerità de' Pianeti: ma per l'altra parte avendosi a concepire nella primitiva origine delle cose cominciato il movimento in qualche punto della traggettoria, a cagion d'esempio in una delle Assidi; ci viene subito in mente di domandare, donde sia proceduta quella finita velocità, che allora risiedeva nel Pianeta, la quale, tolta di mezzo l'impres-

pressione centripeta, l'avrebbe obbligato a progredire per la tangente con moto equabile all'infinito. La menzionata velocità di traverso, che fa deviar il mobile della linea del piombo, per cui sarebbe discefo stimolato foltanto dai conati centrali, e si sarebbe in progresso congiunto col Sole, si è quella, che lo determina a descrivere una curva ellittica, e tenendolo sempre mai lontano dal centro fra certi limiti, è l'unica cagione, per cui il moto si mantiene eterno nelle replicate circolazioni, che in sestesse ritornano. Ora questa obliqua celerità da qual principio procede? O viene prodotta da un impulso forastiero, ovvero dalla gravità verticale per un dato spazio continuamente applicata colla condizione però, che pervenuto il mobile ad un certo sito, in vece di piombare a basso sia costretto, non si sa come, a mutar direzione. Senza fallo non si ravvisa nel Pianeta, e nel Sole una forza capace di procreare un tal effetto; perchè tutte le azioni mutue si esercitano per la linea retta, che i loro centri congiugne; laonde abbiam sotto gli occhj un fenomeno, che debbe indubitatamente ascriversi alla Divina Provvidenza intesa ad ordinare il prestabilito Sistema.

Galileo Galilei Filosofo del pari perspicace in ogni suo divisamento ne' Dialoghi del Sistema Cosmico, dando corpo ad una Platonica idea, s'immagina il Pianeta collocato nel punto di quiete C (fig. 17.) e sollecitato verso il centro A da una forza creduta da lui costante. Comincierà esso mobile a discendere con moto accelerato per la retta CBA, e guadagnando passo passo, quanto più si discosta dal sito C, nuovi gradi d'impeto, giunto che sia al luogo, per esempio B, si trovi fornito d'una determinata velocità. In tal posizione muti il corpo la sua direzione, o colla celerità acquistata si disponga a continuare il viaggio per la linea trasversale BG: e perchè non cessa d'operare in esso lui la forza centrale, sarà obbligato a camminare per la traggettoria BH; la natura della qual curva dipende, come vedremo, moltissimo dalla scala DEF delle impressioni sollecitanti, molto dalla distanza AB, e dalla sublimità CB, e presso che nulla dalla velocità, da cui il grave si trova affetto nel punto B. Per la qual cosa di cotale finzione Galileana, o meglio d'un tal concepimento di metodo, riformato però a norma delle recenti scoperte, deesi fare un gran caso; perchè ci serve a mettere in chiaro alcune belle particolarità, che per altra strada difficilmente si manifestano.

III.

Sia il centro delle forze in A, e dentro gli assintoti AC, OAO s'intendano delineate fra le infinite possibili analoghe due iperboloidi DEF, *def* di tal indole, che le ordinate BE, CD; B*e*, C*d* sieno sempre in proporzione reciproca de' quadrati delle assisse corrispondenti AB, AC, e ci rappresentino due scale di forze centrali appropiate al presente celeste Sistema. Superiormente ho dimostrato, che se due mobili diretti al centro A principieranno a discendere dal punto di riposo C, uno stimolato successivamente dalle forze contenute nel quadrilineo CBED, e l'altro

e l' altro da quelle, che coſtituiſcono l'area CB*ed*, e ritenendo ambi nel punto B le velocità acquiſtate, ſaranno aſtretti a voltar cammino per la linea BG, e ad innoltrarſi per la nuova direzione, eſſi corpi deſcriveranno la medeſima traggettoria BH quantunque in tempi diverſi, e con differenti celerità. A buon conto tenute ferme le premeſſe condizioni, ſiamo aſſicurati, che le velocità guadagnate nel punto B, le quali all' infinito ponno creſcere, e diminuirſi, non diverſificano nè la ſpezie, nè la poſizione dell' orbita.

Interviene tutto all'opoſto, ogni qual volta ſenza metter mano nella diſtanza AB ſi muta ſemplicemente la ſublimità CB. E perchè è proprietà delle noſtre iperboloidi, che un rettangolo qualunque tra l'aſſiſſa, per eſempio AB, e l'ordinata corriſpondente BE ſia eguale all'aja intiera CBED ſteſa ſuperiormente all'infinito, non ſi vuole laſciar di oſſervare, che ſe la ſublimità CB, per cui ci ſegna la caduta verticale del grave, ſarà infinita, per modo che il quadrato della celerità nel ſito B s' agguagli al doppio rettangolo ABE, la traggettoria BH traſcorſa dal mobile ſarà una parabola. Che ſe il quadrato della velocità in B ſuperaſſe il ſuddetto doppio rettangolo ABE, onde il corpo ſi doveſſe concepire diſceſo da un'altezza più che infinita, o meglio negativa, e preſa al di ſotto del centro A, eſſo deſcriverebbe una iperbola. Per ultimo poſta finita, e poſitiva la ſublimità CB, così che il quadrato della velocità in B ſi trovi minore del doppio rettangolo ABE, in tal caſo l'orbita ritornerà in ſeſteſſa, e ſarà un'elliſſi.

IV.

Prima di proceder oltre fa di meſtieri dimoſtrare ciò, che da me è ſtato ſolamemente enunciato. Se per noi col metodo diretto degl'infiniteſimi ſi cerca generalmente il valore delle ſorze centrali in tutte e tre le ſezioni del cono riferite a i loro umbilichi, ci ſi preſenta la ſeguente equazione $\frac{8n^2 b}{c^2} \times \frac{1}{\overline{AB}^2} = f = BE$, in cui b dinota l'aſſe principale, o ſia nella parabola il diametro infinito, che paſſa per il vertice della curva, nella iperbola l' aſſe traſverſo, e nella elliſſi il maggiore. La ſpezie c poi ſignifica nella iperbola l'aſſe conjugato, e nella elliſſi il minore, e lo ſteſſo pure nella parabola, la quale altro non è, che un elliſſi d'infinita lunghezza. La lettera n eſpone conforme il ſolito la relazione, che paſſa fra i tempi parziali, e le aje deſcritte dai raggi vettori. Battuta la ſteſſa ſtrada, ſi ſcopre l'eſpreſſione generale della velocità in qualunque punto B della traggettoria, cioè $\frac{16n^2}{c^2} \times \overline{\frac{b}{AB} \mp 1} = u^2$. Per quello appartiene alla formola delle forze, eſſa non ci dà alcun indizio, che vegna dal mobile deſcritta piuttoſto una ſezione, che l' altra; e nulla ſi profitta,

quan-

quand' anco in luogo della frazione $\frac{c^2}{b}$ si colloca la quantità equivalente l dinotante il lato retto della curva. L' altra formola concernente le velocità determina il genere della sezione; conciossiachè, se il segno anteposto all' unità è negativo, l'orbita è sempre un'ellissi, ed all' incontro se è affermativo, si volta in una iperbola. Ma se l' unità nel binomio $\frac{b}{AB} \mp 1$ è incomparabile rispetto la quantità $\frac{b}{AB}$, in tal caso la traggettoria degenera in una parabola: lo che succede, assunto l'asse b infinito, supponendo io in queste mie considerazioni finita la distanza AB. Questa curva nascerebbe parimente posta CB finita, ed AB infinita, conforme dal Galileo siamo stati avvertiti, ovvero fatte infinite tanto la distanza AB, quanto la sublimità CB, diriggendo le forze all'altro foco della parabola, che si trova essere dal vertice B infinitamente lontano.

Maneggio ora la cosa per un altro verso, ed osservo, che il quadrato della velocità nel punto B si espone per il doppio spazio CBED, o sia per la doppia differenza fra i due rettangoli ABE, ACD: ma di sopra si è detto, essere $BE = \frac{8n^2 b}{c^2} \times \frac{1}{\overline{AB}^2}$, e di conseguenza $CD = \frac{8n^2 b}{c^2} \times \frac{1}{\overline{AC}^2}$; dunque surrogati i due valori di BC, CD nella equazione $ABE - ACD = \frac{u^2}{2}$, avremo $\frac{16n^2}{c^2} \times \overline{\frac{b}{AB} \mp \frac{b}{AC}} = u^2$. Si noti, che se la linea AC è più che infinita, o finita negativa, allora nel termine $-\frac{b}{AC}$ il segno negativo si converte in affermativo. Facciamoci dopo ciò a paragonare le due espressioni, che ambo ci danno il quadrato della velocità nel punto B, viene a dire $\frac{16n^2}{c^2} \times \overline{\frac{b}{AB} \mp 1} = u^2 = \frac{16n^2}{c^2} \times \overline{\frac{b}{AB} \mp \frac{b}{AC}}$, nelle quali la frazione $\frac{16n^2}{c^2}$ moltiplicante i respettivi binomj in entrambi è comune; e perciò essi binomj saranno eguali, cioè $\frac{b}{AB} \mp 1 = \frac{b}{AB} \mp \frac{b}{AC}$. Si cancelli il termine $\frac{b}{AB}$, che si rinviene in amendue i membri dell'egualità, e resterà $\mp = \mp \frac{b}{AC}$, ovvero $\mp\ b = \mp\ AC$.

Dall' ultima conseguenza nasce una verità importante, ed è, che la retta AC interposta fra il punto di quiete C, ed il centro A, e forma-

ta

ta della distanza A B, e della sublimità B C si trova essere uguale al diametro principale b della sezione. Se dunque il punto B sarà un vertice di qualunque ellissi planetaria, la lunghezza C B della caduta verticale, giusto il concepimento del Galileo, sarà uguale alla distanza del centro solare dal vertice opposto, e per misurarla basterà sottrarre dalla metà dell' asse maggiore la eccentricità. A cagion d'esempio la distanza mediocre della Terra dal Sole è di semidiametri terrestri 22000 secondo il Cassini, e di 374 la sua eccentricità, la quale levata dal semiasse maggiore, avremo 22000–374=21626, altezza in semidiametri terrestri, da cui dovea piombare la Terra verticalmente, perche poi voltata la direzione per la toccante normale all'asse, avesse a descrivere la propia ellissi. Ma questi sono dati astronomici, che per anco non ci si palesano per via della nostra teorica.

Intanto sappiamo, che se il menzionato diametro b è infinito, e sia tale del pari la sublimità C B, la traggettoria è una parabola: e se AC=b fosse negativa, ci si presenterà l' iperbola, di cui si è proprietà d'avere l'asse trasverso negativo, e finalmente l'ellissi, ogni qualvolta sia finito, e positivo l'asse maggiore. Quinci ci si para innanzi una prima fondamentale determinazione, ch'io mi contento di applicare alle sole ellissi. Prendasi il punto C discosto dal centro A delle forze per la data AC; io dico, che il mobile in discendendo dal detto punto di quiete sollecitato da qualsivoglia scala analoga di forze DEF, def, dopo aver passata a piombo qualunque sublimità C B, ed essersi ripiegato per l'angolo di deviazione A B G scelto ad arbitrio, potrà descrivere innumerabili orbite ellittiche tutte però fornite della proprietà d'aver comune l'asse maggiore, ed il minore indeterminato.

V.

E giacchè spesse fiate giova a fine di assortire le precise determinazioni, farsi strada per l' indeterminato, affermo in primo luogo, che, fissa la velocità nel punto B, e la direzione BG sotto l'angolo A B G, questi due dati rendono il problema talmente incerto, che non si viene in notizia neppure della spezie della sezione. In fatti abbia il grave cadendo dal sito C acquistata la velocità cognita in B, che si esprime per la radice del doppio spazio C B E D, e sia finita tanto la sublimità C B, quanto la distanza B A. In tal incontro mutando il mobile direzione per la toccante BG viaggierà, conforme si è detto, per una ellissi.

Facciasi il rettangolo A Be uguale alla suddetta aja C B E D, e tra gli assintoti A C, Ao si delinei un'altra iperboloide analoga def, che passi per il punto segnato e. La superfizie C Bed stesa superiormente all'infinito s' agguaglia al rettangolo A Be, e conseguentemente per la costruzione al quadrilineo C B E D. Per la qual cosa un grave stimolato dalla scala def non può mai, pervenuto che sia al punto B, aver acquistata la detta velocità, se non se discendendo da un'altezza infinita: nella qual ipotesi in vece di percorrere una ellissi sarà obbligato a camminare per

una curva parabolica, non ostante che in B sia animato da un pari impulso, e proceda per la medesima direzione.

Succederà pertanto, che passando altre scale analoghe fra i punti B, ed e, il mobile, che in B della velocità assegnata fosse fornito, dovrebbe piombare da una sublimità più che infinita, o negativa (lo che qualmente possa verificarsi in appresso si spiegherà) ed in tal caso sarebbe costretto a portarsi per un perimetro iperbolico. Se poi le predette scale di forze cadessero al di fuori del punto e, stando ferme le notate circostanze, si descriverebbero tante ellissi fra loro differenti; per guisa che posso segnarne una a mia elezione, e far sì, che colla data velocità in B, e col deviamento BG dal projetto vegna trascorsa. Si avrà un' intera determinazione, e si costruirà la traggettoria in ispezie, ed in particolare, introducendo qualche altro dato. Mi faccio dunque a sciogliere il seguente.

VI.

PROBLEMA PRIMO.

Data la distanza AB, la velocità in B, la direzione BG, ed oltre ciò la forza centrale BE, che incita il grave nel punto B, ci sia ingiunto di determinare il punto di quiete C, da cui cadendo il mobile per il tratto CB acquisti in B l'assegnata celerità.

Giacchè il semi-quadrato della velocità si espone per la differenza fra i due rettangoli ABE, ACD; dunque $\frac{u^2}{2} = ABE - ACD$. E giacchè il quadrato $\overline{AB}^2$ all' altro $\overline{AC}^2$ per la natura della iperboloide DEF sta in proporzione, come CD : BE, hassi la formola $\frac{\overline{AB}^2 \times BE}{\overline{AC}^2} = CD$, dunque surrogato questo valore di CD nella prima equazione, dopo le debite operazioni troveremo $AC = \frac{\overline{AB}^2 \times DE}{ABE - \frac{1}{2} u^2}$: lo che ec.

Corollario primo. Se il rettangolo ABE s' agguaglia alla metà del quadrato u^2, essendo $ABE - \frac{1}{2} u^2 = 0$, la linea AC diventa maggiore di qualsisia data, ed il projetto cammina per una parabola.

Corollario secondo. Che se il prodotto ABE è minore di $\frac{1}{2} u^2$, allora il denominatore della frazione si fa negativo, e tale altresì diventa la retta AC, laonde il mobile precede per una iperbola.

Co.

Corollario terzo. E se all'opposto il suddetto rettangolo A B E supera la quantità $\frac{1}{4} a^2$, si scopre la linea A C finita, e positiva, e conseguentemente il grave descrive un'ellissi.

Scolio. Nelle traggettorie ellittiche, che sono il mio scopo primario (conciossiachè fatto uso della maniera, colla quale il Galileo concepisce generate le velocità trasversali de' Pianeti, facendoli cadere con moto accelerato da un'assegnabile sublimità, si rende manifesto, che la Natura non potèva incamminarli nè per una parabola, nè per un iperbola) abbiasi cognita la distanza media, e subito ci si paleseranno la forza centrale, e la velocità nel ventre dell'orbita, ed appresso il tempo periodico. Ma con tutte queste notizie la curva non si costruisce; imperciocchè nell' ellissi, che hanno comune l'asse maggiore, variato a piacimento il minore, le premesse particolarità nè punto, nè poco si diversificano. Per la qual cosa avendosi a descrivere l'unica traggettoria, per cui a cagion d'esempio progredisce la nostra Terra, ci conviene indispensabilmente assumere qualche altro dato, o l'angolo di deviazione, per cui si determina l'asse minore, o la proporzione fra i tempi parziali, o totali, e le aje descritte dai raggi vettori, la quale il valore del parametro principale ci somministra.

VII.

PROBLEMA SECONDO.

Date le cose come nell' antecedente problema, costruire le traggettorie.

E' proprietà nota delle sezioni del cono, che tirate dai due fochi A, a (Fig. 18., 19., e 20.) ad un punto qualunque B preso nel perimetro della curva le due rette A B, a B, costituiscono esse colla toccante G B E gli angoli A B G, a B E (Fig. 19.) ovvero A B E, a B G (Fig. 18., 20.) da una parte, e dall'altra uguali: da che si ricava, che saranno altresì uguali nelle figure gli angoli C B E, a B E, e che la tangente G B E taglierà per mezzo l'angolo a B C. Ma essendo noto il foco A, e la posizione della tangente G B E, o sia l'angolo C B E, se ad esso farò eguale l'altro E B a, nella linea B a data di posizione sarà collocato il secondo foco di tutte quelle sezioni del cono, che passando per il punto B anno comune la toccante G B E. E per determinare l'altro umbilico nel caso nostro particolare basterà porre la retta B a uguale alla sublimità conosciuta B C. Dati pertanto i due fochi A, a, per i quali passa l'asse della curva, e dato l'asse stesso eguale ad A C, abbiamo quanto si richiede per costruire la traggettoria. La dimostrazione si deduce agevolmente da ciò, che la linea A C finita, e negativa s'agguaglia nell' iperbola all' asse trasverso, e nell' ellissi all' asse maggiore, purchè sia finita, e positiva, ma essendo infinita, dinota il diametro principale nella parabola.

Corollario primo. Se la sublimità CB (Fig. 18.) è maggiore di qualunque quantità assegnabile, il foco a è infinitamente distante dall' altro A, e le due linee aB, AD sono parallele. Si dà dunque di posizione l' asse AD della parabola, e lasciata sovra esso cadere dal punto B la normale BD, e prorogata la tangente GB fino a tanto che lo tagli in E, se l' intercetta ED si dividerà in b per metà, avremo il punto b vertice della curva, ed il suo parametro esposto per 4bA.

Corollario secondo. Per istabilire quando si debba descriver l' iperbola, convien avvertire, che l' iperboloide DEF (Fig. 17.) la quale è la scala delle forze centrali, di sotto all' assintoto AO ha un altro ramo 2D2F simile, ed uguale al superiore, e posto dalla medesima parte rispetto alla linea delle assisse CA2C. Dal che si ricava, che le ordinate 2C2D esperimenti le forze centrali sono sempre positive, e per conseguenza le forze seguitano a sollecitare secondo la direzione CA, e di attraenti si cangiano in ripellenti. Quindi se trovisi AC$=b$ negativa, converrà porre il Pianeta nel punto 2C, presa A2C$=b$, il quale spinto dalle forze repellenti dovrà concepirsi scorrere l' infinita 2C2I, e acquistar la finita velocità eguale alla radice del doppio rettangolo A2C2D. Poscia immaginandoci, che alla parte opposita si trasporti ritenendo l' acquistata velocità, venga accelerato dalla forza attraente per lo spazio infinito IB, nel qual punto B si troverà avere la velocità eguale alla radice della doppia somma de' due rettangoli A2C2D, ABE. Se con tale velocità obliquamente verrà spinto il Pianeta, egli descriverà un' iperbola. A determinarla, posta (Fig. 20.) la retta CA negativa rispetto alla distanza AB, ed essendo per la costruzione BC$=$Ba, ne segue, che tra le due linee AB, Ba ci passi la data differenza CA eguale all' asse trasverso dell' iperbola giusto la nota proprietà d' essa curva. Si stabiliranno i vertici b, m dei due rami opposti bBH, mh col sottrarre dalla retta Aa, che congiugne i due fochi, l' asse trasverso $bm$$=$CA in maniera tale, che restino uguali le due rette Ab, am. Stimo soverchio l' avvertire, che se il mobile diretto al polo A sarà obbligato a percorrere il ramo superiore mr, la forza si volta di centripeta in centrifuga.

Corollario terzo. Nell' ellissi (Fig. 19.) sarà la somma delle due linee AB $+$ B$a$$=$ AC, e fatta mb $=$AC coll' avvertenza, che sieno uguali le rette ab, Am, sarà mb l' asse maggiore della curva, b, m i due vertici, ed A a la doppia eccentricità.

Corollario quarto. Si noti, che tirato dal centro A (Fig. 18., 19., 20.) alla distanza AC un arco di cerchio Cc, o meglio un' intiera periferia, la quale intersechi l' asse in c, le due linee cb, ba saranno uguali. Se dunque il projetto disceso dal punto di riposo c, dopo aver trascorso l' intervallo cb, cangia direzione per la toccante bg perpendicolare all' asse, salva l' intiera velocità acquistata nella caduta verticale, descriverà la medesima orbita bBH. Per la qual cosa facendo uso della vista del Galileo in via di metodo ad oggetto di facilitare le dimostrazioni, non importa da qual punto b, ovvero B si cominci a descrivere la traggettoria. In qualunque supposizione il Pianeta va collocato in pari lontananza dal cen-

centro A nella circonferenza cC, ed ivi dee partirſi dai punti di quiete c, C, e calare a baſſo per gli ſpazi cb, C B ora più grandi, ed ora più piccioli, ſin a tanto che toccato il perimetro dell'orbita ne' ſiti b, B, colla celerità impreſſa muti cammino, e ſeguiti a moverſi giuſto la direzione delle tangenti bg, BG. Adempiute le premeſſe condizioni, il mobile viaggierà ſempre per la ſteſſa curva, e continuerà all'infinito i ſuoi ſucceſſivi rivolgimenti.

VIII.

Scolio. Que' Geometri, che ſi ſono preſa la cura di ſoddisfare al problema inverſo delle forze centrali, che ſerbano la ragione reciproca duplicata delle diſtanze dal centro, dai loro calcoli, chi per una ſtrada, e chi per l'altra, ſono ſtati condotti alla ſeguente formola riferita all'aſſe

$a \mp \frac{cx}{b} = \sqrt{x^2 + y^2}$, la quale ſecondo la diverſa modificazione delle

coſtanti ci dà l'una piuttoſto che l'altra fra le ſezioni coniche. In queſto mentre eſſe coſtanti ſono ſtate aſſunte, ſto per dire, a caſo, e ſiamo per anco perpleſſi intorno il modo di determinare quella preciſa orbita, che, dato l'impulſo, la direzione, e la forza centrale, dee neceſſariamente deſcriverſi. Per le coſe contenute ne' due ſuperiori problemi i predetti dati ci hanno ſervito a trovare la lunghezza della retta A C compoſta della diſtanza A B, e della ſublimità C B (Fig. 18., 19.) ovvero che ne coſtituiſce la differenza (Fig. 20.) ed abbiam veduto, che queſta retta A C s'agguaglia all'aſſe della traggettoria. Inoltre la noſtra coſtruzione ci ſomminiſtra la ſublimità cb, e la diſtanza b A, tolte nella linea, che connette i fochi, ed i vertici della ſezione. E perchè la eſpreſſione addotta prende le aſſiſſe x all'aſſe, andiamo ancor noi in traccia della locale equazione riſultante dalla noſtra foggia di coſtruire. Metto dunque A$c = b$, bA $= g$, l'aſſiſſa qualunque A D $= \mp x$, e l'ordinata D B $= y$, e non ci vorrà

molto a pervenire alla formola $\frac{2g \times \overline{b-g}}{b} \mp \frac{\overline{b-2g}}{b} \times x = \sqrt{x^2+y^2}$ in cui

poſta b finita, e poſitiva ſi ha l'elliſſi, e l'iperbola, qualora è finita, ma negativa, e per ultimo la parabola, qualunque volta b ſia infinita.

Paragonando la mia eſpreſſione coll'antecedente termine per termine,

mi ſi affaccia $a = \frac{2g \times \overline{b-g}}{b}$: ma l'omogeneo di comparazione dinota il ſemi-parametro principale della ſezione, atteſo che la quantità $2g \times \overline{b-g}$ è uguale al ſemi-quadrato del ſecondo aſſe; dunque la ſpezie a nella formola comune altro non importa, che la metà del lato retto. Meſſi a confronto i due ſecondi termini, viene a dire $\frac{c}{b} = \frac{b-2g}{b}$, ſi vede, che nell'uno,

e nell'

e nell'altro il denominatore delle frazioni b significa l'asse $mb = A\,c$, ed i numeratori $c = b - 2g$ espongono l'intervallo A a fra i due fochi della sezione, o sia la doppia eccentricità. Si viene dunque in cognizione, come la generale volgare equazione a qualunque caso particolare si adatti, e come in essa i valori delle costanti assunte abbiano a determinarsi.

IX.

Per compimento della materia, ch' io vo compendiosamente trattando, bisogna dir qualche cosa intorno i tempi consumati da' Pianeti nello scorrere per una qualsivoglia porzione delle lor traggettorie. Mi si parano innanzi due problemi: uno, dato il sito, in cui la stella errante si trova, cercar il tempo: l' altro dato il tempo, cercar il sito. Sopra il primo ci spenderò poche parole; conciossiachè abbiasi la semiellissi BEC (Fig. 21.) nella quale è conosciuto l'asse maggiore BC, e l'eccentricità AD, e la metà del tempo periodico, in cui si cammina il semi-perimetro BEC; si dimanda, in quanto tempo il Pianeta a cagion d' esempio sarà pervenuto dall'afelio B al punto qualunque E. Atteso che il luogo E si suppone noto, saranno cognite l'assissa BK, e l'ordinata KE, e di conseguenza anche l'aje del mezzo segmento EBK, e del triangolo EKD: ma come lo spazio CEB al trilineo EDB, così la metà del tempo periodico al tempo impiegato dal Pianeta nel viaggiare per l'arco BE: dunque questo tempo in virtù dei dati viene a farsi palese.

Il secondo problema, per cui, dato il tempo, fa di mestieri segnare il punto E, al quale sia giunto il Pianeta dopo aver camminato per l' arco BE, è degno dell'attenzione de' Geometri, siccome indispensabilmente necessario a perfezionare l'Astronomia Kepleriana. E perchè il tempo dato sta al periodico in data ragione, e le aje descritte dal raggio conducente sono ai tempi proporzionali, il Lettore a prima vista comprende, che si soddisfa al quisito, tirando dal polo D la retta DE, la quale tagli l'area EDB in data ragione a quella della semi-ellissi BEC. Dal centro A alla distanza AB si descriva il mezzo cerchio BHC, e prolungata l'applicata KE fino in F, stante che lo spazio semicircolare al semielittico sta come HA: IA, e nella medesima proporzione sono altresì i segmenti FKB, EKB, ed i triangoli FDK, EDK, e conseguentemente anco i trilinei FDB, EDB; ne segue, che la stessa data ragione, che corre fra le aje CEB, EDB, passi parimente tra il semicircolo CHB, ed il trilineo FDB. Il problema dunque comparisce sotto un'altro aspetto più semplice, e si riduce a tale, che fisso nel diametro BC il punto D foco dell' ellissi, fa d'uopo tirare la retta DF, dividente il semicircolo BHC in due parti BDF, FDC, che fra loro si rispondano in data ragione.

Sia fatto: e pongasi come la metà del tempo periodico conosciuto al tempo assegnato, così la semiperiferia CHB all' arco EB (Fig. 22.) il quale sarà dato, e condotto il raggio AE, avrassi il settore EAB uguale al trilineo FDB; perchè ambo questi spazj riguardano il semicircolo colle

la medesima proporzione. Quindi levato dall'una, e dall' altra parte il comune settore F A B, resteranno eguali il settore E A F, ed il triangolo F A D. Conseguentemente si avrà l' uguaglianza fra il rettangoli, uno della base A D nella perpendicolare FK, seno retto dell' arco F B; l'altro del raggio A F nell'arco F E: il primo de'quali prodotti è doppio del triangolo F A D, ed il secondo doppio del settore F A E. Mutata l'egualità in analogia sarà come il raggio A B all' eccentricità A D; così la normale F K seno dell'arco F B, all'arco F E. Per la qual cosa si scioglie il problema col partire l'arco dato E B nel punto F in modo, che F K seno dell' arco F B all'arco residuo F E stia in ragion data di B A: A D.

X.

Fra le costruzioni, che mi si sono presentate, ne scelgo una sul gusto antico per via de' luoghi alla superfizie, e simile a quella di Pappo Alessandrino nel Libro 4.° propos.e 28.a delle Matematiche Collezioni, in cui si vale egli della spira rivolta attorno al cilindro per segnare i punti nella quadratrice di Dinostrato. Sopra il semicircolo B H C s' erga la metà d' un cilindro retto, la quale vegna tagliata da un piano, che passando per il diametro B C si ripieghi verso il piano del mezzo cerchio ad angolo semi-retto, e si formi il tronco, ovvero cuneo inferiore espresso dalla figura, circoscritto da due superfizie piane, cioè dal semicircolo B H C, e dalla semiellissi B L C, sezione del cilindro, ed appresso dalla superfizie convessa B L C H B, che corre sotto il nome di superfizie dell' unghia cilindrica. Dal punto dato E cominci ad innalzarsi, e a serpeggiare intorno la superfizie del cilindro la spirale E G di tal natura, che gli archi crescenti E F alle rette verticali F G stiano sempre in data ragione di D A ad A B; e per il punto G, ed altri infiniti similmente determinati s' innoltri l'elice E G. E' cosa chiara, che la spira poggiando in alto, e discostandosi sempre più dalla base E F B uscirà fuori dalla superfizie dell' unghia, e taglierà nel punto G la sezione ellittica B L C, dal qual punto d'incontro lasciata cadere la perpendicolare G F rasente la superfizie cilindrica, segnerà essa nell'arco circolare E B il punto F, di cui si va in traccia; e col condurre al diametro B C la normale F K seno dell' arco F B si avrà soddisfatto alla proposta quistione. In fatti per la natura della nostra elice la retta a piombo G F sta all'arco F E in ragion data di B A : A D: ma per l'inclinazione de' piani B L C, B H C ad angolo semiretto, giusto la costruzione, le linee G F, F K sono eguali; dunque come il seno K F all'arco F E, così il raggio B A all'eccentricità A D: lo che ec.

Scolio. Distesa in piano la superfizie dell' unghia (Fig. 22., 23.) dalla retta (*bbc*) ci viene rappresentata la semiperiferia B H C, e dall' assissa (*be*) l'arco analogo già conosciuto B E. Appresso il perimetro ellittico B L C si trasforma nella linea de' seni (*blc*) e la spirale F G nella linea retta (*e g a*) ripiegata all' asse (*ed*) sotto un dato angolo. Pongasi la normale (*ed*) = (*bl*) = B A, e prolungata la toccante (*ld*) in (*a*), facciasi (*da*) = D A, e congiunti i due punti (*e*) (*a*) colla retta (*ea*), in-

LIBRO SECONDO
PARTE SECONDA
Delle particolarità metafisiche del Sistema.
CAPITOLO PRIMO
Come, e sin a quanto il Mondo dalle leggi necessarie sia regolato.

I.

NOn aspetti il Lettore, conforme ho detto nella Introduzione, ed ora il ripeto, che da me si proponga una delle solite ipotesi, per cui si lusingano i Capi di Setta di mettere anzi gli occhj de'lor Seguaci la struttura dell' Universo; conciossiachè questi sforzi di fantasia sono totalmente alieni dalla mia sobria maniera di filosofare. Ho messe in vista le proprietà più generali della presente mondana costituzione, ed ora discendendo al particolare, dopo aver sparsi i semi d' alquante verità capitali concernenti la materia, la forza, il vuoto, la natura de' fluidi, e delle forze elastiche, mi accingo a tentare, se per avventura se ne possa cogliere un qualche frutto. Mia intenzione non è di adombrare in qualunque modo un Sistema sul modello degli altri da me inventato, ma soltanto di porre in tutto il suo lume alcuni importanti requisiti, senza cui chiaramente si scorge, che una ben regolata costituzione di cose non può sussistere.

A buon conto contentiamoci di quel poco, di cui la nostra ristretta cognizione è capace, ed il rimanente, che trascende di gran lunga l'acume dell' umano intelletto, stiasi sepolto nell' abisso della divina onnipotente Sapienza.

II.

Il nostro Mondo è un maraviglioso misto di necessario, e di libero; di uniforme, e di vario, di spirituale, e di corporeo. Appresso ovunque domina una totale indifferenza in que' subbietti, che sotto l'idea della quantità si comprendono: egli è indispensabile, ch'essi siano modificati da un congruo temperamento, per cui si determini la grandezza, e la divisione della materia, il vigore della forza, e di più il grado della perfezione. E queste sono appunto le particolarità, senza le quali il Sistema non regge, e che io anderò passo passo esponendo.

E primieramente avverto, che nella presente costituzione le cause fisiche inviolabili, e le finali arbitrarie con una mirabile combinazione perpetuamente s' intrecciano, e per così dire s'incorporano. Non ci dia fastidio la novità dell'espressione, che in se contiene un ottimo senso. E vaglia il vero, quando Dio, facendo uso della infinita sua libertà, si dispone a creare una cosa, è necessario, che da qualunque altra la distingua, e la separi, e che conseguentemente la fornisca de' suoi essenziali attributi, tolti di mezzo i quali, non è più la cosa medesima, e degenera o in puro nulla, o in un essere onninamente diverso. Si pretende forse, che Dio possa nella stessa stessissima sostanza raccozzare insieme proprietà contraddittorie, e che nello stesso momento, e con un atto solo di volontà faccia, e disfaccia? Con ciò gli si attribuisce un' assoluta impotenza, ed un volere mancante di esecuzione. Quinci va intesa con discrezione la sentenza stravagante del Poireto, il quale si diede a credere, che l' essenza intima delle creature derivasse immediatamente dalla volontà del Creatore, per guisa che stesse in suo arbitrio il mutarla: ed intanto a cagion d' esempio due unità messe insieme costituiscono il binario, in quanto a lui è così piacciuto, avendo potuto disporre diversamente a suo beneplacito, e far sì, che il vero diventasse falso, o al contrario. Se costui si fosse contentato di ascrivere alla divina onnipotente libertà la scelta delle cose, che doveano far la lor comparsa, onde le rimaste nel cupo del nulla nè della propria essenza, nè degli attributi indi nascenti fosser dotate, io non avrei, che ridire imperciocchè le proprietà intrinseche all'esistenza del prodotto indispensabilmente si appoggiano. Ma il pretendere, che una cosa sia per se stessa indifferente a ricevere qualunque essenza, ed a cangiarla, stando ferma la cosa medesima, è un dar manifestamente di petto nella massima fra tutte l'escogitabili contraddizioni; avvegnachè la predetta cosa sarebbe unica, e non unica, ed innumerabili sostanze in una sola starebbero concentrate, ed al cenno del supremo Facitore prontissime a svilupparsi. Io non capisco, come ciò possa succedere, se Dio non annienta il primo subbietto, ed in suo luogo un'altro non ne produce affatto diverso.

III.

III.

Egli vede in se medesimo, e con una occhiata istantanea tutte le regioni dei possibili, e vede altresì, dando l'esistenza a taluno d' essi, che quegli attributi essenziali, che da noi l'un dopo l' altro si svolgono, sono nel soggetto indissolubilmente medesimati. Pongasi in fatto un circolo, ed il Geometra si faccia a contemplarlo. Durerà fatica costui a svilupparne appoco appoco le affezioni, e dopo averne scoperte parecchie, si accorgerà, che innumerabili restano ancor a svelarsi. Ma tutte queste passioni o note, o sconosciute stanno epilogate, e quasi direi concentrate nell' idea della predetta figura, per modo che del pari il cerchio si annichila o col togliere l'uguaglianza de' raggi, che partano dal centro, e terminano nella periferia, ovvero coll'immaginarsi, che non sia retto l'angolo nel semicircolo. Il divario consiste in ciò, che, esclusa la prima proprietà, non ci formeremo mai in mente la nozione del cerchio, laddove si può da taluno negar la seconda, senza che apparisca l' assurdo. E quinci nascono le segrete contraddizioni, che frequentemente ingombrano i nostri intelletti, e nella nostra ignoranza stanno appiattate. In questo mentre le rette dimostrazioni, che ci somministra la Geometria, l'Aritmetica, e l' Analisi, sono d' una eterna, ed incommutabile verità, ed ognuno sa, quanto spesse vengano ad uso.

IV.

E' fuor di dubbio, essere l'estensione solida il costitutivo della materia; imperocchè levata la trina dimensione, altro obbietto non mi si presenta in sua vece, ed abolita l'inerzia, o l'impenetrabilità, rimane uno spazio vano, ed una mera privazione. Alcuni Metafisici, che si pascono di astrazioni, professano, che la quantità inerte da qualche altro anteriore attributo sia sostentata. E per compiacerli, adottate o le monadi del Leibnizio, o l'esigenze degli Scolastici, io rifletto, che Dio non crea separatamente, e ad una ad una le proprietà essenziali inseparabili da un subbietto, ma il subbietto in solido, che dalle sue proprietà non si distingue, ed è con esso loro una cosa medesimissima. Per la qual causa non bisogna lasciarsi sedurre dalle nostre maniere imperfette di concepire, sto per dire, a sorso a sorso; atteso che se il sommo Facitore deliberasse di annientar la materia, distruggerebbe con un atto solo, ed indivisibile tutti quanti gli attributi, che ad essa competono, e da noi l'un dietro l' altro si contemplano: cioè tanto quelli, che si fingono precedere l'idea della estensione impenetrabile, quanto gli altri, che nascono di conseguenza, come la divisibilità, e la figura. Ed ecco piantata la prima base del Sistema, alla quale si appoggia tutto ciò, che alle affezioni passive de' corpi immediatamente appartiene.

V.

Ora si muova il secondo passo, e sulla materia s'innesti la forza: Già si è detto, ch' esse si danno scambievolmente la mano, e che dal loro commercio spuntano le cagioni, e gli effetti, i quali prendono regola da leggi generali, e stabili, che alla lor natura unicamente si confanno. In progresso dimostrerò contro i Leibniziani, che sì fatte leggi non sono altrimenti di elezione, e di conseguenza, e perciò preferite a qualunque altra immaginabile siccome le più semplici, e le migliori; ma bensì d'una precisa, ed inevitabile necessità, in cui non ha luogo la scelta, e l'arbitrio. Col mutarle, e col surrogarne delle altre a piacimento escono in campo gli assurdi, e non mica fisici, e soltanto ripugnanti alla presente costituzione di cose, ma metafisici, e geometrici, che tirano con seco la contraddizione, carattere dell'assolutamente impossibile. I principj, onde le dette leggi derivano, poggiano all'ultima evidenza, e le conclusioni indi dedotte si dimostrano a tutto rigore, per guisa, che le verità dinamiche vanno del pari colle geometriche. (a)

VI.

Intorno i menzionati canoni fa d'uopo, ch'io ci spenda alquante parole: con che recapitolerò alcuni particolari avvertimenti, che nel progresso di quest'Opera anderò di tempo in tempo esponendo, e colla stessa occasione metterò in buona vista l'ordine, e l'economia del Sistema.

Dalle affezioni passive della materia risulta una legge fondamentale, ed è: che l'inerzia, la quale si oppone al cangiamento di stato, e risponde in qualsisia incontro alla quantità della massa, altro uffizio non esercita, fuorchè distribuire le forze, che sono in azione, senza punto accrescerle, o minorarle. E questa verità è una conseguenza dell'incontrastabile assioma, che la causa piena s'agguaglia all'effetto intero.

C'è poi una costituzione di mezzo, di cui ho fatta parola, quando cioè le potenze si accoppiano con una perfetta quiete, e non agiscono nè poco, nè molto, quantunque sieno capaci d'agire. Dai conati, che reciprocamente si sostengono, e si bilanciano, traggon l'origine gli equilibrj; e l'unica regola, da cui dipendono, in ciò consiste, che le potenze messe

(a) *In questo, ed in altri luoghi promette l'Autore di dimostrare, che le leggi dinamiche non sono di convenienza, ma d'inalterabile necessità. Quantunque nel presente Capitolo, ed altrove una qualche dimostrazione non manchi, pure, siccome chiaramente si esprime nel Capitolo della perfezione del Sistema, egli avea in animo di formarne un Capitolo a parte, il che prevenuto dalla morte non ha eseguito. Questa materia si leggerà trattata distesamente nell'Opera dei principj, e dei metodi della Fisica.*

messe in libertà siano disposte in maniera, che possano produrre in pari tempo azioni pari, e contrarie.

I nisi non impediti, che a misura della lor energia in operare s'impiegano, ci somministrano la legge delle azioni: legge capitale, e fecondissima, che signoreggia, per così esprimermi, la Natura. Un conato in riposo altro non fa, che premere, e che sfiancare; ma qualunque fiata si trova in istato di replicare successivamente i suoi menomi impulsi, ed il mobile, a cui è applicato, per qualche spazio accompagna, la forza si genera, che non va mai disgiunta dal moto attuale, e da cui nascono tutte le mutazioni di stato, che danno norma al nostro Sistema.

VII.

L'ultima legge, che le due prime in se contiene, abbraccia tutto ciò, che c'è di necessario nella materiale disposizione dell' Universo. E quì non si vuole equivocare; conciossiachè la stima dell'azione si desume dal moltiplicare la potenza nella flussione dello spazio, e non mica nell' elemento del tempo, viene a dire dal prodotto fds, e non già dall'altro fdt, e di conseguenza l'azione totale, o l'aggregato delle azioni si esprime per l'integrale $Sfds$, e non per $Sfdt$. Per via di legittima illazione ci si presenta un altro prodotto, cioè la massa moltiplicata nel semi-quadrato della velocità $\frac{mu^2}{2}$, per cui si espone la forza viva proveniente dal cumolo delle azioni, ed al corpo mosso con successive impressioni comunicata.

Abbiansi sempre avanti gli occhj le due formole Leibniziane $fds = mudu$, $Sfds = \frac{mu^2}{2}$, e mettansi da canto le due Cartesiane $fdt = mdu$, $Sfdt = mu$ concernenti le quantità del moto. Pare a primo aspetto, che l'espressione $\frac{mu^2}{2}$ derivi dalla fondamentale $Sfds$ siccome un corollario: e sebbene l'avvertenza è giusta, considerata la cosa in rigor di metodo, c'è però una così stretta connessione fra l'una, e l'altra, che d'entrambe possiam valerci secondo le circostanze. Bene spesso la prima fa figura di causa, e la seconda di effetto, massime nelle potenze continuamente applicate; ma nelle resistenze, permutate le vicende, tutto all'opposto succede, avuto riguardo non già alle operazioni della Natura, che al rovescio si comporta, ma soltanto ai nostri mentali concepimenti. Ma di ciò si è detto abbastanza nel secondo Capitolo del Libro primo, dove della forza si è tenuto a lungo discorso. Per la qual cosa i più periti Matematici ne an fatto uso badando soltanto a quella, che ne' casi particolari vuol essere preferita, perchè meglio conosciuta.

Quin-

Quinci è surto il famoso principio della conservazione delle forze vive, che con tanto profitto nella soluzione de' più sublimi problemi tutto giorno si mette in pratica.

VIII.

Di quel poco, che l'antichità ci ha tramandato, siamo principalmente debitori ad Archimede. I vecchj Fisici a tutt'altro pensavano, fuorchè a rintracciare le leggi della Natura. Solo verso il principio del decorso secolo decimo settimo si è cominciato a veramente filosofare. Della teorica delle forze, e delle velocità composte senz' addurne alcuna prova facevano uso i Meccanici. Intorno le discese de' gravi, e le resistenze de' solidi due nuove scienze ha messo fuori il Galileo. Dappoi l'Ughenio ha scoperti i canoni delle comunicazioni del moto, e delle forze centrifughe. Dallo Snellio ci viene il principio delle refrazioni, e dal Keplero sono state pubblicate alcune regole astronomiche. Non è mio disegno di tessere una storia di tutte le moderne ritrovate. Il punto sta, che le premesse leggi, ed altre di simil fatta, o non erano munite di accurate dimostrazioni, o tal volta scoperte per istrade indirette.

Quinci eravamo all' oscuro della lor mutua dipendenza, e della lor strettissima connessione. Si riputavano onninamente disparate, e che non avendo l'una con l'altra punto che fare, non potessero unirsi 'n colleganza. Per la qual cosa è invalso il pregiudizio, che molti Valentuomini le credono tuttavia non necessarie, ed irrefragabili, ma piuttosto contingenti, ed arbitrarie: con che sovvertono da capo a fondo l' uniformità del Sistema.

Dappoichè il celebre Leonardo Eulero ci ha resi accorti, che la comunicazione dei moti tanto ne'corpi molli, quanto negli elastici deriva dal capitale principio delle azioni, o delle potenze continuamente applicate; dappoichè il P. Vincenzo Riccati ha dedotta dallo stesso fonte l'economia de'conati equipollenti, o delle forze composte; dappoichè io, combinando insieme il canone delle azioni con quello de' movimenti comunicati, ho fatto vedere, che le resistenze de' fluidi ritardanti il corso de' solidi stanno in ragione duplicata dell' attuale velocità, siamo convinti, che la legge principale delle azioni, o delle forze vive, non ostante che si dirami, è sempre mai l'unica, che domina nella presente costituzione di Mondo, e che dirigge da sovrana con prescrizioni immutabili 'l meccanismo della Natura. Per ora nell' importante ricerca mi faccia scorta un celebre Leibiniziano, e sia il Signor Daniele Bernoulli. Egli nel primo Tomo degli Atti dell' Imperiale Accademia di S. Pietro-Burgo, assunti alcuni principj metafisici evidentemente veri, ha geometricamente dimostrata la teorica delle forze composte, o sia equipollenti. A buon conto abbiamo in Natura una legge di precisa necessità, e tale, che non può in conto alcuno alterarsi senza dar di penna agli assiomi irrefragabili, da cui dimostrativamente è stata dedotta. Quindi se l'Autore si fosse accorto, ch' essa indissolubilmente si lega, e si con-

net-

nettè colle altre leggi dinamiche testè memorate, e spezialmente colla principale delle azioni, e delle forze vive, avrebbe mutato parere, nè si sarebbe indotto a riporle nel luogo citato fra quelle di elezione, e di convenienza.

IX.

In questo mentre non occorre lasciarsi raggirare, e convien porre ogni studio per afferrare la legge primaria, e distinguerla dalle secondarie. Di queste molte alle occasioni ci si parano innanzi, e sono a cagion d'esemplo la celerità, e la direzione costante del centro di gravità; l'uguaglianza fra le quantità del moto, e le velocità relative, con altre di simil genere. Non è così facile il ravvisarle, ed il riconoscerle in qualità di accessorie almeno nella loro origine, e come suol dirsi a priori; imperocchè riassunte le due note formole $f ds = m u du$, $f dt = m du$, ed introdotta una terza equazione $ds = u dt$, ovvero $\frac{ds}{u} = dt$ propia de' moti equabili, se nella prima in vece di ds porrò la quantità equivalente $u dt$, e nella seconda in cambio di dt il suo valore $\frac{d}{u}$, una nell'altra si trasforma, per guisa che non so discernere finora, qual delle due faccia mostra di principale, e quale di secondaria.

Il miglior partito per decidere la controversia sarà l'accertarsi, qualmente in molti casi delle predette leggi faccia uso la Natura nel trasferire le forze da massa a massa. Il citato P. Riccati ci ha suggerito un infallibil criterio appoggiato ad un principio metafisico della più chiara evidenza. In qualunque congiuntura di cangiamento di stato quelle leggi, che costantemente sussistono, e di cui la Natura non mai mi si scorda, sono senz'ambiguità le primitive, e le fondamentali. All'opposto le altre, che talvolta reggono, e si mantengono, e sovente mancano, e si trasandano, vanno certamente riposte fra le accessorie. Ben è vero, che spesse fiate fanno lega, ed insieme si associano; ma per discernere a quale delle due assegnate classi appartengano, conviene appunto andar in traccia di que' casi, in cui si disgiungono.

X.

L'Autore aggiugne criterio a criterio. Ogni qual volta le forze successivamente applicate sollecitano il mobile giusto la direzione, per cui esso, attese le circostanze, naturalmente cammina, siamo sicuri, che le leggi d'amendue i generi fanno unitamente la lor comparsa. Se poi succede al contrario, che le potenze acceleranti spingano per una strada, dalla quale il corpo mosso a deviare è costretto, i canoni capitali perseverano intatti, ed i secondarj svaniscono.

Nei

Nei conati, che si compongono, e si risolvono, l'ultima condizione si verifica; e perciò le forze vive nascenti dalle azioni laterali si conservano nella diagonale equipollente nella composizione, e nella resoluzione al rovescio. Ma non ci anno luogo le uguaglianze fra le quantità del moto, che illese non si mantengono. Quindi si scorge nel nostro Sistema un mescolamento d'uniforme, e di vario. L'uniformità si ascriva alle leggi principali, che non ammettono eccettuazione, e che tengono salda la necessaria egualità fra le cagioni, e gli effetti. La varietà si attribuisca alle leggi accessorie, e di conseguenza, che tratto tratto si diversificano, ma che dirette da regole ferme alle nostre cognizioni non si sottraggono, e di moltissimi teoremi arricchiscono la scienza Dinamica.

XI.

Ci si fa innanzi un grand'apparato di verità fisico-matematiche, che in certezza non cedono a quelle della Geometria, e dell'Analisi: anzi accompagnate da queste, e procedendo di conserva acquistano forza, e perspicuità. Così una buona parte di ciò, che puo sapersi intorno le naturali apparenze, è alla nostra portata, e non trascende i nostri per altro poveri divisamenti. Il canone generalissimo delle azioni, e della conservazione immancabile delle forze vive danno norma al presente Sistema. Ed ogni qual volta ci si presentano forze di qualunque genere, movimenti, resistenze, ed in una parola azioni, e reazioni, cause, ed effetti, abbiamo in pronto le leggi, che ci schiudono le porte della Natura, e ci palesano i suoi segreti.

Cotali leggi, che dall'essenza delle cose fluiscono, anno a riporsi nella classe delle immutabili, nelle quali signoreggia una precisa necessità; mercè che le rigorose dimostrazioni non si fondano sul contingente, ed alle imperfette, ed ipotetiche non si appoggiano le vere Scienze, ch' escludono ogni ambiguità. Se ne prenda il saggio dalle discipline matematiche pure, in cui tutto ciò, che si dimostra, sale ad una evidentissima, ed incontrastabile verità, indi si faccia passaggio alle miste, che nelle lor conclusioni da principj fermi dimostrativamente dedotte montano ad un pari grado di certezza.

XII.

Dia il Lettore una scorsa alle profonde meditazioni de' moderni Geometri, e vedrà, quanti astrusi problemi si sono felicemente sviluppati, e qual regia strada siasi aperta ad ulteriori 'nvestigamenti. Egli è vero, che per lo più è malagevole, ed intralciata; avvegnachè la Natura, che ne' suoi computi non s'imbroglia, mesce talmente, e complica i dati, che non ci va fatto frequentemente di svolgergli, e di separarli. Accade bene spesso (e questo si è uno de' maggiori ostacoli) che avendosi a misurare le azioni, s'ignorino le scale delle potenze acceleranti, che producono le forze vi-

ve,

ve, e delle ritardanti, che le estinguono, ed in morte le convertono. In tali casi non mancano alle volte gli opportuni partiti. Conviene da qualche indizio, e sovente assai rimoto, determinare la natura delle curve cercate, ed il Cavalier Nevvton ce ne porge un bell'esempio. Ammonito egli dal Keplero, che i Pianeti giranti intorno il Sole descrivono tante ellissi Appolloniane, il fenomeno ben avverato dall'esperienza gli ha servito di guida per dimostrare, che i Pianeti tanto primarj, quanto secondarj sono spinti verso i lor centri da forze centripete reciprocamente ai quadrati delle respettive distanze proporzionali. Per lo più si suole assumere fra le leggi semplici quella, che ci pare più conveniente; ed è colpo di fortuna, piuttosto che d'industria l'urtare nel segno. Talora il canone, di cui andiamo in traccia, si esprime con una formola generale, sotto cui, quantunque la vera legge siasi senza fallo nascosta, è quasi impossibile il ravvisarla. E con tali mendicati artifizj si corre rischio di dar di petto negli assurdi, e nelle contraddizioni: laonde sarà sempre meglio il sospendere, anzi che precipitare il giudizio.

Non pertanto non bisogna perdersi di coraggio. Le leggi fondamentali già stabilite, i metodi, che non ci abbandonano, il calcolo delle quantità infinitesime, che viene in soccorso, ci danno una ben fondata speranza, che la Fisica si vada di giorno in giorno perfezionando. Non abbiamo a partirci dalle prime mosse, come già fece il Galileo; imperocchè un buon tratto di cammino s'è già compiuto. E sebbene resta un lunghissimo viaggio da intraprendersi, ci andiamo però sempre più accostando alla meta: almeno in quella parte, che abbraccia le leggi di necessità regolatrici, ma non già da se sole, della stupenda fabbrica dell'Universo.

CAPITOLO SECONDO

Delle cause arbitrarie moderatrici del Sistema.

I.

L'Ultima clausola, con cui ho chiuso il precedente Capitolo, cioè che le leggi necessarie da se sole non bastano a compiere il nostro Sistema, non mi è a caso uscita dalla penna. Mi spiego più chiaramente, e mi protesto di abborrire la fatale necessità di Stratone, che bandisce dall'edifizio del Mondo i fini, l'arbitrio, e l'Artefice. Questa brutale necessità mentisce sestessa, e scordatasi d'essere di sua natura ostinata, ed insuperabile tutto dì muta vezzo, ed ai voleri degli Uomini prontamente ubbidisce. In ogni secolo si va alla foggia, e si cangiano i riti, le leggi, i costumi, le arti, le scienze, e persino gl'idiomi, e le religioni. Per la qual cosa non comprendo, qualmente un principio immutabile, e pri-

vo di discernimento disponga se medesimo ad operare con tanta diversità; e da qual fonte derivi una varietà necessaria, ed una variabile necessità: nozioni, che senza un'aperta contraddizione non ponno insieme accoppiarsi. La moderna necessità non è quella de'tempi andati, e non sarà quella de'venturi: e ciò, che più importa, essa si dimostra tenace, e simile a sestessa nel diriggere le azioni sempre uniformi de'bruti, ed incostante nel dar norma alle mutabili degli uomini siccome dipendenti dalla ragione, e dall'arbitrio, su cui non esercita la sua giurisdizione. Qui cade in acconcio un'importantissima riflessione, ed è, che quantunque i canoni, de'quali finora ho fatto parola, siano necessariamente invariabili, siccome dipendenti dall'essenza dell'estensione inerte corredata di forza, ciò non ostante la necessità, che in essi risiede, non esclude la libertà, perchè è una necessità non mica assoluta, ed inesorabile, ma bensì ipotetica, e di conseguenza.

In fatti poteva Dio lasciare la materia nel suo non essere, e cavare dal fondo della sua Onnipotenza creature d'un altro genere, e così costruire un Mondo dal nostrale onninamente diverso, di cui non possiamo formare idea. Non ripugnava, che fosse composto di puri Spiriti dotati soltanto di coscienza, e nissuna necessità costrigneva il sommo Facitore a crear la materia, e vestirla de'suoi sostanziali attributi, ed accompagnarla colla forza, e colle leggi, che da tal associamento risultano. L'Universo dunque, in cui viviamo, ed a cui si è data la preferenza, riconosce la sua origine da un'infinita pienissima libertà.

In questo mentre qualsisia costituzione di cose, che si fosse prescelta, richiedeva indispensabilmente, che nella loro essenza gli enti si stabilissero, e di quelle affezioni si guarnissero, che li fanno sussistere, e delle quali spogliati nel primo nulla ritornerebbero. Dagl'intimi attributi fluiscono le leggi fondamentali, ed immutabili; nè si può concepire un Sistema, che in sestesso non sia ripugnante, ed assurdo, in cui almeno in parte la necessità non faccia la sua comparsa.

II.

Il gran principio della totale inesauribile indifferenza delle cose quante, che di lor natura negli accrescimenti, e nelle diminuzioni non ammettono limite, è il secondo fonte, da cui scaturiscono le particolarità, nelle quali ha luogo l'arbitrio. Regni da per tutto, se mai è possibile, una totale necessità, e ne seguirà di legittima conseguenza, che attualmente esiste tutto ciò, che ci può essere d'estensione inerte, e di forza, e che la divisione va a terminare nell'individuo. Ed in vero non ci è ragione, per cui la necessità operante senza consiglio, e di cui non si può escogitare un agente più necessario, abbia partorito fin dall'eternità un pezzo di materia, e non un altro egualmente privilegiato, e che siasi indotta, non si sa come, a far pausa nel partimento della quantità prima di giugnere al punto. La necessità dunque immaginata da Stratone si lega indissolubilmente con un'altra necessità antecedente, che dove c'è il più, ed

ed il meno, si poggi in fatto per un verso al massimo, e per l'altro al minimo si discenda. Ma quest'infiniti, ed infinitesimi trascendenti ripugnano alla Geometria, conforme a suo luogo ho dimostrato; dunque si dee ripudiare la strana ipotesi, che porta con seco manifeste contraddizioni.

Noi siamo collocati in un Sistema, in cui c'è materia, e forza, ma ambo determinate, e circoscritte dagli assegnati confini tanto per ciò, che concerne la magnitudine, quanto la partigione: altrimenti esce in campo l'impossibile, che non consente, che si pervenga al sommo, ed all'infimo. Frattanto la materia da principio comparsa non può stare se non se sotto una speziale, ed unica dimensione, e sotto un solo congruo partimento. Sappiamo per una parte, che tali determinazioni modificano indispensabilmente il Sistema, ma per l'altra non abbiam'il modo di misurare la quantità de'materiali col disegno della struttura, e coll'intenzione dell'Architetto. Attesa però l'indole delle cose corporee, non ci si scorge assurdo di sorta, per cui non possano ricrescere, e diminuirsi: ed in ciò appunto consiste una proprietà essenziale della estensione solida, che a tutte le grandezze eziandio relativamente infinite, ed infinitesime, fuorchè all'estreme, con pari condescendenza si accomoda.

III.

Abbiasi per massima invincibilmente stabilita, che il nostro Mondo sia un Sistema temperato. E' comune assioma de'Metafisici, che il più, ed il meno non mutino spezie. Ed in fatti può la materia concepirsi esistente sotto qualunque magnitudine, senza che resti in conto alcuno pregiudicata ne'suoi essenziali attributi; in quella guisa appunto che un triangolo, sia grande, o picciolo, è sempre un triangolo fornito delle propie inseparabili affezioni.

Ora chi sa dirmi, qualmente l'estensione impenetrabile nell'eternità addietro abbia dato a sestessa l'essere, ed un essere particolarmente limitato, e fra le innumerevoli ad una sola spezialissima dimensione ristretto? Conciossiachè senza cozzare da un lato colla geometrica impossibilità non poteva ridursi all'atto tutta la materia possibile, e dall'altro canto ripugnava egualmente, che ne uscisse fuori una data porzione a preferenza di qualunque altra simillissima, cui non dee negarsi un pari privilegio di esistere.

Non è egli evidente, che per vincere l'infinita indifferenza della materia fa d'uopo ricorrere al consiglio, all'elezione, all'arbitrio, ed in una parola ad una suprema volontà dotata d'un'infinita Sapienza? A lei toccava prescrivere i confini alla sua grand'opera, metter argine allo smembramento de'corpi, ed animarli con una forza proporzionata, onde in ordine ai fini, ch'ella s'era prefissi, surgesse una costituzione di cose moderata da una ben disposta partecipazione.

IV.

I Filosofi di nuova stampa, richiamando le antiche sentenze screditate da molto tempo, perchè l'opinare va alla foggia, si fanno forti col negar la creazione siccome ripugnante ai dettami d'un retto discorso, ed anno sempre in bocca il vecchio pronunziato *ex nihilo nihil*. Ma stante la premessa osservazione intorno l'indifferenza della materia, con fiducia asserisco, essere onninamente impossibile, che il Mondo sia comparso, se in qualche tempo non è stato creato. Come vuolsi accordare nel medesimo Sistema l'eternità indeterminabile con la mole, col partimento, e colla forza, tutt'e tre modificazioni determinate?

Aristotele, cui non diè noja l'incongruenza, pose bensì l'Universo eterno, ma finito, e condannò il primo Motore a girar sempre mai la vasta mola del primo mobile. Gli altri antichi Filosofanti opinarono più coerentemente, e sono stati seguitati da alcuni Moderni, accoppiando l'eternità della durata colla immensità dello spazio: sebbene le Scienze matematiche non erano per anco giunte a tal precisione, che insegnassero a distinguere gl'infiniti relativi di varj ordini dall'assoluto. Renato Cartesio, il quale assegnò al Mondo un'origine temporanea, in parlando dell'ampiezza della trina dimensione da lui confusa colla materia inerte, s'ingegnò di coprire la sconvenevolezza sotto il velo d'un vocabolo, chiamandola indefinita per non dirla assolutamente infinita.

V.

Ma se non può conciliarsi coll'austera Geometria l'infinito trascendente in quel genere di cose, che all'idea generale della quantità si sottopongono, bramerei sapere, per qual motivo si pretenda di addossare una ripugnante infinità al numero degli effetti, ed alla serie delle successioni? Dirà forse taluno, che la massima può verificarsi nella quantità continua, e non nella discreta, che per così esprimermi è fuggiticcia, e non permanente. Le dimostrazioni militano del pari in ambo le spezie della quantità, che si porgono scambievolmente la mano; imperocchè chi mi vieta d'accoppiarle insieme, per esempio lo spazio col moto, e col tempo, investigando il viaggio per linea retta, che avrebbe compiuto un corpo, se si fosse mosso per tutta l'eternità passata con una data velocità?

In Dio l'infinito assoluto si lega coll'unità, e l'eternità trascorsa si congiugne colla futura, onde risulta quel sempre mai, che non ha prima, nè poi, e si ristrigne in un eterno, indivisibil momento, definito ottimamente da Boezio *interminabilis vitæ tota simul, & perfecta possessio*. Ma quando mi accingo a conciliare l'eternità anteriore col tempo alle cose successive applicandola, mi confondo, e la Geometria, e l'Analisi non sa, sotto qual classe d'infiniti abbia a collocarsi. Essa si nasconde nell'abisso de' secoli, e pare che non ci sia infinito, che la pareggi, e per questo capo deggio riputarla trascendentemente infinita. Ma come ciò? se di continuo

tinuo vi si aggiungono giorni, ed anni, per modo che non può mai pervenire all' infinità suprema, se non si unisse alla durazione ventura, la quale non è possibile, che si esaurisca. Appresso ho notato in altra occasione, che per quanto in avvenire si moltiplichino i secoli l'un dietro l'altro, non si valica mai oltre i limiti del finito; e perciò non ripugna, che il creato abbia necessariamente avuto principio, e non sia per aver fine: e di più si scorge, che la durata, cui l'eternità antecedente in progresso, e passo passo va guadagnando, rispetto ad essa siccome una quantità infinitesima, non è comparabile.

Queste stravaganti ambiguità, che odorano di contraddizione, mi fanno conchiudere, esserci stato un tempo, in cui il nostro Mondo non ci era; e ch'essendo impercettibile, che da sestesso siasi all' improvviso prodotto, e facendo di se novella mostra, abbia detto in quell' ora fortunata eccomi, dobbiam confessare, che non poteva altrimenti nascere, se non se per via di creazione: quando cioè Dio Otttmo Massimo, volgendo verso lui l'atto della sua libera beneficenza, si è compiacciuto di estraerlo dal suo non essere. Ne ci volea meno d'una immensa possanza, e d'un sovrano arbitrio per dominare l'indifferenza delle cose possibili, e massime di quelle, che si sono ridotte all'attualità, e sopra tutto per segnare l'epoca della loro comparsa. A buon conto si è messa in chiaro una rilevante particolarità del Sistema, per cui siam convinti, che, se c'è la fabbrica, c'è l'Architetto, il quale ha creato i materiali, e relativamente a' suoi disegni gli ha distribuiti con una maravigliosa euritmia. E così siamo illuminati, che il retto raziocinio umano puntualmente si accorda colla rivelazione Divina. Si deponga dunque l'invalso, e radicato pregiudizio, che la Creazione dell' Universo fosse un mistero talmente superiore alla nostra capacità, che non potesse mai provarsi con ragioni concludenti dedotte dai principj d'una sincera Filosofia.

VI.

Molto meglio delle proprietà principali della materia dagli agenti liberi si diriggono le secondarie, fra le quali conto le grandezze, le figure, ed i loro innumerabili combinamenti, le diverse positure, la miscela del pieno col vacuo; e per ciò, che concerne la forza, la direzione varia de' moti, e le composizioni, e resoluzioni differenti delle potenze. Farebbe d'uopo, ch'io dessi una ripassata a tutta l'ampiezza della Fisica per proporre un semplice saggio, qualmente alle occasioni delle accennate particolarità possa far uso l'arbitrio. Ed appunto questo si è il terzo canone, di cui l'Autore delle cose si è valso per costruire, ed ordinare la sua grand' Opera, e di cui si servono anco gli uomini ne' lor giornalieri lavori. Sfiorerò parcamente il soggetto, perchè troppo ci vorrebbe a riandare le fatture umane, ed assai più le Divine, le quali non sottoposte per lo più al criterio de' sensi nel bujo della Natura si appiattano. Basti per ora il sapere, che gli agenti, i quali fan uso della lor libertà, in tal maniera si adoperano.

E pri-

E primieramente ogni pezzo di materia o grande, o piccolo è per sestesso indifferentissimo a ricevere qualunque figura, e bene spesso a mutarla con pari prontezza. Della creta tenera quante stoviglie forma il vasajo, e del marmo duro, e del legno quante statue può cavar lo Scultore?

> *Olim truncus eram ficulnus, inutile lignum,*
> *Cum faber incertus, faceret scamnum, an ne Priapum,*
> *Maluit esse Deum.*

Inoltre certe particolari figure in una speziale maniera disposte si rendono talmente necessarie, che in altro modo non si può conseguire l' intento. Come vuolsi, che senza le ruote dentate, e senza gli altri ordigni industriosamente collocati si fabbrichi un oriuolo? I lavori a mosaico si formano con pietruzze di varie grandezze, e di differenti colori accoppiate con artifizio a norma del disegno ideato dal Pittore. Quì mi faccio un passo indietro, e domando, se i primitivi elementi siano tutti d'una grandezza, e d'una figura. Ignoro cosa sieno per rispondermi i Discepoli di Stratone. La necessità assoluta esclude senza fallo la varietà: e posto ciò, lascio loro l' impaccio di spiegare, in che consista la differente natura de'fisici composti. Di tal uniformità non si compiacque Epicuro. Condescendo per urbanità, che gli atomi possono a caso combinarsi, ma non si vuol concedere, che siano nati a caso. Non si sarebbero mai raccozzati per formare il nostro Mondo, se non fossero diversi di figure, e di magnitudini. Qualmente poi uno sia tondo, e l'altro cubico, l'uno più minuto, e l'altro più massiccio fino dalla lor eterna origine, chi me ne sa render ragione? Egli è manifesto, che nell' ipotesi degli Atomisti la cosa altrimenti non dovea succedere: ma perchè così sia accaduto, ci vuole fuor d'ogni dubbio un agente, che vi ci sia adoperato. E se con una petizion di principio l'evento al caso si ascrive, bisogna confessare, che il caso, non si sa come, si è prefisso un massimo fine.

Sopra le direzioni dei mobili, e le potenze equipollenti esercita la sua giurisdizione l'umana volontà. Fanno colpo le palle da cannone o per diretto, o di riflesso, dove più piace ad un bravo Ingegnere. Due conati si obbligano ad operar di conserva, ed a produrre effetti ora più gagliardi, ed ora più fievoli giusto la nostra intenzione, dipendendo ciò fino ad un certo segno dall'angolo acuto, o ottuso, con cui si congiungono, e si applicano.

Arroge esserci parecchie proprietà ne' corpi, ch'io soglio chiamar sistematiche, perchè suppongono il Sistema già stabilito, per esempio la durezza, la fluidità, le forze centrifughe, e centripete, la virtù elastica, e la magnetica, ad altre di simil tempra, le quali a nostro senno si contemperano. Quante volte a mio beneplacito un liquido si rassoda, ed un solido si scioglie, e fluisce. Un grave si fa discendere più celere, e più lento, ora per la linea del piombo, ed ora per una curva, o per un piano inclinato. Colle compressioni, e colle percosse avviene, che i corpi s' indurino, si costipino, e si avvalori di conseguenza l'energia delle molle,

Si

Si aumenta di molto il vigore d' una calamita con armarla di ferro, ed all' intorno si attutisce ungendola d' olio, o infocandola.

VII.

In somiglianti guise si comporta la Natura. Dee preparare opportunamente le grandezze, e le figure elementari, indi combinarle, e collocarle nei debiti siti, frammettendoci più, o meno vuoto secondo l' esigenza del composto più raro, o più denso, che si prende di mira. Questi primitivi requisiti sono indispensabili, perchè spunti un prodotto piuttosto che l' altro nascente da un differente combinamento, e perchè dalla stessa pasta corporea misti totalmente diversi traggan l' origine.

Chi poi presimerà di tener dietro a' tutti gl' impercettibili magisterj adoprati dal sapientissimo Artefice nel fornire le cose di quelle individuanti qualità, che dall' altre le distinguono, e nel lor essere le costituiscono, onde un pezzo di materia di sua natura omogenea, e varia soltanto negli accidentali accoppiamenti sia fuoco, un pezzo sia terra, o acqua, e gli altri comparifcano in figura di piante, d' animali, ed in somma di tutti quegl' innumerabili producimenti, che con mutue strettissime relazioni si corrispondono, e dal mirabile complesso de' quali si compone il presente Universo?

Dalla notata varietà non si debbe dedurre la falsa conseguenza, che i misti si formino di elementi sostanzialmente diversi: opinione, che sarà da me a suo tempo concludentemente impugnata. Oltre la materia, e la forza mal s' introducono in Fisica essenze ignote, e qualità immaginarie piuttosto enunciate con vocaboli nudi di significato, che concepute con idee nette, e precise.

VIII.

Le premesse avvertenze m' invitano ad esaminare una curiosa quistione, ed è: se preservata nel suo stato la quantità della materia, e della forza, e sussistendo nel lor vigore le leggi immutabili della Natura, sia possibile, che Dio col modificare semplicemente le menzionate proprietà secondarie cavi fuori dalla medesima massa un altro ordine ben concertato di cose onninamente discrepante dal nostro, e forse lavorato con miglior simetria. Io non ci vedo ripugnanza, ed in prova del detto adduco alcune plausibili conghietture. Sterminata oltre ogni credere si è la moltitudine de' combinamenti, che la materia ubbidiente può in se stessa ricevere, siccome guarnita d'una totale pienissima indifferenza. Innumerabili senza dubbio saranno i mal conformati, e gli assurdi, ma molti d' essi compariranno alla Mente Divina, che tutti in un'occhiata li vede, buoni nel loro essere, e ben disposti, fra quali attesochè non sono infiniti, massimamente tenute salde le figure, e le grandezze de' primordiali elementi, sarà di se mostra il relativamente ottimo, che da Dio giusto le sue intenzioni a luogo, e tempo sarà forse riserbato, e prescelto.

Mi vaglio d' un esempio rozzo bensì, ma confacente al mio proposito. Quante figure irregolari a caso nella cera s' imprimono? Ma da

un

un perito Artefice maneggiata ci rappresenta e fiori, e frutta, e ritratti, ed animali, ed imita egli tutto ciò, che vuole. Ciascuna statuetta può essere nel suo genere benissimo effigiata, ma perchè in tutte non si richiede una pari industria, dagl' intelligenti non sono egualmente apprezzate. Ora la materia creata nella mano di Dio è cera molle prontissima a suo beneplacito a prendere quelle forme, che meglio ai fini da Lui prefissi rispondono. In tali mutazioni, di cui non sappiam render conto, basta, che non si ravvisi sconvenevolezza.

Di fatto da parecchj secoli il nostro Mondo sussiste bello, ed intero, quantunque di giorno in giorno si diversifichi. Il Sistema d'oggi esattamente non è quello di jeri, nè quel di domane, cangiandosi tutto dì sotto gli occhj nostri i successivi prodotti, i quali sono fra loro simili, ma non simili simi; imperciocchè nella stessa spezie di cose si nota sempre mai una qualche minuta discrepanza, onde il vario si accoppia coll' uniforme. Qual maravaglia è dunque, che il Supremo Fattore possa riformare da capo a fondo la sua fattura, e mettere sotto un altro aspetto la vasta mole dell' Universo?

IX.

Io mi compaccio di questo punto di veduta, e resto pago in me stesso osservando, che la Fisica si concilia ottimamente colla Religione. La Fede m' insegna, che il Mondo, in cui sono nato, ad alcune alterazioni è stato per l' addietro soggetto, e che l' ultima metamorfosi, che si sta aspettando nel fine delle generazioni, sarà fuor di modo strepitosa, e stupenda. *Erit Cœlum novum, & Terra nova*. Non si distruggeranno dunque la Terra, e il Cielo, ne tampoco la materia, di cui sono presentemente composti, ma spogliata l' antica veste, d' una novella, ed insolita si abbiglieranno.

Quando da principio nelle sei giornate, di cui Mosè divinamente ispirato ha tessuta la storia, il Mondo si andava appoco appoco formando, ogni dì mutava faccia, ed acquistava maggior perfezione, sino a tanto che dal Creatore è stato ridotto passo passo all' intero suo compimento. La prevaricazione di Adamo ha disguisato in parte la Terra rimasta pregiudicata nella sua primiera secondità. Gli animali si sono ribellati dall' Uomo, che sopra d'essi esercitava un pieno dominio; la mente umana è stata in parte spogliata dell' imperio, con cui reggeva il suo corpo, e la concupiscenza ha prese l' armi contro la ragione.

Gravissimo fu lo sconcerto cagionato dall' universale Diluvio, e tuttavia ne restano le vestigia. L' Inglese Signor Burnet ci ha data la teorica della Terra anti-diluviana, ed ha fatto pompa d' ingegno, e di erudizione. Ma non bisogna prestar fede a tutto ciò, che l' Autore vassi immaginando, e ne pure in quella parte, che più da presso appartiene alla Fisica. Quale struttura di Mondo alla nostrale sia per succedere, chi può saperlo? Le massime istillatemi dalla Religione mi dettano, che surgerà rispetto a noi una costituzione di cose, in cui saran una bella mostra di se i Divini attributi, i quali maggiormente verranno a manifestarsi.

C A-

CAPITOLO TERZO

In qual modo le cause necessarie ubbidiscano alle finali.

I.

E' tempo ormai, che si muti scena, e che la Fisica sotto un altro aspetto ci si presenti. Entriamo dunque, ma con maggiore suppofizione senza però smarrirci d'animo in un paese poco conosciuto, nel quale ad ogni passo s'incontrano intoppi, e perplessità. Egli è vero, che le leggi fondate sulla necessità non ci abbandonano, ma si mescolano con quelle d'un altro genere, le quali pigliando di mira i fini, a tempo, e luogo delle necessarie sanno servirsi. Quando siamo certificati, che di taluna di queste la Natura si serve, non conviene fermarsi, ma fa d'uopo avanzar cammino, indagando accuratamente in che circostanze, per qual disegno, e con che maestria se ne faccia l'applicazione. Ora chi può tener dietro ai disegni d'una sapientissima Provvidenza? Talvolta ne traspira un qualche barlume, ma per farne buon uso conviene, che si uniscano in confederazione la Metafisica, e la Geometria; che non solamente il vero si separi dal falso, ma dal dubbio, e dal verisimile; e ciò, che più rileva, che l'ignoto si lasci nelle sue tenebre. Stiamo guardinghi di non allentare la briglia alla fantasia, spacciando a larga mano conghietture, ed ipotesi, e non si dia a' nostri divisamenti quel peso, che non anno, e forse non son mai per avere.

Oltre ciò ci vuole un buon peculio di storia naturale, delle sperienze, che si son fatte, e che tutto dì si vanno facendo, e delle macchine, e degli stromenti inventati da' Fisici per iscandagliare il fondo della Natura. Le osservazioni frequenti, ed accurate sono altrettanti interrogatorj, per cui la nostra Maestra ad istruirci ci stimola, ed ella tal fiata con benignità ci risponde. Sopra tutto conviene addestrarsi a sagacemente discorrere, onde non ci sfuggano alcune importanti verità, che ci stanno per così dire anzi gli occhj, e che per ravvisarle bastava verso loro voltar la vista. Interrotto una volta per mancanza di attenzione il filo del raziocinio, si perde miseramente una lunga serie di cognizioni, ch'erano di nostra giurisdizione.

II.

Base fondamentale di qualsivoglia creata costituzione di cose si è un ben ordinato temperamento. E perchè la presente partecipazione è passata sotto i riflessi al pari d'ogni altra possibile, ed è stata prescelta da un

infinito sapere, ammutiscano gli arditi Fisici nemici giurati delle cagioni finali; imperocchè non mi daranno mai ad intendere, che non siasi tolto di mira un fine primario accompagnato da innumerevoli secondarj, che quasi tanti raggj diretti ad un comun centro nel principale cospirano.

Adunque io dico, che non si speri mai di avere una mediocre contezza della Scienza naturale, mentre si perdan di vista le cause finali. Coll' arrogarsi di spiegar tutti i fenomeni per via di sole cagioni efficienti, e per via di leggi immutabili, e col gittarsi, per così esprimermi, in braccio d'una insensata necessità, io consento, che di molte apparenze fisiche si renda una manifesta ragione. Ma alquanti saggi appunto ci fanno troppo audaci per non dir temerarj; imperciocchè da quel pochissimo, che ci è riuscito di svelare, prendiam coraggio di stendere generalmente il metodo alla totale università degli effetti. E pure chi così la discorre, dovrebbe accorgersi, che gli resta dietro le spalle assai più, che la metà della Natura.

III.

Orsù abbia Dio creata la materia, e guarnitala d' essenziali attributi, l'abbia messa in azione, animandola colla forza, e da tale assortimento siano surte le leggi da me scoperte d' inevitabile necessità, e capitali nella presente struttura. Egli le ha volute siccome confacenti a' suoi disegni, ed il riformarle sarebbe un annientare i subbietti, dall' essenza de' quali immediatamente fluiscono.

Sia tutto ciò vero: per questo ne segue forse, che le predette leggi senza punto diversificarsi al beneplacito del Sommo Facitore non ubbidiscano? Egli non perde il diritto di valersene a norma de' suoi fini, e dalle sue stesse fatture non è legato coi laccj d'una fatale, assoluta necessità. E vaglia il vero; se agli Uomini di ragione, e di libertà dotati non è disdetto di servirsi alle occasioni delle leggi naturali, quantunque invariabili, sulle quali non anno imperio, non mica in conto alcuno alterandole, ma semplicemente coll'applicarle ai loro intenti, ed ai loro bisogni; sarà oltre ogni credere presontuoso, chi tenterà di spogliare Iddio d' una prerogativa da Lui in grado trascendente posseduta, ed a noi in qualche modo, e colle debite restrizioni benignamente comunicata. Quì non sarà fuor di proposito confermarla con un esempio, facendomi scala d' una elegante struttura umana per poggiare a un' altra Divina.

IV.

E' noto il canone delle refrazioni, almeno per via d'esperienza; attesochè non è stato per anco dimostrato a tutto rigore, avendo i Matematici battute strade non sol diverse, ma direttamente contrarie. Le linee lucide, che passano obliquamente da un diafano raro ad un più denso, deviano dal retto sentiero, ed alla perpendicolare si accostano: laddove succede al rovescio, quando entrano in un mezzo raro dopo aver

cam-

camminato per lo più denso. Ed abbiasi per regola ferma, che i seni degli angoli d'inclinazione ai seni degli angoli refratti stanno sempre in costante proporzione, la quale si varia a misura, che le densità, e le tenacità de' mezzi trasparenti si diversificano.

In questa legge inalterabile non mette mano l'industria umana, che non può sforzar la Natura, ed obbligarla ad operare a suo senno. Come dunque si comporta? Fa sì, che la legge stessa senza mutarsi a' suoi disegni si sottoponga: e ciò conseguisce collo scerre la materia appropiata, e col determinar le figure. Si è data al vetro, che a nostro piacimento si maneggia, la preferenza; ma il Conte Giovanni Rizzetti ha suggerite le lenti acqueo-vitree sceme quelle, che meglio correggono le abberrazioni. In ordine poi alle figure è venuta in soccorso la Geometria, e si sono esaminati principalmente i segmenti sferici o convessi, o concavi assieme accoppiati, ed inoltre le lenti piano-convesse, o piano-concave, ne si sono trasandate le nascenti dalle sezioni del cono, cioè le paraboliche, l'ellitiche, e le iperboliche.

Con tali artifizj s'è ottenuto di far viaggiare i raggj per le direzioni più confacenti, in guisa che ora si unissero in un punto, cui si da nome di foco, ed ora sortissero paralleli. Se altro benefizio non se ne fosse tratto, si è provveduto alle viste inferme de' miopi, e de' presbiti, e si è abilitata la vecchiaja a far buon uso degli occhj resi dall'età difettosi. E mentre bastano un pajo d' occhiali appropiati, oggidì si risparmiano i collirj dagli antichi medici Greci, Romani, ed Arabi inutilmente suggeriti, che se non accrescevano il male, almeno non ci porgevan rimedio. Combinando poscia le varie spezie di lenti, e ne' siti opportuni assortendole giusto le regole della Diottrica, è comparso il grand' apparato di cannocchiali, e di microcospj, cui si aggiungano l'occhio artifiziale, ed il tubo cata-diottrico inventato da Jacopo Gregorio Scozzese, e che passato per le mani del Cavalier Nevvton ha presa la denominazione di Nevvtoniano. Non si mettano in dimenticanza le gran lenti caustiche, ed obbiettive del Signor di Thirchnaus; indi dando una scorsa agli effetti mirabili di accostare a noi, e d'ingrandire gli obbietti lontani, e ne' vicini di farci veder l'invisibile, nieghi chi può, che l'arbitrio umano alla necessità non comandi, e che le leggi impreteribili della Natura non servano ai nostri bisogni, ed alla nostra curiosità. Certamente i raggj lucidi non aveano imparato a camminare regolarmente per nuove strade, ed inusitate, ne la necessità s'era preso l'impaccio di fare ad essi la scorta, prima che gli Uomini si fossero addestrati in lavorare, e pulire magistralmente i cristalli.

V.

Poste da canto le fatture degli Uomini, mi accingo col debito ossequio a contemplar le Divine. Benchè paja, che i teoremi diottrici ci diano un qualche settore della fabbrica dell'occhio, non pertanto poco se ne sa, massimamente se si stendono le perquisizioni agli occhj degli

Gg 2 uccel-

uccelli, de' pesci, degli animali anfibj, de' serpenti, e degl'insetti. Siamo unicamente certi, che il canone delle refrazioni in qualsivoglia caso sussiste illeso; ma come vegna temperato, onde ubbidisca ai varj fini del grand' Artefice, ed alla particolar indole de' viventi a meraviglia si adatti, sono problemi, che vincon d'assai la nostra sagacità.

Il Citato Conte Rizzetti in una sua lettera stampata nel primo Tomo de' supplementi al Giornale d'Italia ci ha dato un elegante saggio di ciò, che nell'occhio umano si sperimenta. Primieramente egli è manifesto, che per avere una buona visione fa d'uopo, che i raggj, i quali si partono da un punto dell'obbietto, ed a traverso degli umori dell' occhio si fanno strada, in un punto della retina fisicamente si uniscano. A tal esatto congiugnimenro due circostanze si oppongono: l'una si è l'abberrazione cagionata dalla figura del globo oculare tanto ne' raggj centrali, che dai punti di mezzo dell'oggetto alla pupilla si mandano, quanto nei secondarj, che si trasmettono dai punti estremi. Dell' altra dipendente dal dispergimento, o sia diffrazione del lume scoperta dal Gesuita Grimaldi, e su cui il Cavalier Nevvton ha fondata la sua teorica de' colori, non se ne dee guari tener conto; attesochè per confessione dell' Autore Inglese nella settima propos.e dell' Ottica, e ciò, che più rileva, per la quotidiana sperienza essa o nulla, o pochissimo turba la vista: e la ragione ne viene addotta dal suddetto Rizzetti nella sua Opera intitolata *De luminis affectionibus*.

Ora delle due abberrazioni o centrali, o estreme, che sono i limiti delle intermedie, talvolta supera l'una, e talvolta l'altra secondo i casi, onde a differenti anomalie è soggetta la nostra vista. L' occhio più facilmente si conforma ai raggj paralleli, che ai divergenti, ed ai convergenti; ed essendo picciola negli obbietti remoti l' abberrazione secondaria, e più sensibile la principale, ne segue, che si apre un largo campo, e si vedono il tutto, e le parti maggiori ben contornate, e distinte, ed all' incontro le più minute disguisate, e confuse. Nelle cose troppo vicine il campo si ristrigne, e la vista si rende inutile, se non è avvalorata dal microscopio; perche entrambe le abberrazioni coi raggj avventizj velano i punti di distinzione, e cancellano le immagini.

Nelle mediocri distanze, in cui maggiormente importa il discernere gli oggetti, doveano le menzionate imperfezioni nascenti dalle leggi delle refrazioni già prestabilite in Natura nel miglior modo emendarsi. Si è dunque costrutto un organo vivo corredato di muscoli, ed atto a disporsi fino ad un certo segno in figure ora più acute, ed ora più ottuse per conformarsi alle differenti lontananze delle cose visibili. Negli obbietti poi, che ci si presentan dai lati, i raggj incidono così di traverso, che in vece d' una pittura regolare ci si affaccia uno spettro torbido: anz' in vicinanza il campo della distinzione talmente s' impicciolisce, che nel leggere i caratteri minuti d' un libro convien tener l'occhio in un perpetuo movimento per collocare tutte le lettere una dopo l'altra nell' asse della visione. Ed a tal fine la Natura ha lavorati gli occhj rotondi, leggieri, ed agilissimi a girarsi alto, e basso, a destra, e a sinistra con istancabile prontezza. Ap-

Appresso per ridurli a maggior perfezione si sono eletti tre diafani fluidi piuttosto che solidi, cioè l'acqueo, il vitreo, ed il cristallino fra loro da tenuissime membrane separati, e circoscritti da figure diverse, l'uso de' quali è soltanto conosciuto, da chi gli ha fatti di tal natura, e di tal consistenza. Spezialmente il cristallino simile ad una lente di doppia convessità, ma di disuguale diametro è tenace, e viscoso, e composto a strati come una cipolla, i quali quanto più dall'esterna superfizie si discostano, vanno sempre più crescendo in tegnenza, ed in densità, e conservando intatta la somiglianza della figura, terminano in un nocciuolo solido, e trasparente.

Quì ci vien fatto di scoprir l'artifizio. I raggj, che per il predetto umore s' aprono la strada, dalle iterate refrazioni sono obbligati a deviare passo passo, e a torcers' in linee curve, e molto più i centrali degli estremi; conciossiachè penetrando i primi un maggior numero di strati e più tenaci, e più densi, il foco vieppiù si accosta, ed in minor distanza si uniscono: laddove i secondi, che manco abberrano, per congiugnersi nella retina di piegarsi altrettanto non an bisogno, ed in ordine a ciò a poche, e men forti refrazioni soggiacciono. Per la qual cosa si ottiene, che corrette opportunamente, e quanto basta, ambo le differenti abberrazioni, sì gli uni, che gli altri coi loro fochi ferischino il concavo fondo dell'occhio, che in tal guisa non è stato torniato senza il suo perchè, e così dipingano un ritratto similissimo all'originale.

VI.

Sia l' addotto saggio un adombramento per isvegliare in noi una qualche imperfetta idea del come faccia IDDIO servire le leggi naturali, tutto che immuni da qualsisia sorta d'alterazione, a' suoi voleri, ed alle sue intenzioni. Quindi si cavi una infallibile conseguenza, non aver Lui altrimenti proceduto nella fabbrica di tutti gli organici, se pure si dà, ch' io non lo credo, nella università delle cose un corpo anco fra gl' inanimati, che non sia organico. Troppo stretta si ravvisa tra i prodotti fisici la connessione, e troppo indissolubilmente il mutuo commercio, onde possa mai sospettarsi, che si rinvenga un pezzo di massa informe, e non lavorata. Ma che giudizio porteremo de' viventi, e particolarmente degli animali? Soleva dire il Cavalier Vallisnieri, che intorno ad essi osservando, e discorrendo avea consumata una buona parte della sua vita, veder lui DIO da per tutto, cioè in ogni misto, in ogni pianta, in ogni entoma, e sotto qualunque aspetto si facess' egli a contemplar la Natura. DIO ha messa l'onnipotente destra in ciascuna delle sue opere, ma giusta il sublime concetto di Dante:

In una parte più, e meno altrove.

In fatti la materia creata, e fornita quanto si vuole di moto, e di forza, è per sestessa onninamente inetta a produrre un sensorio. Non è possi-

possibile, che una causa cieca, e stupida, che non discerne, e che non prevede, si abiliti a generare animali composti di membra organiche destinate a formarli, ed a conservarli, in cui oltre la mirabile struttura si osserva una reciproca corrispondenza fra parte, e parte, e tra ciascuna delle parti col tutto. Come saprà emendare i difetti, ed eleggere le migliori simetrie? Come si comporterà in farli nascere, e crescere coll' alimentarli, fino che giungano alla debita maturità? Ha forse la materia insensata appresa l'arte di medicare, onde i corpi animati accidentalmente lesi da se medesimi si risarciscano?

Ma sopra tutto chi può capire, che non avendo essa forza bastante per preservarli immortali negl' individui, s'abbia appigliato al partito di mantener eterne le spezie, e sia divenuta per così dire creatrice coll'attendere alla grand'opera della propagazione? Gli Uomini, che pur son dotati di senno e di discorso, anno inventate delle macchine maravigliose, ma tanto al di sotto delle naturali, quanto il sapere umano è inferiore al Divino. Sarebbe un curioso spettacolo veder a spuntare un oriuolo fanciullo, che si nutrisse, e diventasse adulto, e che in capo all'anno un pajo di figli ci partorisse.

In questo mentre ci sono stati dei begl'ingegni, i quali opinarono, che DIO da principio delle cose, ed in tempi da noi rimotissimi non si era impacciato salvo che nel cavare dal nulla la materia, e nell' assegnarle una convemiente quantità di moto. Ciò fatto, l'avea egli lasciata in sua balìa, acciocchè si andasse a poco a poco, e nel giro di molti secoli disponendo, ed organizzando, fin a tanto che il nostro Mondo bello, e compiuto è finalmente comparso.

Guardiamoci di raccozzare insieme due ipotesi ripugnanti, e di abbracciare un Sistema per metà Epicureo. Non si vuol fare un assurdo impastamento di DIO col caso, e della Sapienza coll'ignoranza.

VII.

Distribuiti dal Supremo Artefice i corpi naturali nelle lor classi, cioè in solidi, e fluidi, in tenaci, e sciolti, in rigidi, e flessibili, in molli, ed elastici, e di cento altri generi, e creata la luce, ch'è il primario stromento della Natura, si è fatta per nostro modo d' intendere la strada, onde architettare le più artifiziose strutture. Ci voleva una mano maestra per mescere, e per combinare le varie grandezze, e figure de' primi semi, e per ridurli di grado in grado ad elementi sempre più composti, fin a tanto che i materiali preparati industriosamente si rendessero idonei a conformarsi in erbe, in piante, in animali, che in fatto sono uno stupendo complesso di ordigni meccanici, ed idraulici.

Quì riluce più chiaro della luce del Sole il consiglio, ed il fine: ma perchè le suddette macchine sono in un moto perenne costituite, ci debbe aver la sua parte la legge capitale, e necessaria delle azioni subordinata però al comando dell' Operajo. Ed in vero se qualunque fattura fosse moderata da leggi diverse, ogni corpo organico sarebbe un picciolo Mondo

do da se, e ne seguirebbe, che nel continuo passaggio delle forze agenti da corpo a corpo i canoni fondamentali, e secondarj verrebbero a confondersi, e disguisarsi; per guisa che aboliti i vecchj, se fosse possibile, de' nuovi alla giornata uscirebbono in campo, e l' Universo ben presto si trasformerebbe in un Caos senz' ordine, e senza unità di Sistema. Oltre che non ci sarebbe modo di tener salda la debita uguaglianza tra le cagioni, e gli effetti in tanta confusione di scambievole irregolare commercio.

In tanto avendo una volta Dio nella primitiva origine del Mondo impastati gli organi de' viventi, ha levato la mano dalla tavola, ed ha preordinate con tanta industria le cose che in progresso dai padri vivi i figli vivi a lor somiglianti si generino: e così si è provveduto alla propagazione, ed al mantenimento delle spezie. Non si è partito Egli da tal proposito ne meno nell' occasione dell' universale Diluvio; conciossiachè potendo popolare d' animali per la seconda fiata la Terra, siccome da prima avea fatto, ha eletto piuttosto di salvarli nell' Arca a forza di miracoli, acciocchè cessata l' inondazione, ed usciti essi all' aperto per la via consueta, e naturale seguitassero a propagarsi.

VIII.

Qualmente poi la generazione si faccia, egli è un problema così perplesso, che dopo moltissime osservazioni, e dopo varj tentativi siamo tutt' ora da capo. I più famosi Filosofanti an quasi concordemente abbracciata la sentenza degli sviluppi, per modo che Dio abbia operato da principio ciò, che presentemente mostra di non operare. Nel seme del primo Uomo, o nell' uovo della prima Femmina (conciossiachè su questo punto i Fisici non van d' accordo) e così di tutti i corpi animati, ha Egli epilogati gli embrioni tutti, che o doveano andar a male, o pervenire a perfetta maturità, e tutti nelle lor membra decrescenti in serie con una lontanissima proporzione magistralmente organizzati, e gli uni dentro gli altri per così dir concentrati. In ogni successiva generazione gl' inviluppi montano per un grado, e vieppiù all' ultimo nascimento si accostano. Sono dunque costoro fatture soltanto di Dio nella prima origine, e nel lor meccanismo nè punto, nè poco si framettono le cause seconde, se non se in quanto colle leggi prestabilite le fanno passare da stato a stato per via d' impercettibili accrescimenti.

L' ipotesi è ingegnosa, ma soggetta a gravi difficoltà, perchè a tutti i fenomeni mal corrisponde. Non è questo il tempo di discutere la quistione, e di esaminare tutto ciò, che milita a favore, o contro l' addotta opinione. Orsù per sopire le filosofiche contese mi si conceda di piantare in Fisica una legge generalissima, ed incontrastabile: che dall' organico spunta l' organico, e sempre mai dello stesso stessissimo genere. Del fatto l' esperienza appieno ci convince, e del modo la ragione non sa render conto. Ne l' addotto canone viene guari turbato da qualche minuta irregolarità, qualunque volta cioè gli Uomini fuori dell' intenzione della Natura copulano in-

insieme due spezie d' animali diversi, ma analoghe, onde si generi un misto d'entrambe partecipante. Questa spuria propagazione non si avanza oltre il primo grado, ed i parti indi nascenti sono affatto infecondi. Negli arbori, intorno i quali tutto giorno l'umana industria si adopera a propio profitto, io ci ravviso certi stupendi artifizj, che mi sorprendono, per cui la Natura intesa a custodir le sue leggi prescrive i debiti confini ai nostri disegni, e non consente, che i suoi consueti magisterj vegnano di soverchio alterati, non che sconvolti. Innesto un sorcolo di ciregio sopra un tronco di prugno, e prosperando la marza, giusto il fine, ch' io mi sono prefisso, ho in un pajo d'anni una pianta artifiziale fruttifera, di cui si può dire.

Miraturque novas frondes, & non sua poma.

Il succo più crasso della terra, ed il più sottile dell' aere va continuamente circolando, e passa dalle vecchie radici ai rami, alle frondi, ai fiori, ed ai frutti novelli: nel quale transito per insoliti canaletti si feltra, e diversamente si modifica; ma in qual maniera, e con quai regole? Niuno si sarebbe mai immaginato, se l'esperienza non ci avesse fatti accorti, che la corteccia, le foglie, il fiore, la figura, ed il sapore del frutto seguitassero l' indole del ramoscello inserito; e che all' incontro le radici crescenti, il fusto legnoso, e ciò, che più importa, il seme contenuto nel picciol nocciuolo all' antico pedale unicamente appartenessero: per guisa che raccomandata la semenza al terreno, contro la nostr'aspettazione spunteranno non già ciregj, ma prugni selvaggj, e spinosi. In tal sorta di lavori, ne'quali l'Arte si mesce, e si confonde colla Natura, che non si sa come è obbligata a moderare in parte l'usitato suo meccanismo, l'intelletto onninamente si perde; ed io sfiderei chiunque a spiegarmi l'incomprensibil fenomeno, per qual cagione cioè siano sterili gli animali bastardi, in cui due generi differenti insieme si accoppiano, ed all' opposto non si tolga il pregio della fecondità agli arbori, che si formano di due spezie di piante unite, ed incorporate.

Ogni qual volta cadono le perquisizioni sulla fabbrica de'corpi organizzati, non bisogna mai perder d'occhio le cause finali. E quand'anche ci riuscisse di svilupparne il magisterio, lo che di rado succederà, sappiasi, che sotto la struttura della macchina fatta palese i fini e primarj, e secondarj intesi dal sommo Artefice ci stanno sempre nascosti. Conciossiachè posta attenzione alle leggi naturali di precisa necessità, che secondo l' esigenze si mettono in opera, subito si capirà, come si rendan trattabili, e si faccian servire ai premeditati disegni.

CAPITOLO QUARTO.

Ignorati i fini, s' ignora in gran parte la Natura.

I.

NOn so qual concetto formarmi di coloro, che mal arrogandosi 'l nome di Filosofi non badano in conto alcuno ai fini intesi dalla Natura, e persuasi, che tutto provegna da una fatale necessità, odiano le cause finali siccome ai loro divisamenti diametralmente contrarie. Andava meco medesimo ripensando, fin dove potesse giugnere il loro sapere, mentre la maggior parte della Fisica è fuori della loro giurisdizione. Come terranno discorso di quegl' innumerabili effetti, in cui unicamente fa da padrone l' arbitrio? Se pongo attenzione ai loro metodi, mi pajono prescelti a disegno, ed accomodati alle concepute preoccupazioni. C' è, chi mette in ordinanza una lunga schiera d' idee astratte, o di vocaboli non significanti, e così dice tutto quello, che vuole; imperocchè nulla s' intende salvo che la favorita conclusione. Altri si cava dal cerebro certi principj metafisici, che si spacciano per evidenti, i quali o non reggono alla pietra del paragone delle Scienze Matematiche, o non si ponno conciliare colle naturali apparenze: ed io ne ho altrove cancellati alquanti dal catalogo de' legittimi assiomi. Alcuni poi si vanno fingendo ipotesi particolari, e ciò, che importa, sistemi generali lavorati a capriccio; ed è una cosa mirabile, che nel fabbricare le loro immaginate strutture si prefiggono indispensabilmente que' fini, che in Natura non riconoscono. Quinc' inferisco, che costoro nulla di sodo, e di ben avverato arriveranno a comprendere fuorchè superfizialmente una menoma porzione della Storia fisica, che studiata di fondo gli trarrebbe senza fallo d' errore: e con due pennellate parmi di aver dipinto al vivo il modo popolaresco di filosofare degli Epicurei. Se poi taluno più dotto, e versato nelle Discipline matematiche dalle leggi necessarie deduce dimostrativamente qualche dinamica verità, e per questo capo la Scienza naturale promove, tanto e tanto io dico, essere le sue cognizioni mancanti, mercè che non si cura d'indagarne la magistrale applicazione, che sempre mai ad un qualche fine è diretta.

II.

Alle volte i fini sono così palesi, che bisogna chiudersi gli occhj per non vederli. Vagliam' il seguent' esempio tolto da Alfonso Borelli. Nel corpo de' pesci c' è una vescica piena d' aria, che corredata de' suoi muscoli si ristrigne, e si dilata. E' da sapersi, che gli animali acquatici sono più

grevi in ispezie del fluido, in cui vivono, e se ne ha la prova, attesa che lacerata nella macchina del Boile la suddetta membrana, non an più vigore per sollevarsi obbligati a strisciare rasente il fondo a guisa de' serpenti terrestri. Ora egli è manifesto persino ai più zotici l'uso della menzionata vescica. Condensato l'aere in essa racchiuso col serramento de' muscoli, il pesce discende, e poggia a fior d'acqua, quando, rilassate le fibre, l'aria sfianca, e si rarefà. Bene spesso si sostenta, e nuota a mezzo il liquido, ed in tal caso c'è un equilibrio di forze, e di moti impercettibili tendenti all'insù, ed all'ingiù, che scambievolmente si contrastano; laonde il vivente esercita una perpetua azione nel tener con minime successive compressioni, ed allentamenti bilanciata la vescichetta. Simile si è l'industria, con cui i ciurmatori per trattenimento della plebe, e delle donniccivole fanno ballare i diavoli nell'ampolla. L'artifizio è notissimo, ed è passato in proverbio.

Sogliono distinguersi i fini principali dai secondarj; ma perchè il discernerli non è così facile, e talvolta di pochissimo profitto, o si prendono delle strane equivocazioni, o si gitta inutilmente la fatica, ed il tempo. Questi fini accessorj an molto contribuito a render plausibile il malizioso pronunziato degli Epicurei: *Quod natum est, id procreat usum*, il quale mostra tal fiata di verificarsi in apparenza, ma che vuolsi ridurre a dovere, e che in realtà da tutti altri principj, fuorchè da casuali, tragge l'origine.

III.

E vaglia il vero: la Provvidenza del CREATORE si stende di là de' nostri scarsissimi divisamenti, e non è circoncinta dalle nostre giuste misure. Per qual motivo era disdetto a DIO di lavorare degli organi, che ad un sol uso si ristrignessero, ed altri all'incontro, che a molti disparati uffizj si dilatassero? L'esperienza, che così fu fatto, mi documenta. Si fabbricò l'orecchio per vedere, ed il naso per fiutare: e sono talmente limitati questi sensorj ad un fine unico, che d'altre incombenze non son capaci, ed invito chicchessia ad assegnarmele. Ne mi si dica, che i Cinesi si stroppicciano le orecchie con un ordigno, che ad esso loro reca diletto, e che noi solletichiamo le narici col pizzicore del tabacco; conciossiachè questi titillamenti al senso più generale del tatto fuor d'ogni dubbio appartengono.

Appresso ci sono degli stromenti, che servono a parecchie bisogne. La lingua è destinata ad assaggiare i sapori, e a giudicare per via delle sensazioni grate, e moleste i cibi salubri, o nocivi. Sia questo l'istituto primario, per cui ce l'ha posta in bocca l'Autore della Natura: ma negli Uomini è utilissima per un altro titolo, cioè per la comunicazione degl' interni sentimenti dell'anima col mezzo della loquela. Alcuni pochi uccelli parlano, ed in essi le voci proferite per imitazione non sono segni significanti, e gli altri animali mandano fuori de' suoni non articolati, con cui da quelli della medesima spezie alle occasioni si fanno intendere. Si fatti

fatti urli, o sibili, o che so io vengono unicamente dalla provvidenza della Natura intesa alla conservazione de' viventi; conciossiachè a differenza degli Uomini in paesi diversi adoprano i bruti lo stesso linguaggio. Se noi non fossimo stati forniti d'una lingua lubrica, snella, ed attissima a favellare, a somiglianza de' muti si supplirebbe coi gesti: maniera oltre modo incomoda alla Società, in nessun tempo, e da niuna barbara Nazione adottata se non se tal volta per ischerzo dall'Arte scurrile de' Mimi, i quali un'intera azione scenica a forza di gesti ci rappresentano. Lasciamo una tal foggia di esporre i proprj concetti ai favolosi abitanti della Luna nati sordi, perchè in quelle regioni manca l'aria, e l'atmosfera.

Oltre ciò non presumo d'indicare tutti gli usi della lingua in varj animali alla lor particolar indole sagacemente adattati. Confesso, che per maggior parte mi sono ignoti, e basterà darne un saggio nel Camaleonte Africano. Questa pigra bestiuola non potrebbe campare, se non fosse stata provveduta d'una lingua agilissima, e corredata di muscoli simili ad un elastro, la quale a guisa d'un dardo velocemente si scaglia, e con pari prestezza si ritira. Con essa investe gl'insetti volanti per aere, e perchè d'una tenace pania è spalmata, gl'invesca, e li ferma: e così l'animaluccio inetto ad un pronto moto, standosene nel suo riposo, della sua preda si alimenta. Non decido, quale degli uffizj assegnati alla lingua del Camaleonte faccia figura di principale, e quale di accessorio: so bene, che tolto di mezzo taluno d'essi, dovrebb' egli necessariamente morirsi di fame.

IV.

Superano la maraviglia medesima certi organi con tanta perizia dal sapientissimo Creatore lavorati, che non abbiam modo di determinare gl'innumerevoli effetti, ai quali egualmente si accomodano. Cedano però tutti alla magistral costruzione della mano, cui siccome ad uno stromento, sto per dire, cattolico si dee dare il primato. Se in vece di due mani fossimo stati muniti di due zampe solide di cavallo, o delle biforcate del bue, a che servirebbe la perspicacia dell'ingegno? Quanto sarebb'esso fecondo al solito di ritrovate, altrettanto riuscirebbe scarsa, e sterile l'esecuzione: e per valermi d'un concetto Platonico, le Arti imitatrici, ed usanti mal risponderebbono alle imperanti, ed architettoniche. Per la qual cosa Iddio, che non manca mai di provvederci del necessario, e del congruo, ha proporzionata la maestria dell'ordigno alla capacità della mente, onde la pratica andasse del pari colla teorica. Tutte le fatture per l'addietro inventate, tutte quelle, che presentemente si occupano, e le altre moltissime, che alla sagacità de' posteri si riservano, ad un tal organo portentoso deggiono ascriversi, il quale mobile, snello, e variabile in mille maniere si conforma, ed in mille guise si adopera. Sono tali, e tanti gli atteggiamenti della mano, che

i Pittori più provetti nel delinearli si confondono, e chi meglio sa farlo, in grado più eccellente possede l'arte del disegno.

M'immagino, che taluno mosso dalla curiosità entri per la prima volta nella bottega d'un Legnajuolo. Gitta costui l'occhio sopra una moltitudine di stromenti appesi alle muraglie, e disposti con ordine per evitare la confusione. Nota, che l'Artefice uno ne piglia, e dopo averlo alquanto adoprato lo ripone, e ci sostituisce il secondo, ind'il terzo, e così di seguito, e nello stesso tempo riflette, che tal fiata con un solo ordigno più effetti si ottengono. Ora mentre stassi egli attento al lavoro, crediam noi, che mai gli potesse venire in capo, essere l'apparato di tali macchinette un fortuito assortimento, e che intanto l'Operajo se ne serve, non perchè se le abbia con istudiata prevenzione apprestate, ma inquanto, non si sa come, le sono state benignamente offerte dal caso? Chi così la divisasse, non sarebbe certamente di senso comune guarnito.

In tutto ciò, che di artifiziato esce dalle nostre mani, c'entra indubitatamente il consiglio; come dunque si potrà dar ad intendere, che solamente la mano, stromento universale, da cui le fatture procedono, sia stata organizzata senza consiglio? Gli Uomini si fabbricano gli ordigni necessarj, o profittevoli per compiere le lor operazioni, ed i fini saltano agli occhj. Se avessero saputo lavorare una mano, struttura di gran lunga superiore al lor potere, e alla lor maestria, non si metterebbe in dubbio, che non fosse fatta a disegno; perchè alle nostre intenzioni, siccome un organo appropiato, puntualmente risponderebbe. Adunque perchè l'Autore ci si nasconde, e non si vede, e non si tocca, appunto per questo capo hassi ad inferire, ch'essa mano sia stata procreata dal caso, o dalla necessità? Ma la sana, e vera ragione a chiare note ce lo palesa; conciossiachè non riconosc'ella effetto senza cagione, ne magistero senz'avvedutezza,

Dimando: chi ha formato le mani con diece dita di differente lunghezza, e chi le ha sciolte in trent'articolazioni corredate di muscoli, per cui d'innumerabili movimenti si rendon capaci? Da chi sono state armate d'ugne a difesa, e con tal mezzo fatte più robuste, e meglio disposte ai consueti servigj; e da chi si è acuita la delicatezza de'polpastrelli, onde fossero di senso squisito dotate, e più pronte alle operazioni? Oltre ciò sono state appiccate a due lunghe, e forti braccia agenti seco loro di conserva, e per cui acquistano polso, e lena, e più da lungi stendon le azioni. Ben è stupido colui, che nella condotta, e nella maestria dell'opera non discerne la sapienza, e l'intenzione dell' Operiere.

Mi si opporrà, attesochè la vantata difficoltà non vuole dissimularsi, che alle volte il bisogno ci fa far uso di certe membra, che a tutt' altro uffizio pajono destinate. Narra il Gassendo, che un monco d'ambe le mani s'era addestrato a cucire colle dita de'piedi; ed io ho conosciuto un Uomo, che afferrando co' denti una corta penna s'ingegnava di scrivere stentatamente il suo nome. Altrettanto costoro non avrebbono saputo fare a cagion d'esemplo colle ginocchia. Non occorre stupirsi, che al-

alcuni ſtromenti diretti principalmente ad un fine, tal fiata tanto diſadatti non ſiano, che in qualche incontro ſtraordinario non poſſano venire a feſta; e ce ne danno un ſaggio le operazioni teſtè raccordate, ed altre moltiſſime di gran lunga più mirabili, che raccordar ſi potrebbero. E ſiamo nel caſo, in cui i fini procedenti dall'umano arbitrio con quelli della Natura ſi complicano, e ſi contemperano. Diaſi pertanto di penna all'empia maſſima degli Epicurei: *Quod natum eſt, id procreat uſum*, e ſe ne ſoſtituiſca la direttamente contraria ad evidenza vera, ſebben'eſpreſſa con minor eleganza:

Ciò, ch' a pro noſtro ha fatto
Il Creator, viene ſoltanto ad uſo.

Mal ſi dice, che ciò, ch' è nato, fa l' uſo, mentre ragionevolmente parlando dee dirſi, che per ſervirſi di ciò, ch' è fatto, ci ſi richiede l'arbitrio, e l'induſtria. Diaſi, che l'oro, e l'argento ſiano ſtati generati da un fortuito combinamento d'atomi, egli è evidente, che queſti metalli ſarebbero affatto inutili, ſe non ſi cavaſſero dalle miniere, ſe non ſi purgaſſero, e non ſi riduceſſero in corpo, ſe di lavorarli non ſi prendeſſe la cura; e ſe in monete non ſi coniaſſero. Dove predomina il configlio, non c'entra il caſo; conciosſiachè mancando in Natura i menzionati prodotti, a qualche altro equivalente partito la ſagacità umana ſi ſarebbe appigliata.

V.

Non ſo comprendere, qualmente ſenz'aver in viſta le cauſe finali poſſiamo mai formarci una intollerabil idea, che almeno in parte ci rappreſenti i requiſiti, ai quali il Siſtema mondano ſi appoggia. A buon conto ſi è fatto toccar con mano, ch'eſſo è un mirabile accoppiamento di leggi neceſſarie, ed inviolabili, e di cagioni, che dipendono dall'arbitrio. Per la qual coſa non ci riuſcirà mai di ſviluppare ad evidenza qualſiſia naturale fenomeno, ſe non terremo ſempre affiſſati amendue gli occhj, uno a ſcoprire il neceſſario, e l'altro ad iſvelar l'arbitrario. Con tale doppia avvertenza non ci ſarà ſovente diſdetto di dimoſtrare per un verſo a tutto rigore il meccaniſmo di alcune fiſiche apparenze derivato dai canoni fondamentali, e per l'altro ch' eſſi canoni ſi ſono combinati, ed applicati in maniera, che un effetto diverſo da quello, in cui coſpirava la cauſa finale ſiccome da un agente libero predeterminata, non potea naſcere.

D'ogni corpo eziandio ſemplice, ed a noi familiare di frequente non ſappiamo addurre la preciſa ragione, perchè faccia nel noſtro Mondo la ſua comparſa. Lo perchè onninamente tal fiata s'ignora, e ſe non foſſimo tenuti a dovere dall'antico incontraſtabile pronunziato, che Dio, e la Natura non operano indarno, ſi formerebbero di quando in quando dei ſtrani, aſſurdi giudizj, e ſi ſpaccierebbono ſiccome ſoverchie, ed inuti-

tili, anzi bene spesso siccome nocive moltissime naturali produzioni. Non siamo mai nell'accertare i fini cauti abbastanza. Conseguirà l'intento, per quanto si può, un circospetto Filosofo ben inteso a comprendere le particolarità de'misti, e massime le singolari, per cui gli uni dagli altri si distinguono; e chi parecchie ne sa, s'interna nel subbietto con più possesso, e profitto. Ne vogliono trasandarsi le proprietà relative, che legano insieme le cose, e ne scoprono l'ordine, e la connessione. Conviene pertanto collocare gli oggetti de'nostri divisamenti in circostanze diverse, e contemplarli sotto varie apparenze ora di cause, ed ora di effetti, combinandoli opportunamente con prodotti d'indole differente, e più robusti, e più deboli, onde tal volta agiscano, e tal volta patiscano. Giova altresì sottoporre i composti alle chimiche operazioni, e risolverli ne'lor principj, che della lor intima natura bene spesso ci danno una più distinta contezza. Ma sopra ogni altra cosa non anno a trascurarsi certi minuti contrassegni, coll'ajuto de'quali i fini reconditi del Sommo Facitore tal fiata si riconoscono.

Eccone un saggio. Il Mare è una sterminata conserva di acque, le quali sollevate dal calore del Sole, e dall'impeto de'venti si sostengono in aria fin a tanto che condensate dal freddo, e convertite in pioggie annaffiano la superfizie della Terra, e la rendon feconda. Fin quì il meccanismo è palese, e da leggi necessarie dipende. In questo mentre i moderni Fisici sono convinti, che i gran corpi de'fiumi, che al Mare le sue acque restituiscono, dalle pioggie, e dalle nevi traggon l'origine. Per ottenere la perenne circolazione non bastano le sole leggi meccaniche. Facea di mestieri, che la Terra non fosse spianata a livello, ma declive, onde i fluidi speditamente corressero verso il comun recettacolo, ed appresso che di tratto in tratto si stendessero delle lunghe catene di monti composti a strati petrosi, per le commessure de'quali come per tanti acquedotti s'insinuassero, e fluissero lentamente l'acqua piovana, e la neve sciolta, per sino che accompagnate ai capi delle fontane sgorgassero in piccioli ruscelli, dall'unione de'quali i fiumi maggiori si formano. Ed ecco un mescolamento di canoni necessari, e di strutture artifiziali lavorate a disegno.

Arroge, che i fini ci si parano innanzi sotto un altro aspetto, e talora non sono tanto celati, che un'assidua attenzione non ce li renda palesi. Ognuno deluso dalla prim'apparenza si sarebbe dato a credere, che Dio inteso sempre al migliore avesse disposte le cose in maniera, che un più vasto tratto di Terra fosse per loro patria toccato in retaggio agli animali terrestri, ai volatili, e principalmente al genere umano, ed uno assai più ristretto di Mare per abitazione de'pesci. Eppure i Geografi sanno, che la superfizie del nostro globo è di fatto partita quasi ugualmente in due per metà coperta d'acque, e per metà asciutta. Pare dunque, che mal siasi provveduto alla propagazione degli Uomini rinserrati fra troppo angusti confini. La difficoltà mi fu seriamente proposta, ed io dopo averci pensato alquanto, mi avvidi della fallacia. Interrogai pertanto l'oppositore, s'egli per avventura opinasse, essere di

so-

soverchio soprabbondanti le acque, che di tempo in tempo cadono dalle nuvole. Mi rispose prontamente di no, e ne addusse la ragione; perchè fatte le debite compensazioni fra paese, e paese, fra stagione, e stagione, le sperienze accuratamente istituite c' insegnano, che presso poco ogni anno da una pari quantità di fluido la faccia della Terra a nostro profitto viene bagnata. Se così è, ripigliai, vi do licenza di scemare a piacimento l'ampiezza dell'Oceano, e di altrettanto dilatare i terreni; e di conseguenza ne nascerà, che minorate di gran lunga l'evaporazioni, che in alto poggiano, molto più decrescerà la copia delle pioggie, delle nevi, e delle rugiade: e ciò per doppio titolo, e perchè manca l' alimento, e perchè ridotte a minor quantità mal suppliranno al bisogno delle novelle, e delle antiche regioni. Non metto in conto, che si estenuerebbero i fiumi, che farebbe d' uopo ergere nuove montagne, bastandomi per ora l'unica riflessione, che quanto si fosse per guadagnare aumentando l'estensione, altrettanto, e di vantaggio si perderebbe nella fertilità. Quinc' impariamo con nostro rossore, quanto si mostrino corti gli Uomini, quando presumono farla da maestri addosso la Divina Provvidenza, la quale ha ben saputo determinare un giusto equilibrio tra l'umido, e il secco, occupando con l'espansione de' Mari mezza appunto la superfizie del terracqueo sferoide; onde accertate le misure, salga all'insù tanta copia di vapori, indi cali a basso in pioggie sensibili, ed insensibili, che sia sufficiente per secondare a dovere le terrestri Provincie.

Il soggetto è di tal momento, che con un secondo esempio vuole illustrarsi. Che la nostra Terra siasi conformata in uno sferoide schiacciato a guisa d'una cipolla, dalla vertigine diurna il dedussero l' Ughenio, ed il Nevvton, e presentemente dopo le accuratissime osservazioni fatte da' Matematici Francesi nella Laponia, e nel Perù non se ne può dubitare. Che l'acqua marina corpo sciolto, e fluido senta l' azione della forza centrifuga, e s'alzi sotto la linea, e si abbassi, quanto più ai poli si accosta, dipende da una legge dinamica di espressa necessità. Ma che diremo delle terre asciutte, che composte di particelle insieme legate, e tegnenti si oppongono colla loro tenacità al vigore dell' estrusione, onde non ponno ora sollevarsi, ed ora deprimersi per secondare l'andamento della marittima superfizie, ed al più soffrono una non computabile rarefazione? Chi dunque ha livellate le spiagge relativamente alle curvature de' Mari con tanta precisione, che nè le acque uscissero dal loro letto per innondar le pianure, nè cupe profondità si avvallassero? Chi ha rilevati più, e meno con giuste misure i dorsi de' continenti, e piantate in essi le radici de' monti, per guisa che i fiumi alle conche de' Mari più vicini mettesser foce, e prontamente si scaricassero? In tal disposizione di cose non avendo luogo le sole leggi meccaniche, convien ricorrere alle cause finali, e dire, che il supremo Artefice fin da principio ha costrutta l'ossatura della Terra con una magistrale provvidenza, che toglie di mezzo gli accennati disordini.

VI.

VI.

Ne' problemi, che si pigliano a maneggiare, oltre che conviene tal volta distinguere i fini principali dai secondarj, e gli umani dai divini, quattro casi ci si parano innanzi. O s'ignorano del pari i mezzi, ed il fine; o il fine ci si manifesta, ed i mezzi se ne stanno nascosti; ovvero interviene, quantunque di rado, al rovescio; o per ultimo del fine, e dei mezzi abbiamo sufficiente contezza.

Una similitudine tolta dall'Arte mette in chiaro la faccenda. Io m' immagino d'esser presente a quel valentuomo, che prima d'ogni altro, ben capiti prima i rivolgimenti del Sole, si è accinto a dipingere in pubblico sul piano d'una muraglia un orologio Solare. Pianta egli lo stilo, e tirata la meridiana, segna alquante rette in apparenza irregolarmente condotte, e finisce colle due curve rappresentanti i tropici. I curiosi, che passano, si trattengono a contemplar lo spettacolo, e se ne fan besse, quasi che costui l'aspetto della casa capricciosamente deturpi. Ma compiuta l'opera, ed apposti a ciascuna linea i numeri dell' ore all'antica usanza, in veggendo, che l'ombra a i moti del Sole fedelmente, ed in ogni stagione risponde, coloro, che tutt'altro si sarebbero avvisati, fuorchè d'aver sotto gli occhj l'esatta misura del tempo, fanno le maraviglie, e conosciuto distintamente il fine dell' Artefice, quanto crediam noi, che i più saputi strabiliassero per indagarne i mezzi? Fingasi, ch'egli a taluno insegni a delineare manualmente l'orojuolo; lo Scolare s'impossesserà della pratica, e la ridurrà ad esecuzione, ma non capirà lo perchè in tal guisa, e non altrimenti abbiasi ad operare. Finalmente si manifesterebbero con chiarezza i mezzi confacenti, ed il fine divisato, se il Maestro si pigliasse la cura d'istruirlo di fondo nella teoria gnomonica.

VII.

Io per me penso, che in poco dissimil foggia la Natura si comporti. Ella è oltre modo parca nel dispensare i suoi lumi: ma bisogna pur confessarlo, i Filosofi de' tempi andati sono altrettanto stati negligenti nell'aprir gli occhj per procacciarseli. Se noi avessimo alle mani le accurat' effemeridi per una lunga serie di secoli, in cui stessero registrati, conforme a' nostri giorni si è cominciato a pratticare, gli eventi tanto consueti, quanto straordinarj, che nel corso delle naturali vicissitudini van succedendo, apparirebbe, cred' io nel giro delle cose, e ne' regolari periodi la costanza della Natura. Quinci quante verità finora ignote ci si affacciarebbero, quante conseguenze dedurre se ne potrebbono, e quanto meglio ci verrebbe fatto di accertare i fini, che si palesarebbero nell'ordine prestabilito, e nella uniformità benchè variabile degli avvenimenti.

Oggidì si è principiato a filosofare, ed io consiglierei i Fisici a porre uno studio indefesso nel diciferare i fini, e le intenzioni, che nell'architettare il Mondo, e le parti componenti si è prefissa l'infinita Sapienza del Creatore. Mi diano fede, non gitteranno il tempo, e l'opera; conciossiachè non sono per trarre molto profitto dalle acutezze metafisiche, che facilmente si spuntano, e le feconde, e necessarie leggi dinamiche non vogliono disgiugnersi dai particolari disegni, ai quali vengon dirette.

VIII.

E quì torna in acconcio il misurare accuratamente i gradi del nostro poco sapere, e della nostra molta ignoranza. In prima un denso bujo ingombra il nostro intelletto, ogni qual volta gli obbietti esterni soltanto sotto le apparenze de' sensi ci si presentano, e si concepono in qualità di caldi, o freddi, azzurri, o gialli, muti, o sonori, dolci, od amari. Questi criterj servono a distinguerli l'un dall'altro, ma non a propriamente conoscerli; imperocchè con un error popolare essi si vestono di spoglie non sue, e si adornano di quelle affezioni, che all' anima unicamente appartengono: in quella guisa appunto che un legno ignobile si vela con una bella vernice.

Si poggia per un secondo scalino, qualora ci si palesano le proprietà, che ai corpi convengono indipendentemente da' nostri sensorj, come la rarezza, la densità, la fluidità, la durezza, e la figura; e di mano in mano si forma de' misti un più distinto concetto, se agli attributi assoluti vi si aggiungono i relativi per esempio la gravità, e la forza di molla, e la trasparenza, o l'opacità, i quali son conseguenze del Sistema già stabilito. C'è una volgar prevenzione, che i corpi inanimati si giudicano impastati con poco artifizio, ed in tal caso si procura d'indagare di quali elementi più semplici siano composti. All'incontro ne' viventi, che sono d'organi magistralmente guarniti, i fini meglio rilucono; mercè che dove ci si mette più di studio, e di lavoro, ivi maggiormente spiccano i disegni dell'Operiere. Qui viene in soccorso l'Anotomia. Si tagliano dunque, e si sminuzzano, onde non ci sfugga dalla vista aitata massime da' più acuti microscopj qualsisia menoma particella. Sinora l'ispezione è semplicemente d'occhio, e di mano, e la nostra scienza consiste in aver veduto. Per la qual cosa si reputa più perito colui, che per fortuna, o per diligenza, o per mezzo dell'Anatomia comparata scopre qualche particolarità per addietro non conosciuta.

Egli è vero, che ampliata da molti lati la storia della Natura, ed apprestati i materiali, siam saliti al terzo gradino nella scala delle cognizioni. Si agevola il raziocinio, si apre un largo campo alle ragionevoli conghietture, e delle curiose, e belle notizie si apparano. Perchè ognuno da se non può tutto, bisogna volgere con mano diurna, e notturna gli Autori classici, di cui siam provveduti a dovizia, e fra nostrali il Malpighi, il Redi, il Vallisnieri, il Valsalva, il Morgagni

oltre tanti Oltramontani, che nelle fisiche ricerche si sono segnalati. Le loro dottrine ci spianeranno il sentiero, e ci daranno lume per penetrare negli usi intesi dalla Natura, e ne' reconditi fini, per cui il supremo Facitore ha lavorati gli organi degli animali, e de' vegetabili.

Quì però non conviene arrestarsi, e spiegando l'ale della ragione, dobbiam fare ogni sforzo per ascendere al quarto, ed ultimo grado dell'umano sapere, oltre cui non occorre sperare di estollersi. Le laboriose, e sincere dimostrazioni o dirette, o oblique cavate dal fondo della meccanica, e della dinamica prescrivono i confini alla nostra intelligenza in via di Natura: ma si conseguisce l'intento sol per metà, qualunque fiata non si scorge ad evidenza, a quale scopo le leggi necessarie dirigganşi, e qual fine piglin di mira siccome rese trattabili, ed ubbidienti dalla sovrana possanza, e dalla libertà del Creatore. Ci voleva Alfonso Borelli, che nel suo incomparabile Libro *De motu animalium* ce ne porgesse la chiave, e riducesse quasi all' ultimo compimento una nuova Scienza, di cui egli è stato il primo inventore, almeno nella prima parte dell'Opera appoggiata soltanto ai fenomeni; perchè nella seconda dà troppo corso alle ipotesi. Non niego, che molto ancora ci resti da meditare, ma dietro le sue vestigia procuriamo d' internarci nel Mondo da lui scoperto, e di delineare nella carta geografica della Natura nuove, e finora non conosciute regioni.

Di rado si coglie nel segno, e per lo più i colpi vanno falliti; imperciocchè se ci fosse concesso di afferrare in tutti gl'incontri le vere cause finali senz'allontanarci mai dai disegni della Natura, s'avrebbe una chiarissima idea della costruzione del Mondo, e la scienza umana anderebbe del pari colla Divina. Ora ci sarà mai, chi presuma di poggiare tant'alto? I lumi, che di quando in quando ci rischiarano, sono come lampi passeggieri, che balenando nelle notti oscure, ci mostrano pochi palmi di strada, onde movere alquanti passi sicuri, ma che poi dileguandosi, prestamente ci abbandonano nel bujo, e non ci ajutano a proseguire il viaggio. Dobbiam dunque appagarci di qualche particolare notizia, che alla giornata ci si rivela, attesochè le generali vincon d'assai la nostra capacità. Io contemplo un meno entoma, e lo ravviso organizzato con mirabile industria, e guarnito di tutti que' membri, di tutti quegli ordigni, e di tutte quelle astuzie, che a mantener l'individuo, e a propagare la spezie son confacenti. Basti così, perchè capiti i fini secondarj, del principale, per cui tal genere d'insetti sia stato messo al Mondo, son onninamente all'oscuro. Ricorro pertanto ad un principio universale, ed essendo convinto, che Dio non opera invano, dico, che per ragioni a me ignote così richiedeva l'economia del presente Universo.

CA-

CAPITOLO QUINTO

Dal Sistema del Ciclo non si devono escludere le cause finali.

I.

SE mai anno luogo le leggi di stretta necessità ne'lavori della Natura, pare, che senza opposizione esercitino un pieno dominio sui perenni rivolgimenti celesti: tanto essi sono uniformi, e da costanti regole temperati. Già si è veduto, che le circolazioni de' Pianeti dirette ad un comun centro pigliano norma da un canone capitale, ed è, che le forze acceleranti scemano a proporzione, che ricrescono i quadrati delle distanze. Da esso derivano i secondarj da me raccordati, e concernenti i tempi parziali, ed i periodici, e la varietà delle scale, qualora i corpi riguardano centri diversi, e ci vengono spinti da conati tali, che in pari lontananza seguitano la ragione delle masse centrali. Vi si potrebbe aggiugnere la particolarità, che i Pianeti stessi camminano per le loro orbite elastiche, mantenendo sempre parallela la positura degli assi: lo che si dimostra dagl'impulsi, che s'imprimono alla mole in solido, e ci si mette anzi gli occhj dalla costruzione delle macchinette, che ci rappresentano il Sistema Copernicano.

Ora la legge primaria, a cui le accessorie si appoggiano, è familiare alla Natura in parecchj incontri; imperciocchè quando si tratta di propagare le azioni in giro per via di ondeggiamenti, e di oscillazioni dai solidi ai fluidi comunicate, e che un'onda incalza l'altra onda, e successivamente si condensa, e si dilata in virtù della forza elastica, di cui il mezzo è fornito, egli è certo, che il vigore dell'azione vassi passo passo estenuando in ragion reciproca duplicata, presa la misura dall'origine del movimento. Il suono diffuso per l'aria ce ne somministra un esempio, ed un altro la luce, che d'ogn' intorno in cerchio si spande. E' nota l'esperienza del celebre Geminiano Montanari. Accesa una candela di cera, se alla distanza di alquanti palmi appena si poteva leggere un libro di minuto carattere, per discernere ugualmente le parole ad un doppio discostamento conveniva valersi di quattro candele, e di nove ad un triplo, e così vadasi discorrendo. Io non decido, se la stretta analogia, che passa fra il lume, e la forza centrale possa venir ad uso una volta, o l'altra per dilucidare l'imbrogliato meccanismo del nostro Sistema. So bene, che la luce del Sole investe i Pianeti, li circonda, li penetra, e, per dir così, li vivifica: ma qual influsso possa esercitare nelle loro rivoluzioni, confesso d'esserne totalmente all'oscuro.

II.

In questo mentre io concedo, che la premessa legge fondamentale abbia ad annoverarsi fra le inviolabili, e di precisa metafisica necessità. Perciò si conchiuderà forse, che nell'applicarla a tempo, e luogo, e giusta le circostanze non possa prendersi di mira un fine, che la soggetti al Divino arbitrio? Ho fatto toccar con mano, che altri canoni naturali di simil indole, ed egualmente inesorabili ubbidiscono ai disegni del Creatore: perchè dunque quello, di cui so parola, sarà l'unico ostinato, e contumace?

E quì si noti, che il nostro vortice non è solitario, non posto in disparte, e dagli altri segregato, ma confinante per ogni verso con innumerevoli Sistemi, che lo circondano; mercè che per comune consentimento de' Fisici, e per le ottiche dimostrazioni le Stelle fisse son tanti soli, che di luce propia, e non partecipata risplendono. Io non mi faccio a piatire cogl'Inglesi, e col lor illustre Maestro, qual commercio colle cose nostre esercitino le Stelle fisse. Giudico a cagion d'esempio fievolissima l'impressione di Sirio, sebbene ha pur tanto vigore di scuotere sensibilmente il fondo dell'occhio, e di produrre in noi la visione. Io però di tutte le stelle insieme non ardirei di dire altrettanto, potendo alla fiacchezza d'ognuna in particolare supplire la lor moltitudine presso che infinita. Mi si fa incontro il Cavalier Nevvton il quale asserisce nella propos.e 14.a corol. 2.° del Libro terzo: *Stellæ fixæ in omnes Cœli partes æqualiter dispersæ contrariis attractionibus vires mutuas destruunt*. Convengo, poter succedere, che due forze uguali, ed opposte si bilancino in manicra, che dell'una sovra l'altra non si dia preferenza; ma non capisco, qualmente il mutuo contratto le annichili, onde dalle vicendevoli azioni, e reazioni non abbia a nascer effetto di sort'alcuna, e se non altro di pressione, e di costipamento. Non è maraviglia, che il nostro Autore adotti la massima, che forza distrugga forza: egli, che oppostosi gagliardamente al parere del Leibinizio, non ha mai fatta distinzione fra la forza viva, e la quantità del movimento.

Altrove però, cioe nello Scolio generale, con cui dà fine alla sua grand'Opera dei Principj, ci ammonisce, che *lux fixarum est ejusdem naturæ, ac lux Solis, & Systemata omnia lucem in omnia invicem immittunt*, sulle quali parole fatta matura ponderazione, appariranno esse feconde di conseguenze. A buon conto tra un Sistema, ed i suoi vicini non è certamente interposto un immenso tratto vuoto di materia; conciossiachè siccome la luce d'una fissa viene persino a noi, così quella del nostro Sole oltrepassando i confini del propio vòrtice, giugne ad illuminare le Stelle. Per la qual cosa conviene ammettere una scambievole comunicazione tra sistema, e sistema, e molto più forte in quel sito, dove si toccano, e s'incrocicchiano. La luce è la gran molla del Mondo, e le sue vene scaturiscono da tanti fonti perenni, quanti sono i Soli, e per tante direzioni si propagano, che bisogna pur confessare, che a forza d'urti, e di riflessioni

ni vengano ad esercitare una contro l'altra una continua azione, e reazione. Si concepisca un Sistema tolto in mezzo dai contigui, e d'ogn'intorno circoncinto, egli è manifesto, che nel tempo stesso, che le sue leggi sono temperate dai Sistemi più prossimi, si adopera esso in parte nel modificare le altrui.

III.

In sì fatte perquisizioni lontanissime dai nostri consueti divisamenti, qualche fiata non ci può essere ragionevolmente disdetto di allentare il freno all'immaginazione. Sovente mi è caduto in pensiero, che le Comete, le quali anno dato tanto che piatire ai Fisici, ed agli Astronomi, siano Pianeti, che a due Sistemi appartengano, e passino con moti regolari dall'uno all'altro vortice. Io propongo la mia opinione con diffidenza, e sappiasi, che se verrà impugnata, come non ne dubito, non ci spenderò dieci periodi per sostenerla. Lunghissima si è l'ellissi, per cui va in giro una Cometa, ed in cui si accordano i Geometri, che ne misurano i movimenti, che alla nostra Terra sono conspicui, o per una linea quasi retta, come il Cassini, o per una curva parabolica, ch'è una ellissi infinita, come il Nevvton, e l'Hallej. Appresso la traggettoria, che riede in sestessa, è fornita d'una sterminata eccentricità, per guisa che i due fochi siano proporzionatamente non molto discosti dai vertici, onde abbiasi un'orbita assai acuta in ambo le punte, ed all'opposto ottusa in amendue i ventri. Nell'uno, e nell'altro foco concepisco collocato un Sole, e m'immagino, che viaggiando la Cometa per una porzione del perimetro ellittico ubbidisca alla forza centrale del più propinquo, ed appena senta la impressione del più rimoto, e così proceda sin a tanto che dilungandosi dal primo, ed avvicinandosi al secondo sia costretta a volgersi ad un altro centro, e lasciarsi rapire da un'altra scala di conati centripeti.

Secondo che i due Soli saranno di non pari vigoria guarniti, accaderà, che le loro azioni contrarie in qualche sito si equilibrino, dove camminerà la Cometa per poco tratto col solo impeto impresso, e giusto la direzione della toccante la curva, la quale non sarà una vera ellissi conica, ma un'orbita ovale di genere diverso, di cui non importa indagar la natura. Ben è vero, che in vicinanza d'entrambi gli aselj devierà essa tanto insensibilmente dalla periferia ellittica, o parabolica, che in tali ipotesi ponno istituirsi i computi con sicurezza di non errare. In quei minimi spazj relativamente ai perimetri intieri, in cui le Comete ci si rendon visibili, ed a cui le astronomiche osservazioni si stendono, non è maraviglia, che questi corpi alle leggi degli altri Pianeti in parte si sottomettano.

Sono stato indotto ad abbracciare l'esposta sentenza, che mi sembra non affatto improbabile, mosso dalla seguente riflessione. I Pianeti, che non abbandonano mai il nostro vortice per trasferirsi a regioni straniere, e longinque, o siano principali, oppur secondarj, o colle loro orbite circondino i centri delle loro forze, ovvero intorno gli assi si girino, osser-

vano una legge ſtabile, che non ammette eccettuazione, ed è, che i lor movimenti ſi diriggono ſempre da Occidente verſo Oriente. All' incontro le Comete ſciolte da queſta regola vanno vagando con libertà or a ritroſo dall'orto all'occaſo, ora da un polo all'altro, ed ora per ogni dove ſenza ordine, e ſenza un' accertata direzione. Il fenomeno è ſtrano, e pare, che perturbi la general economia del Siſtema. Il Cavalier Nevvton non ha mancato di farlo valere contro i vortici di Leucippo introdotti dal Carteſio, e riformati dall' Ughenio, e milita del pari contro le ultime correzioni del Bulfingero. Dic' egli nel Libro terzo Lemma 4.° collor. 3.° *Hinc etiam manifeſtum eſt, quod Cœli reſiſtentia deſtituuntur. Nam Cometæ vias obliquas, & nonnumquam curſui Planetarum contrarias ſecuti moventur omnifariam liberrime, & motus ſuos, etiam contra curſum Planetarum, diutiſſime conſervant. Fallor ni genus Planetarum ſint, & motu perpetuo in orbem redeant.*

Io per me giudico i globi celeſti totalmente indifferenti ad incamminarſi per qualſiſia obliqua ſtrada; concioſſiachè le attrazioni Nevvtoniane non ponno operare ſe non ſe per la linea retta, che congiugne i centri delle maſſe, che ſcambievolmente ſi ſtimolano. Che i Pianeti poi, deſcrivendo le loro orbite, volgano i loro corſi ad un vento piuttoſto che all' altro dipende unicamente dalle impreſſioni traſverſali da un agente eſtrinſeco ad eſſi comunicate. E ſe nella preſente coſtituzione tutti di conſerva dall'Occidente all'Oriente procedono, ciò ſi attribuiſca al ſupremo arbitrio del C R E A T O R E, che applicate a' ſuoi fini le leggi neceſſarie, e fondamentali, così ha ſapientemente diſpoſto per mantenere indenne l'uniformità del noſtro Siſtema, e per diriggere coſtantemente i moti conſueti, e regolati di que' corpi, che ad eſſo propriamente appartengono.

Gli andamenti ſtraordinarj delle Comete, e la lor natura da quella de' Pianeti noſtrali tanto diverſa mi danno un ragionevole indizio, che tra i Siſtemi propinqui ci paſſi alle volte, ſebben di rado una congrua comunicazione. Poſto che le Comete ſiano Pianeti di due vortici, e che infiammate gagliardamente da un Sole vicino, ſtraſcicando con ſeco le lunghe code, ſe ne dilunghino per accoſtarſi ad un altro del pari cocente, fa d'uopo che entrino nel noſtro Cielo animate da un impeto impreſſo, che per una data direzione le ſpigne, a ſeconda della quale proſeguiſcono il lor viaggio ſenza notabile alterazione obbligate in queſto mentre ad ubbidire alla forza centrale del noſtro Sole, fin a tanto che nelle noſtre regioni dimorano. Crederei però, che in vigore delle azioni, e delle reazioni ſofferte in un clima quaſi foraſtiero uſciſſero alquanto dal piano dell'orbita ovale da eſſe traſcorſa, e che nelle iterate diuturne rivoluzioni, e nei paſſaggj da paeſe a paeſe andaſſero a poco a poco cangiando direzione. Per le quali anomalie giudico malagevoliſſima impreſa, e forſe affatto impoſſibile il predire il lor ritorno.

IV.

Trasandate le dispute, e le conghietture, ciò, che a mio proposito, si è, che ogni Stella fissa è un Sole, e per conseguenza il centro d' un particolare Sistema, e che l'analogia della Natura richiede, che sia corteggiata da' suoi Pianeti. Fra noi non si trovano due prodotti affatto simillissimi, non due foglie, che spuntano dallo stesso ramo, non due fiori, che dal medesimo stelo si schiudono. Il vario si mesce talmente coll' uniforme, che a chi attentamente ci bada, con un'occhiata discerne i segni più occulti di distinzione, ed i più palesi di somiglianza, per guisa che non si confonde mai la foglia d'un pero con quella d'un pomo, e molto meno una rosa con un garofano. Ora se nelle minute cose la sagace Natura così si comporta, niuno mi darà ad intendere, che gl'innumerabili Sistemi, che d'ogni intorno ci cingono, siano lavorati sullo stesso stessissimo modello, e che siano al nostrale squisitamente sembianti. Ciò ripugna alla sapienza del sommo Architetto, che, construtta la prima fabbrica, altro non avrebbe saputo fare, che replicarla appuntino presso che infinite volte. Della mirabile varietà mi danno un forte indizio alcune Stelle fisse, che di nuovo appariscono, e si dileguano, e tornano di tempo in tempo a farsi vedere parte con regolari, e parte con non intesi periodi: contrassegno manifesto, che ne' Cieli da noi rimotissimi spuntano alla giornata delle strane, ed inescogitabili apparenze onninamente discrepanti dalle consuete, e a noi familiari, che fanno di se mostra nella costituzione, in cui siam collocati.

Chi può stendere tant' alto i suoi voli, ed idearsi con quali ordini di cose siano moderati i superiori Sistemi? Ce ne sono di situati per così esprimermi nell' umbilico della Natura, e ce ne sono de' prossimi all' ambito esteriore dell' Universo, che ad un infinito trascendente non poggia. Per la qual cosa dovea diversificarsi la loro struttura secondo l'esigenza del luogo da essi occupato, e giusto il mutuo commercio, che esercitano con i contigui. Consento di buona voglia, che in tutti, e quanti sono signoreggino le leggi fondamentali di espressa necessità; ma gli artifizj opportunamente usati dal Sommo Facitore nell'organizzarli con differenti simetrie mi convincono, che per ottener l'intento facea di mestieri metter mano ne' canoni, che sebbene di sua natura immutabili servono all' arbitrio, ed alla scelta, quando ai fini stessi vengono acconciamente applicati.

La Natura ci ha proposti alquanti curiosi fenomeni, ne' quali ci ha impiegati de'straordinarj magisterj, e che ci sorprendono siccome quegli, che alle regole generali non pare, che si adattino. Ne abbiam un bell' esempio senza uscire dal nostro vortice. Quando il Copernico richiamò dalla oblivione l'ipotesi Pittagorica fra le difficoltà, che militavano contro una tale sentenza, sembrava strano, che la Terra, la quale non è il maggiore, ed il più ragguardevole trà i Pianeti, menasse in giro la Luna, mentre gli altri camminavano solitarj. Si sarebbe apposto al vero colui, che

con-

conghietturando per mezzo dell'analogia avesse detto, non essere solo privilegiato il globo terracqueo, e che i Pianeti più nobili dai loro Satelliti venivano accompagnati, sebbene la picciolezza, e la lontananza ce li toglieva alla vista: ma certamente a costui non sarebbe stata prestata credenza. I gran cannocchiali anno risposto col fatto all' obbiezione, e si sono scoperte prima le quattro Lune di Giove, indi le cinque di Saturno. In questo mentre chi si sarebbe avvisato, che il corpo più remoto dal Sole, e l'ultimo del Sistema, che cede a Giove in grandezza, oltre il corteggio de'suoi Satelliti si strascicasse dietro un anello solido, e staccato, che d' ogn' intorno il circonda? Senza dubbio per un sì fatto, singolare, ed impensato lavoro aveano a modificarsi in una particolarissima maniera le leggi capitali, e a diriggersi i conati della gravità a centri, che ci sono totalmente ignoti; laonde non si sa indovinare per quali linee le masse pesanti discendano, ed al loro tutto si uniscano. Il menzionato cinto è un misterio in Fisica, e chi potesse giugnere a sviluppparlo, avrebbe un saggio, qualmente si adoperi la Divina Sapienza nel mandar i suoi disegni ad esecuzione. Da quel poco, che ci si palesa, alziamo il pensiero al moltissimo, che si ci nasconde, ed ammirando la magnificenza del CREATORE nel moltiplicare lo sterminato numero de' Sistemi, si conchiuda, che in ognuno d' essi si fa pompa di nuove, ed insolite maraviglie.

V.

Non ci lusinghiamo mai di dare un' esatta contezza non solo dell' ordine totale dell' Universo, ma ne meno della nostra parziale costituzione. Sinora dall'etere circolante rapito in giro dalla vertigine del Sole non si è tratto costrutto, ed i vortici di Leucippo, che palpano sto per dire la fantasia, anno una bella apparenza, ma pochissima sostanza, e mal corrispondono ai fenomeni. Dappoichè vi si è affaticato intorno il chiarissimo Signor Giovanni Bernoulli con sottilissimi raziocinj, ed il Signor Bulfingero con accurate sperienze, si dovea sperare un esito fortunato, ma per dir il vero, siamo tutt' ora da capo; conciossiachè la geometria inesorabile gitta a terra le meglio concepute meditazioni. Me ne somministra una prova il Celebre P. Ruggiero Boskovik della Compagnia di Gesù, il quale fattosi a rintracciare per quale strada fosse per camminare la materia sottile giusto le regole dal citato Bulfingero prescritte, ha scoperto, che descriverebbe un' orbita, che non si confà coi moti praticati dalla Natura, di doppia curvatura, la di cui projezione in piano è una curva analitica del sesto grado. Con nissun profitto la Reale Accademia delle Scienze di Parigi ha proposti alcuni quisiti per puntellare il ruinoso Cartesianismo; imperocchè quanto più si tenta di abbellire, e di lisciare un ipotesi sparuta, tanto più si rende deforme. Ho già tenuto discorso della circolazione armonica del Leibinizio, che in nessun modo salva le celesti apparenze.

Quin-

Quinci chi non vuole andar inutilmente vagando per sentieri, che non an capo, ne via, si appigli alla teorica Nevvtoniana, in cui se parecchie verità restano ancora da svelarsi, di molte però, e delle primarie hassi una chiara dimostrazione. Se nulla dee dissimularsi di ciò, che concerne la perfezione della Fisica astronomica, quanto sinora si è conseguito ci mette sotto gli occhj un buon Sistema nelle sue parti, ma nel suo tutto mal connesso, e slegato. E vaglia il vero, non si comprende, come un movimento nell' altro influisca, e come le azioni, e le reazioni si temperino con una vicendevole comunicazione. Si pon mente alle sole leggi principali, e si trascurano le secondarie. Convien dire coerentemente ai principj stabiliti, che la materia della luce, quantunque guarnita di forza, e di velocità sterminata, conforme le lenti, e gli specchj caustici ce ne fan fede, sia in un certo modo estranea al presente Sistema, in quanto cioè essa nè punto, nè poco s' impaccia nelle rivoluzioni, e ne' periodi de' Pianeti: anzi chi potesse, tenuta salda nel centro la gran massa del Sole, impedirne la perenne inesausta emanazione, che così viene spiegato dagl' Inglesi il propagamento del lume, e spandere un immenso vano per gli spazj dei Cieli, priverebbe il Mondo del suo più bello ornamento, e tolti di mezzo i prodotti, renderebbe la Natura affatto infeconda; ma ciò non ostante, sussistendo intatte le mutue attrazioni, e le velocità obliquamente impresse, i Pianeti continuerebbero i loro corsi consueti colle stesse stessissime leggi, che in fatto si osservano: la qual posizione, benchè abbia aria di paradosso, meglio confassi al sentimento de' prefati Filosofanti, che per iscansare l' intoppo delle resistenze spogliano il Cielo d' ogni materia.

Appresso fermata la vertigine del Sole intorno il suo asse, e degli altri pianeti principali massimamente di quegli, a cui fan corte i Satelliti, non si turba in conto alcuno la struttura del Sistema. Inoltre annientati uno, o più d' essi globi colle sue Lune, i restanti proseguirebbero a viaggiare per le solite strade, e colle consuete celerità, e talora cessando in parte le reciproche perturbazioni, con più esatta regolarità. Le conclusioni pajono esorbitanti, e pure dagli ammessi principj spontaneamente fluiscono. Nella nostra costituzione pertanto non c' e unità, ed ogni Pianeta accoppiato col Sole forma da se un Sistema a parte, che se ne può star solitario, e che coi moti periodici, e vertiginosi de' compagni non mantien connessione. Ma se la Natura non opera a caso, e non mette in essere un ordine di cose ben concertato, senza che fra la generale economia delle cause, e degli effetti ci passi una mutua, e stretta corrispondenza, e ci sia tra le azioni, e le reazioni un non interrotto commercio, a me pare, che le divisate grandissime mutazioni cagionerebbero un nuovo, ed impensato combinamento di cose, di cui non possiam render conto, e sconcerterebbero da capo a fondo la presente struttura dell' Universo. Io così credo, ne credo, che i Fisici della gran Bretagna possano credere diversamente.

VI.

Le menzionate mancanze, e massime il notato slegamento traggon l'origine dal non sapersi con quali vincoli si congiungano le leggi note, e le sconosciute, le quali finora a certe regole non mostrano di sottomettersi. S'ignorano totalmente i primi capitali principj, onde pullula la loro scambievole dipendenza, e le stesse leggi primarie, di cui a lungo ho fatto parola, ci sono palesate di conseguenza, e per via di ben avverati fenomeni, piuttosto che nella loro vera, e primordiale genesi dedotta dai canoni generalissimi della Dinamica; conciossiachè non ci è mai venuto fatto di svilupparle con una sincera, ed incontrastabile meccanica spiegazione. Non ci paja dunque strano, se di molte particolarità concernenti il nostro vortice siamo tuttavia all'oscuro. Il Sole siede nel centro, intorno cui girano i sei Pianeti primarj, e tre di questi sono corteggiati dai lor Satelliti, cioè da cinque oltre l'anello Saturno, da quattro Giove, e da un solo la Terra. Gli altri tre Marte, Venere, e Mercurio camminano solitarj, e ci sarà il suo perchè, e lascio ad altri la briga d'indovinarlo spezialmente per ciò, che appartiene a Marte, il quale situato fra la Terra, e Giove pare, che giusto l'analogismo della Natura richiedesse d'essere accompagnato da un pajo almeno di Lune.

Ammiro gli sforzi degli Astronomi pervenuti colle loro sublimi specolazioni a misurare le distanze, le grandezze, e le rivoluzioni de' globi celesti. E se n'è tratto profitto, segnando accuratamente i tempi, e perfezionando la Cronologia coll'ajuto dell Ecclissi Solari, e Lunari, ed eziandio la Geografia col mezzo delle immersioni, e dell'emersioni de'Satelliti Gioviali. A'nostri giorni vengono in soccorso i Fisico-matematici, e scoperte sagacemente parecchie particolarità de'Pianeti, siam giunti a tale, che ad essi prescrivono leggi ferme, e generali, che danno norma al nostro Sistema.

Si è conseguito assai, e forse più di quello dovea sperarsi: ma vaglia il vero, non si è fatto uso salvo che delle leggi dinamiche, e per quello concerne i fini del Sommo Facitore nell'orditura della gran macchina, ragionevolmente dubito, che non mai si vegna a capo di svilupparli. Chi sa dirmi per qual cagione l'ecclittica di Giove passa quasi per i suoi poli, laddove la nostra è ripiegata per soli gradi ventitre, e mezzo verso l'Equatore? Bisognerebbe intraprendere un lunghissimo viaggio, e visitare a parte a parte le vaste regioni Gioviali, e si acquisterebbe qualche imperfetta notizia, perchè in tal guisa, e non altrimenti siasi adoperata la Natura. Che diremo delle vertigini, che a somiglianza di quella della nostra Terra io chiamerò diurne. Venere c'impiega ventiquattro giorni secondo l'ultime osservazioni di Monsignor Bianchini, la Terra un dì solo, Marte poco presso altrettanto, e Giove dodici ore. Di Mercurio, e di Saturno nulla sappiamo, mercè che il primo è troppo vicino al Sole, ed il secondo troppo da noi lontano.

VII.

VII.

Della Luna non abbiamo piena contezza, e pure è il corpo a noi più proffimo, e che fi affaccia fotto un notabile apparente diametro maffime guardato con un buon telefcopio. In effo oltre modo fcabro, ed atto a difpergere per ogni verfo i raggj Solari ha fcoperte, e mifurate il Galileo le alpeftri, ed eminenti montagne. A noftro benefizio rifchiara la notte, e refta in contraccambio illuminato dal lume rifleffo della Terra, come ce ne fa fede il candor Lunare, che fi fa vedere in vicinanza dei novilunj: e ciò, che forfe più importa, coi fluffi, e coi refluffi tiene i Mari in una perenne agitazione. E ficcome il vigor della Luna arriva ad operar in Terra effetti fenfibili, così la Luna in fefteffa dee fentire la molto maggior energia della mole terreftre. Intanto pendono ancora indecife due rilevanti quiftioni. Si dubita primieramente, fe quefto Satellite fia privo di atmosfera, e militano per una parte, e per l'altra delle probabili conghietture. Il dotto Padre Boskovik ultimamente l'ha circoncinto fino all'altezza delle fue montagne d'una fpezie di fluido omogeneo affai craffo, ma però meno denfo e più trafparente dell'acqua noftrale. Secondariamente fi controverte, fe la Luna fi rivolga intorno il fuo affe con un periodo pari al fuo corfo meftruo di giorni ventifette in circa, ovvero guardi verfo la Terra colla fteffa faccia, febbene con qualche picciolo titubamento. L'incertezza, in cui fiamo, non ci lafcia applicare il principio dell'analogia ai Satelliti di Giove, e di Saturno. Metto a fafcio colle fole di Luciano, e dell'Ariofto le vifioni di certi Fifici più coraggiofi, i quali, quafi che foffero ftati per lungo tempo cittadini della fpera Lunare, ed aveffero fpiccato un gran falto dal Cielo in Terra, ci defcrivono minutamente l'indole, ed il carattere di quegli Abitanti, i quali per difenderfi dalla cocentiffima sferza del Sole, che per mezzo mefe fta loro a piombo, an bucati i monti, e fabbricate le città fotterranee.

VIII.

Dietro le veftigia del Cavalier Nevvton determina il Signore 's Gravefand nel Capo XIV. del Libro VI. degli Elementi Matematici di Fifica le maffe di que' Pianeti primarii, che da uno, o più fecondarii fon corteggiati. Mentre i Pianeti principali fieno talmente grandi, che fi poffa prefcindere dalla minima agitazione in effi cagionata dall'azione dei Satelliti, dimoftra il lodato Scrittore, che le quantità della materia, onde fono formati, ftanno in ragione compofta, diretta dei cubi delle diftanze dei Satelliti dai mentovati Corpi, ed inverfa dei quadrati dei tempi periodici dei Satelliti fteffi. Quefto Teorema fi verifica relativamente al Sole, a Giove, ed a Saturno.

In riguardo alla Terra, la cui fenfibile titubazione dalla Luna prodotta vuol porfi a computo, il canone riceve qualche modificazione. Egli è d'uopo ftabilire la diftanza, a cui nel tempo periodico attualmente im-

piegato dalla Luna in una rivoluzione questo Pianeta si girerebbe intorno alla Terra, la quale dalla forza della Luna trasportare non si lasciasse. D'una tale distanza, che s'eguaglia a 60 semidiametri terrestri, abbiamo a far uso nel calcolo, e la massa, che ne risulta, devesi aumentare nella proporzione di 17966 : 18066, a motivo che minorandosi per l'attrazione del Sole la gravità della Luna verso la Terra, il tempo periodico della prima è alquanto più lungo di quello, che dalla stessa Luna non frastornata dal Sole in una giravolta si spenderebbe.

Trova adunque il nostro Autore le Quantità della materia

nel Sole;	in Giove;	in Saturno;	nella Terra;	nella Luna
10000	9, 305	3, 250	0, 0512	0, 0013

Dividendo tali quantità per i cubi dei diametri dei nominati corpi, ci si presentano le Densità

del Sole;	di Giove;	di Saturno;	della Terra;	della Luna
10000	9385	6567	39539	48911

La massa, e la densità della Luna il Signore 's Gravesand le scopre nel Capo XX. Avea provato antecedentemente, che le forze del Sole, e della Luna per muovere il mare si corrispondono come 1 : 4, 4815, e che le stesse forze serbano pure la ragione composta, diretta delle quantità della materia nei detti corpi, ed inversa dei cubi delle distanze del Sole, e della Luna dalla Terra. Essendo note la massa del Sole, e le mentovate distanze, col mezzo di tali dati si stabilisce la massa della Luna, e dividendo questa per il cubo del diametro dello stesso Pianeta, ne risulta una quantità alla densità della Luna proporzionale.

Riflette il Cavalier Nevvton nel Corollario quarto della Propos^e VIII. del Libro terzo de' suoi Principj Matematici della Filosofia Naturale, crescere le densità de' Pianeti, secondo che si trovano più vicini al Sole, e sono soggetti ad un calore più forte. Se l'acqua nostrale si trasportasse in Saturno, indurerebbe un ghiaccio, e se in Mercurio, sfumerebbe in vapori. Potrebb' essere frattanto, che la misurata rarezza d'un corpo celeste prendesse di mira degli altri fini a noi sconosciuti. Egli è noto, che due pezzi simillissimi della medesima pasta, ma tinti di varii colori esposti ai raggj solari in tempo pari del pari non si riscaldano. Ci sono molti elementi, e fra questi le differenti inclinazioni delle ecclittiche agli assi delle diurne vertigini, e la discrepanza delle stagioni indi nascenti; e ne abbiamo un esempio, paragonando la Terra con Giove, i quali si adoperano in maniera, che le rarità dei Pianeti non sono proporzionate ai diversi discostamenti dal Sole, come mi ammoniscono i computi. Per la qual cosa ho un forte indizio, che le menzionate circostanze, ed altre parecchie sieno state dal Supremo Artefice con mirabile magisterio accoppiate in grazia della struttura particolare di ciascun orbe e de' prodotti, che in esso doveano fare la lor comparsa.

IX.

IX.

Appunto nella nostra Terra, di cui abbiamo qualche migliore contezza, si ponno accertare più probabilmente i fini intesi dalla Natura. Ma prima conviene deporre un pregiudizio, che suor di ragione è invalso ne'tempi presenti. Li Signori Burnet, VVifton, ed i moderni Compilatori Inglesi della Storia universale coi loro seguaci, che non son pochi, misurando col compasso del loro cervello la costituzione del globo terracqueo, si sono immaginati, che tolta di mezzo la distinzione delle cinque zone, la diversa lunghezza de'giorni, e delle notti in differenti clima, e la varietà delle stagioni dovesse riuscir più perfetta, se l'ecclittica si congiugnesse col piano dell'equatore. E perchè ciò in fatto non si verifica, an creduto, che la loro ipotesi abbia avuto luogo nella Terra primitiva, e che lo sconcerto sia nato dal generale Diluvio, e che deggia attribuirsi a Divino castigo il disordinato cangiamento della vecchia assai miglior posizione. Vogliònsi ridurre a dovere costoro, che presumono di correggere la Natura, e con un modo prepostero alle sue opere giudicate imperfette antepongono i loro divisamenti. Il non vedersi negli altri Pianeti primarj alcun esempio della pretesa regolarità, attesochè in tutti, e quanti sono l'ecclittica più, o meno secondo l'esigenze dall' equinoziale si discosta, mi porge un robusto argomento dedotto dall'analogia, per cui l'addotta sentenza si convince se non come apertamente falsa, almeno come pochissimo verisimile. Ci converrà dire, che ogni stella errante sia stata per l'addietro soggetta a gravissimi sconvolgimenti, e sopra tutte Giove, la di cui ecclittica da presso ai poli si avvicina. Ci converrà aggiugnere, che tali mutazioni fatte da secoli, e secoli, e sempre in peggio abbiano passo passo deturpata l'economia del Sistema.

Bramerei, che ai citati Fisici fosse conceduto di riformare a lor piacimento il nostro picciolo Mondo; conciossiachè dalle conseguenze, che ne derivano, si sarebbero accorti, che in vece di migliorarlo il desormano. E vaglia il vero, i Geografi, e i Viaggiatori affermano concordemente, che il massimo calore si provi non mica sotto la linea, ma nelle regioni propinque ai due Tropici. La ragione è manifesta; imperciocchè il Sole le riguarda coi raggi perpendicolari per molti giorni, e quasi inchiodato vi si trattiene, essendo appena sensibili i movimenti di accesso, e di recesso: laddove con passi assai più celeri all' Equatore si accosta, e se ne allontana. Or fingasi, che il Sole dall'equinoziale non si diparta, e che apparentemente ogni dì corra la stessa carriera, fermandosi sull' orizzonte oltre le dodici ore a causa delle refrazioni, egli è certo, che questa forza di giorno in giorno replicata aggiugnerebbe nuovi gradi di calore, cui per ammorzare intieramente le notti frapposte non bastano. Ed in ordine a ciò si genererebbe un ardore così cocente, che i paesi sottoposti per buon tratto si renderebbero inabitabili, ed onninamente infecondi. Mi si dirà, che la sagace Natura ci avrebbe posto un qualche compenso o colle piogge, o coi venti; ed io rispondo,

do, che non mi è ignoto, qualmente ella si adoperi nella presente costituzione di cose, ma come poi fosse per comportarsi, mutata la posizione, lascio agli Avversarj la briga d'indovinarlo. Ho motivo di credere, che la supposta regolarità, la quale non ammette differenza fra le stagioni, appunto siccome tale mantenesse un perpetuo invariabil tenore nella nostr'atmosfera, onde regolarmente si alzassero in aria le evaporazioni, soffiassero i venti, e cadessero in terra le piogge, le rugiade, le nevi, e le grandini. Per la qual cosa parmi di potere conchiudere, che non ci sarebbe ipotesi la più irregolare, e la più nociva ai producimenti terrestri, quanto la immaginata regolarità.

Più patenti mi si affacciano le incongruenze, qualora volgo lo sguardo alle regioni polari. L'annua esperienza mi addita, che approssimandosi il Sole al nostro tropico, ad un tempo prefisso, ed in pochi giorni i mari agghiacciati si sciolgono, il gelo si dilegua, le nevi si squagliano, ed i terreni fruttiferi espongono la faccia scoperta ai raggi solari, de'quali attesa la minore obliquità, e la lunga dimora sull'orizzonte, aitata massime la forza della luce dalle campagne pregne di zolfo, che in se la ricevono, e ne abbiam l'indizio dalle frequenti Aurore Boreali, che in que'contorni si fan vedere, non è maraviglia, che le biade, e gli altri naturali prodotti germoglino, crescano, e si maturino in più breve termine di quello facciano nella nostra zona temperata; così richiedendo l'industria della Natura, acciocchè i paesi freddi non restino vuoti di abitatori. Ma nella novella positura di cose, spacciata dagli Avversarj siccome assai più perfetta, io son persuaso, che succedesse tutto all'opposto; imperciocchè i raggi obliquamente incidenti, le giornate molto più corte, e l'uniformità d'una sola invariata stagione farebber sì, che non mutando aspetto le Provincie settentrionali, non ci fosse vigore di lume abbastanza, onde potessero pullular i vegetabili, e mantenersi in vita gli animali; per guisa che da un lato per il soverchio caldo, e dall'altro per il troppo freddo verrebbero a ristrignersi fra più angusti confini i paesi destinati all'abitazione degli Uomini.

E se così va la faccenda, nell'astronomica disposizione del nostro globo le cause finali a chiare note ci si palesano. Egli è indubitato, che i corpi viventi, ed organici, e spezialmente il genere umano si contano fra le più grand'opere, che sieno uscite dalle mani del Creatore. Ad esse dunque, siccome a fine principale, doveano diriggersi i secondarj, e ad uso, e a comodo de'Cittadini avea a costruirsi la Città, in cui Dio s'era prefisso di collocarli. Sarebbe una sconvenevolezza, se stabilita in prima la positura della mole terrestre, si fosse poi pensato di abbellirla con que'producimenti, di cui era unicamente capace. Per la qual cosa tutto ciò, che si è fatto, in grazia nostra si è fatto, ed oltre alcuni riscontri, che nel progresso del mio lavoro vado mettendo in vista, per ciò, che concerne la presente ispezione, dico, che a tale scopo è stata fabbricata la Terra d'una data densità, e d'una data grandezza. La densità è proporzionata ai prodotti, che dal suo seno, come da una matrice universale, doveano schiudersi, ed appresso serve a determinarne

la

la distanza dal Sole, onde da un congruo calore sia fomentata. E quanto alla magnitudine, se fosse più picciola, si coarterebbe il domicilio degli Uomini, e se fosse più ampia, si difficolterebbe il commercio, e la comunicazione fra le remote Nazioni. Di più facea di mestieri, che le venisse impressa un' appropiata velocità trasversale, per cui compisse il suo giro periodico nel corso d'un anno, cui si è aggiunto un altro impulso per farla rivolgere intorno il suo asse in ventiquattro ore: e questi due moti volevano temperarsi in modo, che il piano dell'ecclittica per venti tre gradi, e mezzo s'inclinasse a quello dell'equatore, onde il particolare accoppiamento, escluso qualunque altro, opportunamente influisse negli effetti, che fan di se mostra nella superfizie terrestre. Non sarebbe per noi, nè potrebbe conciliarsi colla nostra struttura, nè con quella de' bruti, e de' vegetabili procreati a nostro benefizio, che la vertigine diurna durasse dodeci ore, come in Giove, o ventiquattro giorni, come in Venere, e molto meno, che si accorciassero le stagioni, come in Mercurio, o si prolungassero, come in Saturno. Ne' menzionati Pianeti altre regole si osservano, nè se ne può render conto; perchè non si sa di qual natura, e di quali proprietà siano forniti i prodotti, e massimamente gli organici, di cui sono stati adorni. In ogni globo celeste an luogo le leggi generali, di cui ho fatta parola, ma diversamente modificate; e fa d'uopo confessare, che Dio inteso ai disegni di maggior importanza, e che meglio manifestavano la sua gloria, e tali sono le creature ragionevoli, ha ben saputo in una sola occhiata discernere, qualmente avessero a disporsi le insensate, acciocchè ai fini primarj colla debita subordinazione servissero.

CAPITOLO SESTO

Della perfezione del Sistema.

I.

IN grazia di que' Filosofi, da cui mal si professa, che i mali fisici, e morali la presente costituzione di cose sconciamente deturpino, non mi sovviene miglior partito quanto di riformarla a lor piacimento, indi col metodo analitico, che ci fa scorta, andar dietro alle conseguenze, che dalla novella supposizione derivano.

In Natura dunque non ci ha da essere mal fisico, viene a dire, spiegando il vocabolo per liberarci dagli equivoci, non si dee svegliare in noi alcuna molesta sensazione, la quale non possiam negare, che non ci renda infelici. Lungi pertanto dalla nostr'anima i dolori di corpo, le tristezze di mente, e qualsivoglia nojosa perturbazione, e s'introduca la beatitudine, di cui andava in traccia Epicuro, *ne corpus doleat*, *ne ani-*

animus perturbetur. Appresso il mal morale, che consiste nell'abuso del libero arbitrio, e che tira con seco innumerabili disordini, dal Mondo si vuole escludere, onde tutti i nostri divisamenti, e tutte le nostre azioni dal giusto, e dall'onesto sian rogolati. Questa certamente è l'idea d'un Sistema beato, di cui pare, che non si possa concepire il migliore, e che sarebbe stato prescelto, se i nostri Fisici nella prima origine delle cose fossero stati dal Supremo Autore chiamati a consiglio.

Quì non si tratta di prescrivere i confini alla Onnipotenza, ne d'indagare cosa Dio possa, o voglia intraprendere. Io non metto la bocca in Cielo, e lascio ai Maestri in Divinità quelle ricerche, che dalla Rivelazione dipendono, bastandomi d'aver superiormente provato, non esserci fisica repugnanza, che il Mondo abbia mutata faccia, e sia per mutarla. Per ora il cardine della quistone si raggira nel ben capire, essere onninamente impossibile, che una conscienza limitata sia di sua natura, ed essenzialmente felice, ed affatto immune dagli errori dell'intelletto, e della volontà. Ho già stabilita invincibilmente la massima capitale, che nelle cose partecipanti della quantità, capaci del più, e del meno, e che crescono, e scemano di perfezione, non si poggia mai ad un infinito assoluto, il quale con l'unità indivisibile unicamente si accoppia.

E se così è, l'anime umane sono atte nate a soffrire, ed a deviare dalla rettitudine. Che diremo de'bruti soggetti del pari a patire? Converrà trasformarli in tanti automi privi di senso giusto l'immaginazione de'Cartesiani. Orsù per liberar l'Universo dai menzionati inconvenienti fisici, e morali altro espediente non trovo fuorchè conservare tutto ciò, che c'è di corporeo, e di annientare tutto ciò, che c'è di spirituale: conciossiachè se, come alcuni farneticano, la materia a pensare si abilita, fa d'uopo da capo in fondo annichilar la Natura. Non so poi, se a questo patto gli Avversarj consentirebbero, che il Mondo si abbellisse, e vieppiù si perfezionasse; mercè che l'immaginato miglioramento si tirerebbe dietro la lor distruzione, o almeno, giusto la riflessione del Galileo, costoro si terrebbero felici, se fossero trasformati in tante statue di marmo, o di bronzo, ed aggiugnessero un nuovo soggetto alle metamorfosi d'Ovidio.

Mi si opporrà, che la serie delle cagioni, e degli effetti siccome non turbata, e non interrotta dalle operazioni degli Uomini camminerebbe con maggiore regolarità. Ma che importà ciò? Sarebbe uno strano paradosso, se, poste a confronto le due accennate posizioni, si desse la preferenza a quella, in cui mancassero le creature dotate d'intelligenza, e di libertà. Tanto manco semplice, ma molto più magistrale diviene l'economia del Sistema, quanto che si uniscono, e si combinano sostanze di genere totalmente disparate.

II.

II.

Ci vorrebbe un lungo giro di discorso per tener dietro gli andamenti della mente umana. Ardisco dire, che ogn'intelletto è un Mondo da per se, o meglio un Caos di confusioni, e d'irregolarità, e che ogni volontà è una farragine di appetiti stravolti, che non an freno, nè limite. Tutto dì si tenta di soddisfare alle naturali apparenze, nè ci ha Fisico, che non si lusinghi di delineare nel propio cervello una copia dell'Universo all'originale sembiante. Ma che Mondi mai in testa degli Uomini si creano? Io non credo, che i Poeti, i quali allentano la briglia alla fantasia, abbiano raccozzate più stravaganti immaginazioni. Il peggio si è, che s'urta frequentemente ne'scoglj occulti delle contraddizioni, e degl'impossibili, ed io ne ho segnati parecchj nella carta da navigare, quantunque non avrò saputo guardare da altrettanti la mia debole navicella. Anco sì fatte visioni, a cui si aggiungano i desiderj vani, le speranze aeree, e le azioni torte, e contraffatte, entrano nel nostro Sistema, e secondo il parere degli Avversarj in parte il deturpano.

L'ingegno umano feracissimo di concepimenti, tutto che pochissimo intenda di ciò, che in fatto sussiste, ed ogni minuto fenomeno il convinca di sua fiacchezza, ciò non ostante, spiega l'ardito volo per le regioni del possibile, e di tempo in tempo modifica la materia con novelle ritrovate. Qualunque struttura artifiziale è parto dell'intelletto, il quale, se non si ferma sull'idea, e discende all'opera, di non più vedute produzioni la Natura arricchisce, ed adorna. A cagion d'esemplo la Geometria, che tra i confini del finito non consente d'esser ristretta, contempla curve infinitamente infinite d'ogni grado, e d'ogni genere, ed algebratiche, e trascendenti. Che ciascheduna d'esse dalla Natura ne'suoi lavori s'impieghi, non è possibile, e forse prima di Nicomede non avvenne, che fiasi fatto uso della Concoide. Dappoichè costui ha inventato un semplice stromento per descriverla, ha cominciato a far di se mostra, ed i più periti Architetti se ne servono alla giornata per diminuire con grazia i corpi delle colonne.

III.

Gli Uomini intesi ad abbellire le lor fatture sempre non colpiscono nel migliore, e perciò le Arti fanno di giorno in giorno de'nuovi avanzamenti, se pure alle volte non tornano indietro. Pare a primo aspetto, che cotali mancanze (quando si dia nome di difetto ad una minor perfezione, avvegnachè non si dee piatire su i vocaboli) in qualche modo rendano imperfetto il Sistema, almanco della nostra Terra; perchè come le cose camminino negli altri Pianeti, non può sapersi. Su

questo punto pieno di perplessità vogliono farsi alquante opportune riflessioni.

Ed in prima fa d'uopo distinguere l'aggiustatezza del ritrovamento dall'imperizia della esecuzione. L'idea, che nella nostra mente risiede, è per sestessa esattissima, in cui nulla si può riformare; ma egli è affatto impossibile, che con pari puntualità la pratica ci corrisponda. Per esempio un Artefice, ch'a da costruire un pajo di ruote, in se medesimo le concepisce squisitamente rotonde, ed uguali. Usciranno poi tali dalle sue mani? Saranno circoncinte non già da una periferia geometrica di cerchio, ma da un poligono irregolare di molti lati, e fra l'una, e l'altra ci passerà qualche picciolo divario nella grandezza, per guisa che tanto più si stimeranno perfette, quanto più alla figura circolare, ed all'uguaglianza si accosteranno. E se il gran Maestro dee necessariamente nelle sue produzioni valersi d'un confacente temperamento, come tante fiate si è inculcato, quanto maggiormente ne' nostri manuali mestieri avrà luogo una incomparabilmente più grossolana participazione. Quando mai giugnerà l'Arte a garreggiare colla Natura nella partigione della materia, e di conseguenza nella maestria dei lavori?

Secondariamente l'Arte intorno i corpi fisici soltanto si adopera, li congiugne, e li separa, gl'impasta, e gli scioglie, ed in mille guise li maneggia, e li modifica. Ma dopo tutte l'escogitabili operazioni non s'introduce in essi tal mutamento, che non restino prodotti fisici alla Natura non ignoti, e da lei precedentemente apprestati. Al più si discomporranno ne' loro costitutivi elementi, come i diamanti, che collocati nel foco cocentissimo della lente d'Orleans si dileguano in fumo. In questo mentre non vanno in nulla, e lo zolfo tenace, e costipato, di cui si credono formati, e che per l'aere si sparge, è un misto naturale, che di bel nuovo unito, e condensato a dovere tornerebbe a restituire la pietra preziosa nel suo pristino stato. A noi tal volta si concede di disfare, ma non di rifare. Oltre che i mezzi, e gli stromenti dagli Uomini nelle lor fatture impiegati, e che ne agevolano l'eseguimento, o vengono immediatamente dalla Natura, come il fuoco, l'aria, i sali, che applicati a nostro beneplacito esercitano le lor azioni sopra i composti, o pure richiedono d'essere aggiustatamente preparati, come gli ordigni ad uso degli Operaj. Per le quali cose l'Arte si mesce talmente colla Natura, che ambo in un sol Sistema concordemente cospirano.

In terzo luogo la maggior, o minor perfezione delle manifatture umane si misura semplicemente dai nostri disegni, e dai fini, che ci siamo proposti. Molto fa per noi, che un oriuolo regolatore delle giornaliere operazioni batta giusto, ma la Natura non se ne dee certamente prender fastidio. Ella nulla badando, se la macchina sia più, o meno compiuta, seguita a menar in giro il suo orologio del Sole colla solit'aggiustatezza. Nel suo meccanismo i lavori artifiziali non influiscono, perchè dal suo progresso consueto non la distornano. Non importa, che da un pezzo di marmo si cavi un tocco di cornice, o un capitello, ovvero una statua d'Uomo piuttosto che di Donna. Tanto, e tanto com-

pu-

putate le schegge, la primiera materia sussiste. Appresso non solamente le leggi necessarie non si turbano, ma ne meno le arbitrarie dal supremo Facitore prescritte, che si mandano puntualmente ad esecuzione. Molto manco si mette mano nello stabilito temperamento, e nelle circostanze, che l'accompagnano. Ed in ordine a ciò parlando accuratamente, ed in vigor filosofico direi, che le strutture, che dall' industria umana provengono, non tolgono, e non aggiungono perfezione alla fabbrica dell' Universo.

IV.

Accostiamoci più da presso al nostro subbietto. Abbiamo noi alle occasioni una chiara cognizione degli ottimi non mica assoluti, ma relativi, sui quali, avvegnachè conciliano al sistema del Mondo maggior perfezione, e spargono nuovi lumi sopra le cause finali, conviene, che di proposito io mi trattenga. Questi ne' casi più semplici saltano, per così dire, agli occhj, e persino al volgo degli Operieri non sono ignoti. Chi non sa, che per chiudere con una linea di data lunghezza un massimo spazio deggio circondarlo con una periferia circolare? All'incontro ne' più difficili investigamenti ci fa scorta la sublime Geometria co' suoi massimi, e co' suoi minimi, la qual teorica ci dimostra, fino a qual segno possa poggiare l'acutezza dell'umano intelletto aitato dai metodi d'una finissima Analisi sebbene in passando dalle specolazioni matematiche alle fisiche ci si fanno incontro delle perplessità, che vogliono maneggiarsi con attenta circospezione. Me ne rende testimonianza il celebratissimo Leonardo Eulero nel suo impareggiabile Trattato de' massimi, e de' minimi pochi anni sono uscito alla luce.

L'Autore nelle due Appendici, dove favella delle curve elastiche, e del moto de' projetti, ci propone una dottrina comune, cred' io, alla Setta Leibiniziana, che in Germania fiorisce, e che si appoggia ad un principio da lui assunto siccome manifesto, e fondamentale. Essendo che, dic' egli, la fabbrica dell' universo Mondo è perfettissima, e dal Creatore dotato d'una infinita Sapienza ordinata, e compiuta, non ci può esser dubbio, che in tutto ciò, che succede, non riluca il massimo, e il minimo, e conseguentemente l'ottimo, e che con pari successo ciascun effetto naturale si determini o per via delle cagioni finali, o per via dell' efficienti. Abbiamo dunque alle mani due metodi egualmente utili, l'uno diretto, e l'altro indiretto, i quali secondo le circostanze vengono ad uso. Quando le cause efficienti oltre modo stanno nascoste, e le finali alla nostra cognizione non si sottraggono, suole indirettamente sciogliersi il quisito, e per lo contrario si batte la strada diretta, qualora l'efficienti son più palesi. Sopra tutto dobbiam porre ogni studio per soddisfare al problema in amendue le maniere; imperciocchè l'una dà mano all'altra, e dal loro consenso se ne trae lume, e piacere.

Si viene poscia agli esempj presi da' più rinomati Matematici, che vogliono intendersi cogli altri di simil fatta, come anderò in progresso esponendo. La curvatura d'una catena pendente si scopre col mezzo delle sollecitazioni della gravità, e dell' equilibrio, in cui si mettono gli elementi della catenaria. Di più si ottiene l' intento per il metodo de' massimi, e de' minimi, rintracciando qual deggia essere l' indole di quella curva, il cui centro di gravità nell' infimo luogo discende. Similmente la piegatura de' raggj procedenti per mezzi diafani di differente densità si determina non solo colle leggi meccaniche, ma assunto altresì il principio, ch' abbiano a compiere il lor viaggio da punto a punto in tempo brevissimo.

E sebbene per tanti saggj prodotti, e che prodursi potrebbono, non resti dubbietà alcuna, che nelle curve tutte, che ci danno la soluzione de' problemi fisico-matematici, i massimi, ed i minimi non trovin luogo, accade però bene spesso, che non ci si offra indizio di sorta per isvelarli, e ne pure quando dello scioglimento diretto siamo in possesso. Si è prima conosciuta la Natura della curva, in cui si torce una lamina elastica, di quello si sapesse, qual minimo ci corrisponda. Ce l' ha insegnato il dottissimo Signor Daniele Bernoulli, e ci ha avvertiti, che tal proprietà conviene alla funzione $\int \frac{ds}{RR}$, in cui la differenza della curva è divisa dal quadrato RR del raggio combacciante: quantità, ch' esprime la forza in solido esistente nella lamina incurvata, che da lui potenziale si appella, e che debb' esser minima. Per la qual cosa se alla quistione si soddisfà per la via indiretta, così vuole proporsi. Fra tutte le curve di pari lunghezza, che non solo passano per due punti, ma in essi sono toccate da due rette date di posizione, determinar quella, in cui il valore $\int \frac{ds}{RR}$ sia minimo. Aggiugne l' Eulero nella seconda Appendice un altro esempio concernente le curve trajettorie descritte da' projetti sollecitati da qual si voglia legge di forze centrali. Egli ha sagacemente scoperto, che tolte di mezzo le resistenze, si verifica sempre la proprietà, che la somma di tutti i moti elementari sia minima: lo che parimente ha luogo ne' corpi, i quali procedono di conserva, e con mutue azioni in qualunque modo si stimolano. Nel caso più semplice della gravità costante, e diretta ad un centro infinitamente lontano la curva sarà in guisa disposta, che la funzione $\int ds x \sqrt{a+gx}$ ci rappresenti il minimo divisâto, e la trajettoria cercata sarà la parabola Apolloniana. Si noti, che ds ci espone l' elemento della curva, a una costante aggiunta, g la gravità, ed x le assisse variabili.

V.

V.

Faccio un gran conto de'due metodi diretto, ed obliquo suggeriti dal lodato Scrittore, e molto più degli eccellenti saggj, con cui gli ha illustrati; ma nel tempo stesso non mi sento guari mosso dall'addotta specolazione ad abbandonare i miei principj, ch' io reputo superiori ad ogni eccezione. Per me penso, che facciansi valere fuor di ragione le cause finali, dove non c'entrano nè punto, nè poco. Non si vogliono confondere, da chi rettamente discorre, i massimi, e i minimi geometrici cogli ottimi o naturali, o artifiziati, che tal volta vengono a festa; attesochè per lo più i primi son regolati dalla necessità, e sempre mai dall'arbitrio i secondi; laonde non facendo lega insieme, non si debbe inferire, che ad un massimo, o minimo analitico corrisponda un ottimo fisico.

E vaglia il vero: l'esposta dottrina Euleriana non si sostiene, mentre non si supponga giusto il parere de' Filosofi Tedeschi, che le leggi capitali della Dinamica siano di elezione, e di congruenza. In tal falsa ipotesi pare, che si possa assortire secondo le circostanze il massimo, o il minimo, che si accorda coll'ottimo, indi farsi strada ad accertare la curva, o la figura, in cui unicamente risiede, ed in tal guisa prescrivere le leggi, e diriggere a nostro senno i meccanismi, che meglio si confanno all' intento. Ma se al contrario il canone fondamentale delle azioni, o della conservazione delle forze vive cogli altri statici, o meccanici, che con esso indissolubilmente si legano, non è arbitrario, anzi di assoluta necessità conforme a suo luogo ho notato, bisogna comportarsi tutto al rovescio. Lasciamo, che la Natura seguitando il suo stile faccia uso delle regole inviolabili derivate necessariamente dall'essenza della materia animata dalla forza; imperocchè senza dardi petto nell' impossibile altre sostituire non se ne possono: e se poi per viaggio tenendo dietro a'suoi lavori un massimo, o un minimo ci si fa incontro, lo che sempre mai o per un verso, o per l'altro accaderà, sappiasi, ch'esso nasce di geometrica conseguenza, e che tanto è necessario, quanto è necessaria la legge, da cui immediatamente dipende. Per la qual cosa escluso affatto il contingente, che nelle verità a tutto rigore dimostrate non ha luogo, quand' anche il metodo indiretto si adoperi, altri canoni non iscopriremo se non se quegl' immutabili, che regolano, senza che vi si frapponga alcuna eccettuazione, i magisterj della Natura. Ora io domando cosa ci abbia che fare l'ottimo, dove non c'è scelta, ed arbitrio, e dove domina una precisa inesorabile necessità.

La Geometria non perde di vista i massimi, e i minimi, e mette ogni studio per isvelarli: al quale oggetto oltre l'ingegnosissimi metodi, e spezialmente dal menzionato Signor Eulero escogitati, si è presa la cura di distinguerli accuratamente dai punti d'inflessione, e di regresso, come eziandio da quegli, in cui più rami della stessa curva s' intersecano, coi quali punti, da chi non ci bada più che tanto, sogliono facilmente confondersi; laonde per toglier di mezzo gli equivoci in breve uscirà forse

alla

alla luce una compiuta teorica. In questo mentre io non conosco Geometra, che siasi immaginato di associare cogli ottimi i predetti massimi, e minimi. E la ragione è manifesta; conciossiachè fin a tanto che si contempla la nuda estensione, ad ognuno è noto, che i teoremi indi dedotti sono d'una incommutabile verità. E se la cosa in una sola maniera infallibilmente procede, egli è una pretta vanità il pensare all'ottimo, o al pessimo. Ma sotto la stessa classe vanno fuori d'ogni esitazione riposti i principj dinamici; dunque sbagliano i Fisico-matematici, qualunque fiata si affaticano di accoppiarli coll'ottimo.

VI.

Potrebb'essere, dirà un Seguace del Leibinizio, ch'io mi fossi ingannato nello stabilire la mia massima. Io l'invito a ponderare le mie dimostrazioni riputate sincere da parecchj Valentuomini, al cui giudizio le ho sottoposte. Procedono esse col surrogare in via d'ipotesi alle vere leggi usate dalla Natura delle altre d'indole differente esposte con funzioni analoghe, e si fa toccar con mano dalle conseguenze, che se ne cavano, che si cade in una palpabile contraddizione. Io ne darò un saggio altrove, ed in questo mentre tornerò a raccordare la scoperta del Signor Daniele Bernoulli, che il canone delle forze composte con tutti gli altri dinamici, che con esso si legano, è di pretta necessità siccome dedotto da principj irrefragabili.

Appresso il metodo obliquo dell'Eulero bene spesso all'ajuto de' suoi massimi, e minimi non è sufficiente ad accertar l'ottimo. Ne desumo la prova dalla sua seconda Appendice. Ivi si adotta generalmente il supposto, che sollecitazioni acceleranti i mobili all'ingiù siano date per una qualsivoglia funzione delle distanze dal centro. Ad ogni caso in particolare corrispondono, siccome è noto, le sue trajettorie d'indole diversa, e talvolta infinite ad un solo, conforme per esempio interviene, qualora la forza centrale sta in ragione inversa triplicata delle lontananze. In questo mentre dimostra l'Autore un Teorema cattolico, che in qualunque incontro la somma de'moti elementari è la minima. E se con tal minimo di conseguenza si accoppia l'ottimo, quando io credo d'esser pervenuto alla meta, mi trovo ancora alle mosse; conciossiachè m'avveggio, che l'ottimo scoperto ne chiama un altro infinitamente più ristretto, e forse d'impossibile indagine. Dimando dunque, che tra tutte le leggi, che si anno in considerazione, fra tutte le curve, che ci rispondono, mi si assegni quella, che unicamente ad esclusione d'ogni altra faccia lega coll'ottimo. Per la qual cosa i minimi puramente geometrici, che di conseguenza ci sono affacciati, siccome troppo estesi non an che fare coi fisici meccanismi.

Aggiungo, che alle volte valendosi dell'esposta maniera di ragionare, si tenta di conciliare l'ottimo col pessimo, ed il possibile coll'impossibile. Piglio di bel nuovo per mano l'addotto esempio limitandolo però ad un caso semplice, su cui il nostro Analista si è trattenuto. Che la gravità

tà nostrale sia costante è una ipotesi di adequazione, ma ch'essa sia diretta ad un centro infinitamente remoto, si tira dietro insanabile ripugnanza. Senza questi due requisiti i projetti terrestri non descriveranno mai una parabola conica, anche prescindendo dalle resistenze, e non solo nella presente costituzione di cose, ma di più in qualunque altro immaginato Sistema. E la ragione si è, perchè partendosi l'azione dal corpo centrale avrebbe a valicare uno spazio immenso prima di giugnere al mobile, e ciò, che non può capirsi, stando sempre costante, e senz' alcuna diminuzione. L'ipotesi è per sestessa assurda, e pure ciò non ostante hassi nella trajettoria parabolica l'ottimo esposto dalla somma minima de'moti elementari, osia dall'integrale $\int dsx \sqrt{a+gx}$: Quinci nasce la stravaganza, che l'ottimo si combini col pessimo; imperocchè siccome l'imperfettissimo relativo si addossa alle cose possibili, che dal loro nulla non escono, così l'assoluto alle onninamente impossibili. Il luogo è pericoloso, ed oltre modo perplesso, e qualmente vada maneggiato senza urtare in paralogismi, m' ingegnerò di spiegarlo nel seguente Capitolo.

CAPITOLO SETTIMO

Si proseguisce a discorrere della perfezione del Mondo.

I.

HO assunto il carico di dilucidare un oscuro subbietto, qualmente cioè l'ottimo faccia la sua comparsa nella scena dell' Universo, ne so come siami per riuscire l'impresa, ch' io di buona voglia raccomanderei a menti più svegliate, e sublimi. Prima d'ogni altra cosa, per quanto io mi sia adoperato nel ben capire il vantato principio della ragion sufficiente, non mi è mai potuto entrare in testa il Mondo perfettissimo del Leibinizio; conciossiachè non ho saputo conciliarlo nè colla natura della materia inerte, che può crescere, e scemare, ma non pervenire all' infinito, o all'infinitesimo amendue transcendenti, ne colla sua totale indifferenza, che d' essere regolata da un temperato Sistema indispensabilmente richiede.

II.

II.

Dico pertanto, che in qualunque subbietto contenuto sotto l' idea generale della quantità, in cui non c'è ripugnanza, che per un verso ricresca, o per l'altro si minori fino all' infinito, è una patente delusione l'andar in traccia dell'ottimo. Chi sarà mai capace di assegnarmi un'ottima estensione, o un ottimo grado di forza, un ottimo numero? Imperocchè s'io faccio, che le dette magnitudini poggino ad una infinità assoluta, e trascendente, do di petto nell'impossibile; e se le concepisco ristrette fra limiti, non so discernere, sotto qual precisa dimensione l'ottimo deggia fare la sua comparsa. Egli è più chiaro della luce del mezzo giorno, che in tali casi alla ragion sufficiente portata troppo avanti dai Filosofi di Lamagna si oppone per diametro l'indifferenza, che non consente, che si determini l' indeterminabile, ed a fronte di cui non regge la scelta dell' ottimo; conciossiachè nella scala de' Mondi possibili si ascende per innumerabili gradini di passo in passo al migliore, e si discende al peggiore, senza che mai si pervenga o per una parte, o per l'altra ai confini estremi. Per la qual cosa mal si è apposto il Leibinizio, esponendocene l'andamento sotto il simbolo d' una piramide, che da un canto termina in punta, ed all' opposto all' infinito si stende. L'apice secondo lui segna il Sistema perfettissimo, e le basi crescenti, quegli, che in perfezione a grado a grado decrescono. A me pare più consentaneo alla retta ragione, che la cosa si dovesse rappresentare assai meglio con una curva di tal natura, che un de' suoi rami all'infinito si propagasse, e l'altro sempre più si accostasse ad un assintoto, senza che mai il primo giugnesse all'ultima infinità, ed il secondo all' ultimo indivisibile.

Diranno, che se fosse possibile un Mondo migliore del nostro, Dio l'avrebbe infallibilmente prescelto, onde non avesse a pentirsi d'aver preposto il manco perfetto contro l'inviolabil principio della ragion sufficiente. Pongasi con Abailardo, che Dio abbia fatto quanto ha potuto, o col Leibinizio quanto ha saputo, lo che rinviene allo stesso, la ragion sufficiente non ci suffraga, e svanisce qualunque volta domina una pienissima indifferenza. Ed in ordine a ciò se i due principj non fanno lega insieme, come sovente accade, anzi cozzano direttamente l'un contro l'altro, ci vuol poco a comprendere, a qual d'essi deggia darsi la preferenza; attesochè nel caso in quistione altra ragion sufficiente non si vuol riconoscere, salvo che una infinita libertà valevole a vincere una infinita indifferenza. E se così è, ripugnando, che le sostanze quante si sollevino ad un massimo, o ad un ottimo assoluto, e metafisico, si dovrà forse credere, che il Supremo Facitore siasi per soverchia delicatezza astenuto di darci un saggio della sua possanza, e del suo sapere creando un Mondo finito, e limitato: perchè era onninamente impossibile, che si cavasse dal nulla un Universo trascendentemente perfettissimo, viene a dire una spezie di chimerica Divinità?

Insiste-

Insisteranno, essere una massima sconvenevolezza, che una ragione infinita operi senza ragione; ed io ripiglierò, che ci ha una maggiore ripugnanza, che una infinita libertà da sestessa non sia valevole a determinarsi, ma che per mettersi in azione aspetti una ragione bastante, che la costringa. E quì conviene deporre un pregiudizio nascente dall'imperfettissima maniera, con cui gli Uomini concepiscono le operazioni d'un essere transcendentemente infinito. Separano eglino l'un dall'altro i Divini attributi, ed a ciascuno d'essi assegnano uffizj particolari, ed obbietti appropiati, e la nostra mente limitata in altra guisa non può comportarsi; conciossiachè sebbene quando Dio si prefigge d'operare, opera sempre da Dio, impiegandoci tutti i suoi supremi attributi, non si può però negare, che le azioni terminandosi al di fuori nelle creature fornite delle lor essenziali proprietà alla lor differente Natura in qualche modo non si contemperino. Per la qual cosa ripugna che Dio pigli di mira l'assolutamente impossibile, e tale si è il Mondo perfettissimo del Leibinizio, perchè in Lui non può cader la contraddizione. Ma s'Egli in una sua struttura sceglie il migliore, l'artifizio alla Sapienza direttrice, ed all'Onnipotenza agente l'eseguimento si ascrive. Se poi nel subbietto signoreggia una pienissima indifferenza escludente qualunque congrua escogitabil ragione, si dee necessariamente rifuggire ad una infinita libertà. Ed in fatti i Leibiniziani con tutte le loro metafisiche acutezze non an saputo render conto dello perchè il Sommo Facitore abbia creato l'Universo in quel preciso torno di tempo, e non prima, e non dopo, e nè tampoco per qual sufficiente motivo abbia diretti i moti de'corpi celesti da Occidente verso Oriente, mentre senza punto turbare l'economia del Sistema con una mezza giravolta a guisa delle ruote d'un oriuolo potevano incamminarsi a ritroso. Non c'è penuria d'esempj, in cui chiaro apparisce, che non ci verrà fatto di conciliare insieme una sufficiente ragione determinante colla indifferenza onninamente indeterminata, e che non è determinabile salvo che da un sovrano libero arbitrio.

III.

Ripudiata la sentenza Leibiniziana, il ragionamento si aggirerà intorno gli ottimi particolari, e relativi, i quali siccome da per tutto nell'economia della Natura rilucono, così ne aumentano la perfezione, e ci rivelano l'infinita Sapienza del Creatore. E quì avanti d'inoltrarmi gioverà di prescrivere una regola di sommo rilievo concernente la retta maniera di Filosofare. Fa d'uopo guardarsi sempre mai dall'antecipare i nostri giudizj, e dal prevenire l'industria della Natura. Ogni qualvolta si piglia ad esaminare un fenomeno, non occorre affrettarsi nell'attribuire ad esso lei quell'artifizio, che da noi viene riputato il migliore. Giocando, come suol farsi, ad indovinare, i nostri divisamenti si appoggiano ad una tenuissima probabilità, e sarà colpo di mera fortuna, se fra le mille una fiata coglieremo nel segno. Se poi lungi dal mettere a fascio congetture, ed ipotesi sopra ipotesi attentamente terremo dietro, per quanto si

 può,

può, al progresso, per cui l'effetto in quistione passo passo si va generando, e ci anderà fatto di svilupparne il meccanismo, l'ottimo, che ci si nascondeva, uscirà in campo e così limpido, e chiaro, che nulla ci resterà da desiderarsi. Abbiasi per certo, che la Natura ne' suoi lavori si appiglia sempre al migliore: non ci lusinghiamo però di scoprirlo prima, o come si dice a priori, ma soltanto a posteriori, cioè dopo che siamo venuti in cognizione del suo magisterio. Stimo soverchio il recare qualch'esemplo, attesochè dall'accennato metodo prepostero di raziocinare nascono quasi tutti gli errori, in cui son caduti i più accreditati Filosofanti.

IV.

Ora l'ottimo speziale adattato ai particolari fenomeni, che si stende per tutta l'ampiezza della Fisica, è sempre indiritto ad un fine individuato. Bisogna prefiggersi uno scopo, in cui si vada a colpire: altrimenti siamo da capo, ne si sa da qual parte volgersi per afferrare il migliore. L'Autor delle cose non si è comportato diversamente; imperocchè è notissimo l'assioma, che il fine è primo nell'intenzione, ed ultimo nell'eseguimento.

L'addotto requisito di conseguenza ne chiama un altro, ed è, che l'opera intesa in moltissime maniere, ed anco infinite compier si possa. Se in una sola guisa indispensabilmente all'atto ridur si dovesse, dalla necessità, che ci lega, e ci strigne, l'ottimo senza fallo sarebb' escluso. Non ci debbe dunqu' essere ripugnanza, che l'effetto divisato si lavori tal volta alla peggio, ed ora bene, o meglio, ed in qualche incontro ottimamente, siccome avviene nelle fatture umane, in cui sovente mal si accertano i mezzi in ordine ai fini proposti: laddove nelle Divine, le quali coll'ottimo infallibilmente si accoppiano, non ha luogo il disordine.

E se così è, fa d'uopo, che l'indifferenza dominante si determini ad un solo effetto dagli Uomini o bene, o male a misura della loro capacità, o perfettamente dalla Natura diretta da una infinita Sapienza, Quindi ci si richiedono potenza, libertà, ed elezione, senza le quali condizioni non s'induce ne' corpi pazienti un prescelto, e voluto cangiamento di stato. Le strutture dunque relativamente ottime siccome preferite alle difettose dipendono unicamente dall'arbitrio, e non dalla necessità, che non può sceglierle, e non dal caso, che non sa assortirle.

In due modi si adopera la volontà libera nel procurar lo migliore o col far servire ai suoi disegni le leggi necessarie della Natura opportunamente ai fini prefissi applicandole, ovvero col metter mano nelle proprietà della materia, e spezialmente nelle figure, ed altre parecchie, che non mai della indifferenza si spogliano, e consentono d'essere alle occasioni moderate. Ma di ciò s'è ragionato abbastanza.

Poco finora si è viaggiato. Fa di mestieri andar in traccia di quell' unica costruzione, e di quel singolar meccanismo, onde ad esclusione di qualunque altro escogitabile l'ottimo si consegiusce. Sarebbe fuor di mi-

sura stupido colui, che al Sommo Facitore, cui nulla si cela, attribuisse negl'incontri particolari o ignoranza, o perplessità: A cotali imperfezioni una mente limitata soggiace, la quale ora manca di forza, ora non discerne i modi confacenti per condurre a buon termine i premeditati disegni. In qualche caso più facile con una semplice occhiata dell' intelletto si distingue il migliore. Ad ognuno è palese, che i corpi rotondi, e sferici sono volubili, e prontissimi al moto, laddove i parallelepipedi si accoppiano con una stabile solidità. Per la qual cosa tanto è vero, che il perfetto riguarda necessariamente un fine prestabilito, quanto che mutata l' intenzione, e la causa finale, l'ottimo si cangia in pessimo, ed al contrario.

V.

Ma nelle più perplesse disquisizioni le scienze matematiche tal fiata ci soccorrono, e viene in acconcio la teorica de' massimi, e minimi. Stiamo però in guardia, siccome ho notato nel precedente Capitolo, che tali determinazioni non sieno di geometrica necessità; perchè soventemente accaderà, che non solo si rendano inette per accertare l'ottimo, ma spesso anche nocive siccome copulate coll'impossibile. Prefisso il fine, non occorre perderlo di vista, e si deggiono indagare i mezzi più adattatissimi per ottenerlo. Ed attesochè sappiamo, che la cosa in molte maniere o meglio, o peggio può farsi, e che fra tutte le fattibili una sola si è l'ottima, ne segue, che ad essa secondo le circostanze un massimo, o un minimo ci corrisponda. La perfezione crescente, o calante viene abbracciata dall'idea generale della quantità; e perciò non ci è disdetto in parecchie occasioni di segnarne i gradi per via delle ordinate d' una curva regolare, la quale se ci darà un massimo, o un minimo, o pure se a confronto di tutte le curve possibili d'una speziale prerogativa sarà fornita, ci somministrerà una chiara nozione del perfettissimo da noi cercato. In una parola vuolsi adempiere la condizione, che il minimo, ed il massimo si leghi con quell'ottimo preciso, che nel fine proposto unicamente cospira: altrimenti anderemo di traverso, quando i concepimenti si ridurranno alla pratica.

Ed appunto rimane, che ben afferrato l'ottimo, qualche avvertenza si aggiunga intorno l'esecuzione. Il perfettissimo in idea qualora si discende al fatto, perde di pregio, e si trasforma in un buono contemperato, o sia in un migliore di adequazione, e di accostamento. Di vantaggio non si pretenda; imperciocchè la Natura stessa, stante la ritrosia della materia, alla massima perfezione non perviene: e ciò per il motivo tante volte allegato, che ci si farebbe incontro l'impossibile corredato delle sue metafisiche contraddizioni, e l'ottimo presunto col pessimo di conseguenza verrebbe a congiugnersi.

VI.

Con una coppia d'esempj illustrerò le premesse riflessioni, e li piglierò in prestito dagli Autori. Dappoichè il celebre Eulero nell'Opera citata ha esaurito il subbietto de' massimi, e de' minimi, nulla giova imbrogliarsi in calcoli laboriosi, e basterà, ch'io mi trattenga intorno qualche osservazione di metodo.

Prima d'ogni altro, ch'io sappia l'incomparabile Cavalier Nevvton ha sciolto il problema del solido della minima resistenza. Si cerca un corpo, il quale animato a principio da una data velocità si faccia strada a traverso d'un mezzo fluido colla maggior possibil prestezza, e scorra in tempo determinato un massimo spazio. Il fine è manifesto, e si va in traccia de' mezzi nascosti per conseguirlo. Io non metterò mano nella gravità specifica della massa consistente, non nella celerità primitiva ad essa comunicata, che passo passo decresce, non nella densità, e nella coreenza del liquido, e ne meno nel canone fisico, per cui la resistenza del mezzo sta in ragione duplicata dell'attuale velocità, colla quale il mobile di tempo in tempo cammina.

Sono queste particolarità di supposizione, che non vogliono in conto alcuno alterarsi. Ben è vero, che il corpo in moto può assumersi più pesante, o più leggieri, ed il fluido più sciolto, o più tenace, e stagnante, ovvero agitato, e corrente. Inoltre le particelle elementari componenti il liquore ponno fingersi o affatto molli, ed inerti, o fornite d'una perfetta virtù di molla, o poste in uno stato intermedio. In tutti gli addotti casi le resistenze notabilmente si variano, ed a ciascuna ipotesi corrisponde una diversa scala di celerità decrescenti. Ed è conforme alla ragione, che la Natura per ottenere i suoi fini di tali modificazioni a tempo, e luogo si vaglia. In questo mentre le memorate circostanze nè punto nè poco influiscono nella soluzione del quisito; conciossiachè introdotta qualsivoglia determinazione ad arbitrio col regolare i dati, tanto e tanto si dovrà investigare di qual figura abbia da vestirsi il solido, acciocchè viaggiando soffra la minima opposizione. In molt'incontri le formole indi risultanti non saranno fra loro diverse salvo che nelle quantità coefficienti.

Ed in fatti il corpo duro, che per l'acqua quieta a cagion d'esempio s'insinua, può essere circoscritto da innumerabili figure, può venire al contrasto con una superfizie sempre più estesa, e cacciar di sito camminando per un pari spazio una minore, o maggior copia di fluido. Ripugna dunque, che diasi un solido della massima resistenza, ma non così della minima; perchè la Geometria ce l'addita, e c'insegna a descrivere una curva, che girata intorno il suo asse ce lo presenti. Questa curva composta di due rami concavi, che finiscono in punta, imita il carattere adoprato dagli Astronomi per esprimere il segno dell'Ariete; e siccome trascendente di sua natura, e derivata dalla quadratura dell'iperbola sarebbe di malagevole costruzione, se il Signor Marchese Giovan-

vanni Poleni non ci avesse con un ingegnoso stromento addestrati a delineare la logaritmica, e la trattoria con tanta maestria, con quanta si conduce in giro una periferia circolare per via d'uno squisito compasso.

Dalla figura come sopra indicata trarrebbe un gran profitto la Nautica, se i vascelli corressero sempre mai giusto la direzione della spina; ma perchè spesso piegano a poggia, e ad orza, il sottile investigamento si spunta, e si rende inutile, anzi piuttosto nocivo, fatta riflessione all' andamento della nave in tutte le sue circostanze. Per servire alla pratica, considerate in prima tutte le direzioni, per cui può camminare il navigio, ed i contrasti del fluido indi nascenti, ci converrebbe soddisfare ad un'ardua quistione, determinando cioè la superfizie curva del vascello per modo, che fosse un minimo l'aggregato delle resistenze. Io giudico il problema insolubile, ma in mancanza dell'arte, che mi abbandona, ricorro alla Natura, la quale ne'suoi magistrali lavori non erra mai, e piglio a contemplare i Nautlj piccioli crostacei marini, che corredati d'una membrana, che spiegano al vento, e che in essi fa l'uffizio di vela, a guisa di tante barchette navigano per l'Oceano. Fatta l'osservazione, che la loro struttura non è guari diversa da quella, con cui sogliono costruirsi le nostre navi, io noto, che le Arti ammaestrate non già dalla ragione, ma da una lunga esperienza se non giungono ad eleggere il migliore, almeno da presso vi si accostano: e ne desumo un'altra prova dai ferri delle saette a norma della teorica prescritta prossimamente configurati, onde penetrassero più addentro nelle carni, ed imprimessero più profonde ferite. Nè si creda, che con una scrupolosa maggior precisione si potesse avvalorare l'offesa; mercè che sarebbe tanto insensibile l'accrescimento, che non meriterebbe, che in pratica alcun conto se ne facesse.

Egli è evidente, che nel nostro caso intanto il minimo analitico si accorda coll'ottimo fisico, in quanto la cosa non è necessariamente ad un solo effetto determinata, e può farsi o peggio, o meglio in infinite maniere, ed in quanto il minimo di conserva coll'ottimo prendono per unico scopo il fine, che ci siamo prefissi.

VII.

Mi sbrigo del secondo esempio in pochi periodi. Da un punto di sublimità segnato a piacere si porti un grave ad un altro dato più basso per obliqua strada. Se di più non si chiede, siamo nel totalmente indeterminato; conciossiachè per infiniti sentieri o rettilinei, curvilinei, o misti il mobile può pervenire alla meta statuita. Ma facilmente ci cade in pensiero, ch'esso ci giunga o per lo spazio più corto, o nel tempo più breve. Nel primo caso converrà tirare da punto a punto una linea retta, e nel secondo avrassi a descrivere una cicloide, che ci dà il minimo ricercato rispetto al tempo, e giusto le dimostrazioni geome-

tri-

triche è la curva della prestissima discesa. E chi volesse accoppiare insieme amendue le funzioni concernenti il minimo spazio, e la minima durata, dovrebbe mutar ipotesi, e far cadere il corpo pesante per la linea del piombo. Allora ci si presenterebbe un massimo, viene a dire il grave, che da una data altezza discende, ferirebbe il piano orizzontale sottoposto con la massima percossa.

Stimo soverchio il ripetere le riflessioni a lungo dedotte nel numero antecedente. Avverto soltanto, che il cortissimo viaggio per linea retta ha luogo in qualsivoglia leggi di forze centrali; laddove la curva cicloidale in un'altra si trasforma, diversificata la scala delle potenze sollecitanti. Surrogata al canone della gravità costante, e tendente ad un centro infinitamente remoto non adottato dalla Natura, la supposizione fisica, che i conati centripeti sano in ragione inversa duplicata delle lontananze dal centro, la cicloide non soddisfà al quisito. Abbiamo dunque in essa un minimo inconcludente, che nulla serve a determinare il più celere discendimento, se non se assunta una ipotesi immaginaria, ed impossibile. Al più ne' piccoli intervalli da punto a punto la nostra curva segnerà una strada di prossima adequazione, ma ne' tratti lunghissimi devierà molto dal giusto, e vero cammino, e dal fine, che ci siamo proposti.

VIII.

Gli ottimi intesi, e procurati dagli Uomini, che sono nella nostra portata, ci servono tal fiata di scala per comprendere i più reconditi usati dalla Natura; e da qualsivoglia lato io mi volga, mi si presentano indizj convincenti delle cause finali, che regolando gli effetti, ed assortendo il migliore, conciliano bellezza, e perfezione all'Universo. Quanto più se ne intendono gli artifizj, tanto maggiormente ci si palesa il predominio degli ottimi relativi: laonde più che il Mondo invecchia, si più buona mostra di se riguardo al concetto, che se ne va passo passo la mente umana formando. Per la qual cosa non vogliono ascriversi alla Natura i pregiudizj della nostra imperizia: mercè che meglio ci troveremo il nostro conto, quanto in progresso acquisteremo un più gran numero di cognizioni. Ignorando noi spessissimo i reconditi magisterj del sommo Artefice, non è maraviglia, che l'intelletto rest'ingombrato da folte tenebre, e che non abbiam lumi sufficienti per diradarle.

Si accresce la perplessità, qualora io rifletto, che non ad un solo, ed unico fine la Natura dirigge i suoi misteriosi lavori, ma bene spesso molti ne prende di mira, ed alle volte disparati. Superiormente io ne ho recati gli esempj, parlando spezialmente degli usi varj de' nostri organi. In tali circostanze gli è manifesto, che la scelta dell'ottimo dee servire a differenti intenzioni, e per così esprimermi dividersi, e contemperarsi. Per la qual cosa non abbiamo a cercarla in qualche particolare effetto, ma bensì nell'assortimento, e nel complesso di tutti quegli

ef-

effetti, che ad essa in qualunque modo rispondono. E conciossiachè sovente alcuni sono principali, ed altri secondarj, ci vuole una congrua distribuzione non già dell'ottimo, ma del migliore, che ai proposti disegni proporzionatamente si adatti, onde la massima perfezione, che in ognuna delle parti separatamente non può aver luogo, dal loro combinamento risulti. E questo intralciamento di fini per ridurlo all'esecuzione richiede una maestria superiore, di cui non abbiamo la chiave, perchè quanto più i magisterj si complicano, tanto meno s'intendono.

IX.

In questo mentre coloro, che amano d'essere chiamati spiriti forti, e superiori alle volgari prevenzioni, con inaudita temerità giudicano fatto tutto alla peggio ciò, che non arrivano a comprendere. Si può mettere a campo una più stolta maniera di ragionare? Per confonderli io mi vaglio della seguente similitudine. Mi capita sotto gli occhj un opera mandata alla luce da un rinomato Scrittore. Mi faccio a leggerla attentamente, ed in quella parte, che non supera la mia intelligenza, ci scorgo profondità di dottrina, nerbo di raziocinio, ed esattezza di metodo: ma ci sono alcune meditazioni più sottili, ed astruse, di cui non penetro il midollo. Avrò dunque a conchiudere, procedere ottimamente ciò, che da me s'intende, ed all'incontro essere vanità, e paralogismi quegl'investigamenti, che non giungo ad intendere? Ora s'apra il gran libro della Natura, e vi si adatti il premesso discorso. Io ne so svolgere pochissime pagine; ma in ciò, che ci sta scritto, io ci ravviso i caratteri d'una infinita Sapienza, e presumerò, che regni l'ignoranza, e il disordine nelle occulte cifre, cui non mi è conceduto di rilevare?

CAPI-

CAPITOLO OTTAVO

Delle imperfezioni, che sogliono attribuirsi al Sistema.

I.

AD alcuni Fisici pare così brutto, e contraffatto l' aspetto del nostro Mondo, che ne fanno le maraviglie, e per la premura di persuaderlo altrui vestono piuttosto la persona di appassionati declamatori, che di sinceri filosofanti. Pongo in non calere le conclusioni esorbitanti, che ne ricavano, con cui mettono a soqquadro ciò, che c'è di più sacrosanto fra gli Uomini. Mi trattengo semplicemente ad avvertire, che va alla peggio ciò, che a costoro non viene a grado, e che il buono, ed il cattivo non si desume già dalla natura delle cose, ma dai rapporti, per cui al nostro stato rispondono. Dall' amor proprio dunque, e dalle proprie convenienze a contrattempo se ne pigliano le misure, e si trasgredisce la bella massima del gran Cancelliere d' Inghilterra Bacone di Verulamio, *ne Homo fiat mensura Universi*.

II.

Esce da prima in campo il bene, ed il mal morale, ma i Filosofi assennati si sbrigheranno in poche parole dall' obbiezione. Sosterranno con ragione, che l'esserci nel Mondo creature dotate di libero arbitrio contribuisce alla sua maggior perfezione, e che non occorre maravigliarsi, se una volontà finita non sempre si porta al bene, ed all' ottimo non mai, e se frequentemente al male si appiglia. Soggiugneranno, che gli atti viziosi nè molto, nè poco influiscono nelle naturali operazioni, che da tutti altri principj traggon l'origine. La malizia umana non infetta ciò, che c' è di realmente fisico negli interni pensamenti, e nelle azioni esterne, imperciocchè discostandosi il peccato dalla debita rettitudine, ed essendo una mancanza di regolarità, conforme c' insegna il grande S. Agostino, in sestesso è un puro, e pretto nulla, e va risposto tra le privazioni, come la sordezza, e la cecità. Niente c' è dunque di positivo, per cui dai delitti resti disguisato il meccanismo dell' Universo. Per restarne appieno convinti basta il riflettere, che un' azione fisica per sestessa, ed in sestessa non è buona, nè rea; e sì fatte estrinseche denominazioni, che nulla anno di reale fuori di noi, si desumono dalla retta, o sinistra intenzione dell' operante: e perciò senza che nè punto

punto nè poco l'atto si diversifichi, secondo le circostanze ora si loda, ed ora si biasima, ora si premia, ed ora si punisce. E se da tali principj avesse a misurarsi la perfezion del Sistema, ne nascerebbe l'assurdo, che il medesimo effetto prodotto giusto le leggi ordinarie della Natura tal fiata sarebbe regolare, e tal fiata disordinato, e di conseguenza ne resterebbe o migliorata, o deteriorata la presente costituzione.

Ai disordini della volontà succedano gli errori dell'intelletto, sui quali si muove una quistione simile alla testè brevemente discussa: voglio dire, se dai concepimenti falsi, ed assurdi si deteriori in parte l'euritmia del Sistema. Quì tornano in campo le premesse considerazioni, che stimo soverchio il ripetere. Meglio ponderato il subbietto, avendo Dio fornite le nostre anime di due singolari prerogative coscienza, e riflessione, che sempre vengono ad uso, e non istanno mai oziose, sono fra me stesso sospeso, ed ambiguo, se facendosi un perpetuo mescolamento d'idee chiare, e di torbide, di disegni ragionevoli, e vani, e trovandosi la mente talora in istato di percezioni distinte, e talor di confuse, presa la cosa in cumulo, si accresca, o si minori la perfezione del Mondo.

III.

Una gravissima taccia si addossa da certi alla Divinità, accusandola d'impotenza, o di tirannia, quasi che o non abbia saputo, o non abbia voluto tener lontani dalle sue fatture i mali fisici. Chi non vuole escludere totalmente dal Mondo le cagioni, e gli effetti, e spogliar la materia di forza, e di resistenza, dee necessariamente ristrignere gl' inconvenienti supposti a quelle sole creature, che sono corredate di sentimento. Non si computa fra i mali, che il fuoco sciolga la tessitura d'un misto insensato, che un pezzo di marmo si stritoli, o che se ne muoja un'annosa pianta.

Delle moleste affezioni, e per quali motivi non ci sieno state risparmiate dalla Natura intesa alla nostra conservazione, ne terrò altrove ragionamento. Presentemente favellerò degli altri guai, e spezialmente del più terribile, cioè della Morte. Veramente gli Uomini sono più infelici degli altri animali; attesochè la ragione, e l'antivedere, di cui son dotati, tiene sempre loro anzi gli occhj l'ultima fatale miseria. In fatti è così dolce il respirare quest'aria, che non ci ha veruno, quantunque oppresso da pesanti incomodi di corpo, e di mente, il quale privi sestesso di vita, se non se un qualche pazzo, o disperato delle sue cose, o taluno spinto da un mal conceputo eroismo, oppure mosso da una superiore illustrazione; e ne abbiamo un esempio in Sansone, di cui si dice nelle sacre carte, che *irruit super eum Spiritus Domini*. Per altro io sono persuaso, che niuno giunga ordinariamente a tal eccesso, se prima in vigore d' una passione violenta ridotta al sommo non ha perduto il cervello, e non si trova in istato di confusissime percezioni, che non gli lasciano l'uso del discernimento, e dell'arbitrio.

Su questo punto la mia Santa Religione bastantemente m'illumina, e mi mette in quiete. Ma perchè ho da fare con avversarj, che poco, o nulla la curano, prendo la risoluzione di non uscire dai cancelli della Fisica, e prima mi accingo a dare una ripassata sopra ciò, che anno saputo dire i Filosofi di varie Sette. Stratone, ed Epicuro an posto la scure alla radice o cancellando dalla mente l' idea di Dio, o disguisandola in modo, che tutt'altro rappresentasse fuori che un ente supremo. Il primo ha fatto un Nume d'una sorda, e cieca necessità, che operando senza consiglio ha confusi dall'eternità, e tuttavia mescola insieme i beni, ed i mali. Il secondo fautore del caso si è astenuto per timore dal negar le Deità, e si è ingegnato di addurne in prova una spezie di anticipazione comunemente innestata negli Uomini. Ma perchè se le fingeva simili a noi, e composte non di corpo, e di sangue, anzi di quasi corpo, e di quasi sangue, e le collocava negl'intermondi a compiacersi di una beata solitudine, per me penso, che costui si prendesse giuoco del volgo, e che a' suoi seguaci rivelasse a quattr' occhj l'Arcano dell'Ateismo.

L'origine del male fu attribuita dagli Stoici alla ritrosia disubbidiente della materia, la qual eterna, ed increata mal si è potuta conformare ai disegni Sapienti di Dio, che si è assunto la cura di disporla, e di organizzarla. Ai Manichei è caduto in fantasia d'introdurre i due principj uno buono, e l'altro reo, uno di luce, e l'altro di tenebre corredati di pari forza, e pugnanti insieme indefessamente colle armi del bene, e del male senza che dall'una, o dall'altra parte si dichiari mai la vittoria. Piacque ai Filosofi dell'Oriente seguitati dai Pittagorici la Metempsicosi, o sia il passaggio delle anime da corpo a corpo migliorando, o peggiorando di condizione secondo i portamenti della vita antecedente. Per ultimo è traspirato in Platone un qualche fosco barlume. Osservava egli non essere conforme l'ordine, che la mente parte più nobile dell' Uomo non esercitasse una piena signoria sopra i suoi organi, e che bene spesso in vece di comandare fosse costretta ad ubbidire, ed a sottomettersi alla più vile porzione. Giudicò dunque, che lo stato presente, in cui ci troviamo fosse uno stato di pena, e di castigo, e s'immaginò che le anime cittadine delle Stelle per i peccati ivi commessi venissero cacciate in Terra a purgarli nella oscura prigione de' corpi, e che più presto, o più tardi tornassero snelle, e sciolte a ripatriare in quegli altri astri, da cui per le loro colpe erano state esiliate: nella qual ipotesi non sarebbe un detrimento la Morte, ma un benefizio.

IV.

Si sarà divertito il Lettore in udire tante novelle da vegghia. Ora raziocinando sul sodo, chiaramente comprendo, che deliberando Iddio di popolare d'Uomini la nostra Terra, a tre diversi partiti poteva appigliarsi. O dovea fin da principio delle cose produrre tanta moltitudine d' Uomini, quanti bastassero ad abitarla, conservandoli nel corso lungo de' secoli sempre mai giovani, e robusti, e non soggetti alla Morte. Ovvero

ro conveniva, che ne creasse alquanti d'amendue i sessi, i quali guarniti del dono dell' immortalità per la via ordinaria si propagassero fino a compiere il numero prescritto, indi dopo essersi diffusi per la superfizie terrestre divenissero sterili. Oppure aveano le generazioni a camminare coll' ordine, con cui attualmente procedono, per guisa che agli Avi di tempo in tempo mancati succedessero in serie i Nipoti altresì mortali.

Per dileguare la dubbietà fa di mestieri accertare quale de' tre assegnati sia il migliore provvedimento. Sarà riputato un paradosso oltre modo stravagantissimo, e mi tirerò dietro o la risata, o l' indignazione altrui, se avrò coraggio di dare al terzo la preferenza. So ancor io da qual lato traboccherà la bilancia, se si eleggeranno Uomini per diffinire la controversia. Io stesso affascinato dall' amor propio senza internarmi più che tanto nel perplesso soggetto meglio amerei vivere una vita interminabile, ed anco infeconda, che acquistare la prerogativa di padre mortale. Ma bisogna svestirsi delle radicate prevenzioni, ed ascoltar seriamente la retta ragione. Appello dunque la volgare ingiusta sentenza alla università del genere umano, e confido di non essere dalla parte del torto, quantunque io sappia, che pochi converranno con meco nell'opinione.

Mi si dica con filosofica ingenuità, in quale delle tre ipotesi testè raccordate fosse per venir al Mondo una più gran quantità d'Uomini. Non credo dovérsi tergiversare a rispondere, che certamente nell'ultima. Ed in vero al mutarsi delle generazioni, o coll' estinguersi i viventi già nati per dar luogo a quegli, che passo passo sono per nascere, se ne aumenta talmente la copia, che, posti a confronto i caduchi cogli eterni, si corrisponderebbero con una lontanissima proporzione. Per la qual cosa adottata a piacimento l' una, o l'altra delle due prime suppofizioni, ne segue, che riempiuto una volta a dovere d'animali ragionevoli l' ambito della nostra Terra, gli altri tutt'innumerabili per mancanza di luogo lascierebbero di fare la lor comparsa, e nell'abisso del niente se ne starebber sepolti.

Entro pertanto in mestesso, e m'interrogo, se a questo duro patto io possa desiderare, che si cangi scena, e s'introduca un nuovo ordine di cose. Abbracciata la seconda posizione, m' accorgo d'essere stato procreato assai tardi, e sessanta secoli dopo la creazione dell' Universo; e perciò indubitatamente non sarei venuto in luce secom'escluso dal numero troppo abbondante degli Antenati, i quali da lungo tempo avrebbero cessato dal generare. Ammessa poi la prima ipotesi, chi mi assicura, ch'io fossi stato fortunatamente prescelto? Tanto più che il mio essere a fronte del mio non essere va accompagnato da una tenuissima probabilità. In tal guisa ognuno pensi da se, e fatta riflessione, che l'assoluta non esistenza è il pessimo di tutti i mali, si avvederà di bramare il suo peggio, mentre si espone all' evidente rischio di annichilarsi. E se per sorta noi moderni Cittadini del nostro globo fossimo i privilegiati, lo che in tanta moltitudine non è verisimile, coloro, che rimangono fuori, ed a cui è tolta la speranza di sortire dalle regioni del puro possibile, se fossero abilitati a difendere la propia causa, crediam noi, che preferendo la nostra felicità

alla loro estrema miseria, si sottroscrivessero ad una decisione parziale ad esso loro tanto gravosa, ed inesorabile?

Appresso sarebbe nocivo il desiderio dell' affettata immortalità colla condizione di sopra esposta, quand'anche la mente perisse insieme col corpo; imperciocchè è sempre meglio il durare per breve tempo, che il non sussistere unquanco. Ma insegnandomi la sensata Filosofia, che l' anima umana è guarnita d' un atto vitale essenzialmente propio, intimo, indivisibile, non separabile, e scevro dal consorzio della materia, il quale consiste in una coscienza, che sopra sestessa riflette, siamo convinti, che la Morte non ha giurisdizione sulla miglior parte di noi medesimi. C' è un bellissimo passo nel Timeo di Platone, dove parlando degli spiriti dice, che DIO gli ha talmente legati con vincoli indissolubili, che a lui solo si è riservata la facoltà di discioglierli, se pure d' aver prodotte le sue più nobili fatture potesse pentirsi. Per la qual cosa finito il corso di questa labile vita, un' altra Patria ci aspetta, ed a un nuovo ordine di cose siam destinati. Conchiuderò dunque col Poeta, *usque adeo ne mori, miserum est*, che in grazia nostra abbia a sovvertirsi l' economia del corrente Sistema? Sin quì la Fisica; per il di più conviene volgere le pupille al lume rivelato, il quale risplende, quando quello della ragione si ammorza. Ed in fatti se questa vita caduca aggrava, ed abbassa l' anima, unendola ad un corpo terrestre, e la morte sciogliendola dal frale la solleva, e la sublima, io non temo la morte, temo la vita passata, che dee congiugnersi colla futura.

Io mi compiaccio, che nell' addotto divisamento sono stato in qualche modo prevenuto dall' incomparabile Galileo. Egli nel primo Dialogo del Sistema mette in bocca al Sagredo le seguenti parole. Questi, ch' esaltano tanto l' incorruttibilità, e l' inalterabilità, credo, che si riduchino a dir queste cose per il desiderio grande di campar assai, e per il terrore, che anno della morte, e non considerano, che quando gli Uomini fossero immortali, a loro non toccava a venire al Mondo. Questi meriterebbero d'incontrarsi in un capo di Medusa, che gli trasmutasse in istatue di diaspro, o di diamante per diventar più perfetti, che non sono. Fa poi, che il Salviati soggiunga. E forse anco una tal metamorfosi non sarebbe se non con qualche loro vantaggio; che meglio cred' io, che sia il non discorrere, che discorrere a rovescio.

V.

Proseguisco a discorrere di molte irregolarità, che in Natura tutto giorno si osservano, le quali sono, s' io mal non mi appongo, più apparenti, che reali, e fra queste suol farsi un gran caso delle mancanze, delle sconciature, e delle mostruosità, che fra i disordini fisici sogliono annoverarsi: quasichè la Natura non abbia saputo, o potuto in tali incontri portare i suoi lavori al debito compimento. Già si è avvertito, che gli Stoici zelanti difensori della Divina Provvidenza rovesciavano l'origine de' menzionati difetti sulla imperfezione della materia mal atta a secon-

condare con puntuale esattezza i disegni del grand'Artefice. La riflessione in parte è vera, ma non dovea dedursi dall'indole innata della materia medesima sussistente *ab eterno*. Per metterla in tutto il suo lume stiamo intesi, che il sommo Architetto ha eretta la sua fabbrica con quei materiali, ch'egli si è liberamente creati.

Per la qual cosa torna bene il rifuggire ad un principio da me stabilito, che viene a sesta opportunamente. Già si è detto, e provato, che l'indifferenza inesauribile della materia chiama necessariamente d'essere determinata da un congruo temperamento, altrimenti non è possibile di ridurla a Sistema. E qualsivoglia prescelta partecipazione non può conciliarsi coll'ottimo esatto, e preciso. Si dovea dunque poggiar soltanto ad una perfezione sistematica, ed ivi far pausa; conciossiachè col progredire di passo in passo senza mai fermarsi all'infinito, o all'infinitesimo amendue trascendenti si dà di petto nella contraddizione.

L'accertare in qualunque circostanza l'ottimo relativo, massimamente nella costruzione de' corpi organici, è una prerogativa, che DIO a se solo riserba. E sebbene la Natura delle cose finite indispensabilmente richiede, ch'Egli nella costruzione delle sue opere non pigli di mira l'assolutamente perfettissimo, ma il buono, ed il migliore, ciò non deroga punto ai fini sublimi, ch'ei si ha prefisso, ne tampoco al mirabile artifizio, per cui li manda ad esecuzione. In tal guisa si allarga il campo degli ottimi, ch'io chiamo prossimi, ne' quali il poco più, ed il poco meno non turba l'adeguamento cogli ottimi assoluti, e perfetti. Questi tutto che ripugnanti in pratica, conceputi però siccome confini di accostamento diriggono eziandio gli umani divisamenti, in cui si procura sempre di affettare il migliore.

L'esposta importante dottrina ci fa formare una giusta idea del nostro partecipato Sistema. E se nelle naturali strutture l'ottimo trascendente non può conseguirsi, che sia stato in sua vece prescelto il ben fatto sarà forse un disordine? Da ciò io cavo una notabile illazione, che ci dee star fissa nella memoria, ed è, che il tante volte mentovato temperamento si adopra altresì nel limitare la perfezione dell' Universo, la quale oltre i segni prescritti non può trascorrere. Quinci non occorre fare le maraviglie, se in una partecipazione, che non monta all' ottimissimo, e che sta dentro i confini del migliore, un qualche picciolo neo si ravvisi, e non vada esente da qualsivoglia difetto. Ed ecco la germana origine di que' supposti inconvenienti, su cui si fa tanto schiamazzo: e l'inganno nasce unicamente da ciò, che mal si pretende una perfezione per così esprimermi perfettissima, alla quale onninamente ripugna, che le cose create pervengano: laddove a discorrerla rettamente il nostro Mondo dee riputarsi ottimamente costrutto, qualora per quanto è possibile, e per quanto la sua natura lo comporta, si scorge in esso un minor numero d'irregolarità.

VI.

VI.

I fenomeni fisici confermano questa verità. E quì cadono in acconcio gl'indiscernibili del Leibinizio da lui fatti giocare a contrattempo, e dai quali ha dedotte alcune conclusioni mal appropiate. Se non si veggono in Natura due prodotti simílissimi, e che non ci mostrino qualche nota osservabile di diversità (a cagion d'esemplo un uovo attentamente mirato si discerne dall'altro uovo, due foglie, e due frutta della medesima pianta non sono affatto sembianti, e nelle mani dello stesso uomo le vene variamente si diramano) sapeva egli cosa si avesse ad inferire? Che non potendo stare un organico perfettissimo, se non se solo sotto un'uniformissima simetria, le differenze, che vi si ravvisano, non si accordano coll'ottimissimo, Ma non si dee negare, che i predetti misti sieno nel loro essere ben conformati; dunque la Natura intesa a' suoi lavori si contenta d'una limitata perfezione. E perchè i corpi della medesima spezie si rinvengono in parte dissomiglianti, ne segue, che l'uno dell'altro sia più perfetto, e che tal fiata si elegga il buono, e tal fiata il migliore.

Per la qual cosa ne' fisici producimenti, quantunque appena discernevoli, non si poggia ad un pari grado di perfezione, e conseguentemente essendo notissimo l'assioma, che il bene nasce dalla causa intera, ed il male da qualunque difetto, egli è certo, che le irregolarità delle parti in quella del tutto influiscono. Mal si conciliano dunque gli speziali prodotti, che l'esperienza ci fa vedere dissimili, colla ipotesi del Mondo perfettissimo, di cui fu propugnatore il Leibinizio. Se i suoi Seguaci si compiacessero di ammollire alquanto la lor sentenza, e si contentassero di attribuire all'Università delle cose un ottimo adequato, e relativo al temperamento, che ad esso serve di base, e che fra tutti i possibili è stato da Dio liberamente prestabilito in ordine a suoi fini imperscrutabili, io non sarei per ripugnare; imperciocchè da questo fonte scaturiscono quelle particolarità, che si vogliono a tutto costo far passare per errori della Natura.

VII.

All'acutissimo P. Melabranche recavano troppa noja gli accennati inconvenienti, e massime i mostri, e gli aborti. Per liberarsi dall'impaccio divisava egli, che avendo Dio prescelte nella fabbrica del Mondo leggi semplicissime, piuttosto che complicatle, oppure operare con volontà particolari adattate alle individuali occorrenze, siasi indotto a tollerare dei disordini, e delle incongruenze.

Se si parla delle leggi capitali, e di precisa necessità, io non vado d'accordo coll'Autore. In esse, che sono inesorabili, e non soggiacciono a cangiamento, siccome connesse indissolubilmente coll'essenza della materia guarnita di forza, io non riconosco nè semplice, nè composto: in quel-

la

la guisa appunto, che non ravviso tali attributi nelle proprietà nascenti dall'idea delle figure geometriche.

Se poi si favella dell' applicazione delle suddette leggi, ovvero di modificare le affezioni passive de'corpi, nelle quali circostanze, conforme ho provato, ha luogo un pienissimo arbitrio, io non dissento, che bene spesso si faccia uso dalla Natura de'canoni più semplici. Egli è maifesto, che merita maggior lode un Artefice, che in tal maniera si adopera, mentre però i lavori ad una pari squisitezza pervengano: altrimenti la semplicità perde di pregio, quando si discapita nella perfezione dell' opera. Conchiudo pertanto, che il principio metafisico' insinuato dallo Scrittore della Ricerca della verità a primo aspetto fa una bella comparsa, ma generalmente non si può adattare a tutte le leggi naturali, e ne'casi particolari a molte eccettuazioni è forse soggetto.

VIII.

Ho lasciata di toccare finora sul mio stromento una corda, che renderà ottimo suono. Posto che tutte le mancanze non possano evitarsi in una finita, e partecipata costituzione di cose, resta da indagarsi, in che principalmente consista la perfezione del Mondo. Non si ammirano abbastanza i consigli della Divina Provvidenza, la quale sin da principio ha fatto pompa della sua infinita industria col prevedere, e col por riparo, per quanto la Natura limitata delle creature il consente, a que' sinistri, che alla giornata negli effetti fisici sogliono intromettersi, onde non si sconcerti l'ordine del Sistema, e nel suo stato perseveri costantemente.

La generale disposizione delle cose, ed il combinamento delle cagioni portano, che alle volte si allenti il freno alle forze attive, le quali adoperandosi con insolita energia partoriscono sconvolgimenti, e desolazioni. Le aridità, gl'inondamenti, le grandini, i terremuoti, le morie, ed altri disastri di simil fatta guastano in parte la faccia della Terra; ma oltre che la Natura altrove il suo consueto corso non interrompe, non ci vuol molto tempo a rimettere le cose nella positura di prima, perchè gli stessi disordini da regole stabili si risarciscono.

Con somma facilità si corrompono le orditure delicatissime de' semi, e le tenere fibrelle de'feti, che alle scosse violente non reggono. Si è procurato con tutta la maestria di preservarli dai giornalieri insulti, onde i germi delle piante dall'oculatissimo Malpighi, che gli ha diligentemente esaminati, si chiamano infanti ben custoditi. Ciò non ostante, gli urti troppo gagliardi vincon d'assai le fievoli difese, che bastantemente non li proteggono; per la qual cosa i pochissimi, che si schiudono, sono una minima parte rispetto agl'innumerabili, che periscono. Avendo dunque la sagace Natura a metter compenso all'irreparabile perdita, è stata oltre ogni credere prodiga nel moltiplicare le uova degli animali, e le sementi de'vegetabili, antivedendo, che moltissime dovessero andar a male, o non pervenire a maturità: e così ha posto in sicuro

curo

curo la propagazione delle spezie. Sanno gli studiosi della Storia naturale, che le ostriche siccome immobilmente affisse ai corpi solidi, sono dei due sessi fornite, e che ai tempi, ne' quali attendono alla generazione, spingono fuori dal loro seno i feti belli, e compiuti, e li raccomandano alla fortuna. Nuotano essi per l'acqua salsa spalmati da un tenace visco, e vengono quà, e là trasferiti dalle correnti sin a tanto che alcuni per avventura a qualche pietra, o a qualche legno, e tal fiata all'ostriche stesse si accostano, e forte vi si appiccano. Ivi messe in salvo si alimentano, crescono, e giungono alla debita perfezione.

Quì non si ferma l'industria della gran Maestra. Totalmente non abbandona ella gli embrioni in parte disguisati, e li nodrisce, e gli alleva; imperocchè non ogni sconcio scompone da capo a fondo un organico. Taluno d'essi quantunque mostruoso paragonato cogli altri dello stesso genere sovente a tale stato perviene, che non solo per lungo tempo si sostenta in vita, ma si rende capace di generare. Ed è cosa mirabile, che la Natura in tali incontri costretta ad alterare sensibilmente la disposizione delle membra regoli tuttavia, e combini gli organi in maniera, che le funzioni vitali non restino gran fatto pregiudicate. Inoltre si è provveduto, che i difetti non si propaghino, onde per lo più i figliuoli nascon perfetti, e non contraggono le sconciature de' genitori. Una legge quasi simile è stata prescritta per gli animali prodotti dal congiugnimento di due spezie diverse, ai quali manca la prerogativa d'esser fecondi. Sarebbe troppo affaccendata la Natura nel moltiplicare i generi intermedj, ed in diversificare le strutture. Bisogna, che dai tempi degli antichi Romani in quà abbia mutato stile, perchè a' giorni nostri le mule non partoriscono: ma la superstizione faceva sì, che si desse fede all' incredibile.

Per ultimo la grand' Artefice veglia continuamente non solo a custodire le sue fatture, ma in esse con uno stupendo magistero ha innestato per così esprimermi un principio di riparazione, per cui, quando accidentalmente sono offese, da se medesime si rimettono, e si risarciscono. La quotidiana sperienza ci ammonisce, che gli animali infermi, non si sa come, guariscono. O ciò facciasi per via d'un interno meccanismo, che restituisce lo sconcertato equilibrio de' solidi, e de' fluidi, o vi si aggiunga qualch' estrinseco ajuto; conciossiachè i bruti sentono i rimedj appropiati, e gli Uomini soccorsi dalla ragione li van cercando; egli è un perpetuo miracolo, che un vivente, attesa la complicazione della macchina, si preservi sano per poche ore, e campi per pochi giorni. Che diremo poi delle branche de' gamberi, che rotte, e staccate tornano a rinascere? che di que' vermi, i quali tagliati in pezzi con un modo insolito di generazione si moltiplicano, e d'ogni parte si forma un compiuto animale?

Ora mi si dica, se a fronte degli ammirandi esposti artifizj non isvaniscono i mali fisici. E' di gran lungo più bello il Mondo, non perchè si sieno scansati gl' inevitabili difetti, ma perchè vi si son posti i convenienti ripari. Conchiuderò col grande S. Agostino: *Non ideo omnipotens Deus, quia ex bonis scit facere bona, sed quia ex malis scit facere bona.*

CAPI-

CAPITOLO NONO

Che un buon Sistema Fisico non discorda dal rivelato.

I.

E' Canone irrefragabile da' Dotti comunemente abbracciato, che tra la ragione, e la Fede non ci possa essere contrarietà; conciossiachè venendo ambo da un solo principio, cioè da DIO, il quale con doppio lume ci rischiara, che l'uno all'altro si opponga, egli è onninamente impossibile. Donde dunque nascono le ostinatissime pugne, che tutto dì mettono a soqquadro la Republica de' Scienziati? Io ne ascrivo in gran parte la colpa alla presunzione di certi Fisici, i quali, data appena una scorsa all'università delle cose, se ne formano in testa una ipotesi, e sono talmente tenaci della lor opinione, che se la piglian col Sommo Fattore, se le verità rivelate non vanno di conserva colle naturali, ch' eglino si credono d'aver chiaramente comprese. E chi siamo noi, che possiam essere così coraggiosi di preferire i concepimenti umani ai Divini?

Se i Geometri stessi, che si lusingano d'aver in pugno una rigorosa dimostrazione, alle volte per inavvertenza paralogizzano, e se ne anno gli esempj in pronto, sebbene gli sbagli sono di corta durata; quanto più dobbiam vegliare sopra noi medesimi, maneggiando le fisiche ricerche, che di pari evidenza non son fornite? Convien dunque raziocinar con timore, e tener un occhio semper fisso alla rivelazione, che prescrive la norma alle nostre cogitazioni, e mette argine ai nostri capriccj.

Non dico già, che non abbiasi a far conto della ragione, ed anco della sperienza. Quando la prima poggia al sommo grado d'un'infallibil certezza, e la seconda per mille riscontri si trova ben avverata, non dobbiam acciecare noi stessi per non veder ciò, che si vede, e spegnere in noi que'raggi di limpidissime cognizioni, con cui l' Autore della Natura di tempo in tempo c'illumina. Quinci se per avventura, lo che di rado succede, nelle sacre carte un qualche detto si legge, che con una proposizione dimostrata a prima vista mal si concilia, sappiasi, non esserci vera contraddizione, e che la ripugnanza è soltanto apparente. In tali casi fa d'uopo ricorrere ad una ragionevole interpretazione. O lo Scrittore ispirato ha sostituito all'esatto il prossimo, o si è valso di espressioni popolari in vece delle scientifiche, o delle apparenze in cambio delle cose reali, oppure non s'intende il germano senso della sentenza, e sotto l'oscurità de' vocaboli d'una lingua morta da tanto

tempo, e che in un solo libro tuttavia si conserva, ci sta nascosto l'equivoco.

Mi serva d'esempio il gran vase rotondo di bronzo fatto gettare da Salomone ad uso del Tempio: si narra, che la circonferenza era tripla del diametro. Lo Storico non si è curato di maggior precisione, e ciò punto non pregiudica alla giusta proporzione da Archimede dimostrativamente determinata. Si surroga dunque il prossimo, e si trascura l'esatto; e chi volesse sostenere in tutto rigore l'asserzione come sta, e giace, altro non sarebbe, che confermare nei lor errori gl'increduli. Altrove si dice, che il Cielo è steso sopra di noi a guisa di padiglione: *Qui extendit cælum sicut pellem*. E quì si parla giusto la confusa apprensione del senso; conciossiachè coloro, che fondati su questo, e simili passi della divina Scrittura an negata la rotondità della Terra, e conseguentemente gli Antipodi, oggidì dal fatto vengon convinti di falsità; nè si vuol dar mente alle inezie di molti Autori per altri titoli pregevoli, fra quali il Monaco Tommaso sopranomato Indicopleutte, che a larga mano le ha sparse. Così vadasi divisando dietro la guida de' più riputati Maestri in Divinità.

II.

Qualunque volta la Santa Chiesa Cattolica ci propone un misterio siccome da Dio rivelato, e che sormonta infinitamente la nostra corta capacità, appunto per ciò dobbiamo cattivare l'intelletto in ossequio della Fede, la quale unicamente richiede un ragionevole ossequio ad esso lei prestato da uomini dottissimi, e superiori ad ogni eccezione. Abbiamo noi forse la giusta misura dell'essenza increata, e della sovrana possanza: noi, che restiam su due piedi perplessi, e confusi, qualora si tratta di spiegare un qualche astruso fenomeno della Natura, che ci sta sempre anzi gli occhi, a cagion d'esempio la gravità? Mi si fanno a fronte i Miscredenti di varie Sette, e principalmente gli Atei, e i Deisti, i quali non ponno soffrire, che da noi secondo le lor prevenzioni si estingua nella nostra mente ogni scintilla di ragion naturale, si cancellino pronunciati incontrastabili, e si abolischino onninamente le scienze umane. Ciascuno vede, ch'io non dissimulo la difficoltà, a cui per applicare un'adeguata risposta in genere fa d'uopo, ch'io l'appoggi ad un generale evidente principio.

Dacchè i moderni Geometri an cominciato a maneggiar con possesso le quantità relativamente infinite, ed infinitesime, sono rimasti convinti, che per rapporto ad esse non si verificano alcuni assiomi, che nelle magnitudini finite sono d'incomutabil certezza, e non ammettono eccettuazione. Quinci ci si affacciano alla giornata parecchie proposizioni, che a prima vista anno aria di paradossi, ed il mirabile, che in esse comparisce, viene per così dire assorbito dall'infinità. Agli Analisti, che sanno far uso de' calcoli differenziale, e sommatorio, non mancano i ger-

i germani criterj per evitare i paralogismi, e per discernere dimostrativamente quali dignità seguitino a dominare nell'infinito, e quali al finito si ristringano. E' assioma triviale, che il tutto è maggiore della sua parte, ma questo sovente non ha luogo in quella spezie di grandezze, che per essere o massime, o minime relativamente diventano incomparabili; ed ai Matematici, che le introducono nelle lor più sottili ricerche, non darà fastidio, che il detto pronunciato non si salvi a tutto rigore, nè avranno scrupolo di sostituir francamente ad una precisa egualità una prossima adequazione. Il seguente assioma, *si ab æqualibus æqualia demas, quæ remanent, sunt æqualia*, non regge altresì, quando si torna indietro, e si procede dall'infinito al finito. Se da due quantità infinite uguali vado continuamente sottrando grandezze uguali, sin a tanto che pervengo al finito, non deggio conchiudere, che sieno eguali i residui; imperocchè l'uno può superar l'altro con un dato eccesso.

Bisogna pertanto, che due asserzioni una affermativa, e l'altra negativa vada a colpire nello stesso stessissimo scopo, ed allora la contraddizione è insanabile, e signoreggia tanto nel finito, quanto nell'infinito. Ma si piglian di mira particolarità diverse, e totalmente rimote; l'una non ha che fare con l'altra, e svanisce la ripugnanza, che di reale si cangia in apparente. Non mi diparto dall'esempio addotto. Un dato eccesso, per cui due quantità finite si superano, fa sì, che la più grande prenda la denominazione di tutto, e la più picciola quella di parte. Si aumentino esse con pari incrementi, e la prima sarà sempre maggiore della seconda, sin a tanto che non si esce dai confini dell'assegnabile; sebbene non lasciano passo passo di accostarsi all'uguaglianza. Pervenute poi all'infinito, si dilegua, e si trascura l'incomparabile differenza, e l'egualità, che comparisce, sull'infinità unicamente si fonda.

III.

E se negl'infiniti, e negl'infinitesimi di numero, e di estensione certi assiomi si smarriscono, che nel finito sono inconcussi, deponga l'intelletto umano la sua alterigia, ed impari con quanta trepidazione abbiasi a ragionare di Dio infinito assoluto, e transcendente, che in se medesimo epiloga gl'infiniti d'ogni genere, ed in una perfettissima unità li raccoglie. Dalla qual riflessione spunta un importante corollario, ed è, che in tanta perplessità di mente, che in questo abisso si perde, ci soccorre la Chiesa nostra Maestra, fedele interprete del verbo scritto, e gelosa custode della vera inalterabile Tradizione. Ella non solamente sta intesa, che dall'ignoranza, e dalla malizia degli Uomini non si corrompa la purità dei Misterj, ma ne determina le precise espressioni, ed inoltre c'insegna, di quai sicuri, ed immancabili principj dobbiam valerci.

Nel grand'arcano della ineffabile Trinità tutti i Santi Padri a coro anno adottato siccome inconcusso l'assioma. *Idem non potest esse producens*,

cens, *& productum*, e contro gli Ariani ne an dedotta la reale distinzione fra le tre Persone Divine. All'incontro zoppica un altro pronunziato *Quæ sunt eadem uni tertio, sunt eadem inter se*; perchè dall'identità delle Persone colla Divina essenza mal s' inferisce, che siano fra loro realmente immedesimate. Il primo riguarda la fecondità, e ci ammonisce, esserci una insuperabile contraddizione, che il generante sia lo stesso col generato; mercè che terminandosi l'azione nello stesso indivisibil subbietto, l'eterno Padre producendo se medesimo genererebbe, e non genererebbe. Non si ravvisa una pari impossibilità nel secondo assioma, che piglia di mira l'essenza; conciossiachè dotate tutte e tre le Persone d'una infinità trascendente, per una parte egli è impossibile, che in una sola individua Natura non si congiungano, e per l'altra non ripugna, che l'unione nell'essenza si concilj colla distinzione delle ipostasi, la quale trgge l'origine dal principio della fecondità, da cui necessariamente fluisce, e di cui Dio siccome d'una perfezione in sommo grado a Lui debita non può spogliarsi senza annientarlo.

I due pronunziati dunque insieme cospirano, mentre stiamo dentro i termini del finito. Ma quando si poggia ad un infinito assoluto, se l'uno coll'altro diametralmente contrasta, la ragione ammutisce, e la sola Fede ci documenta, a qual d'essi deggia darsi la preferenza. Diceva ottimamente S. Agostino, che a grande stento, e tal fiata inutilmente si cerca il vero, laddove non si dura fatica a credere anco ciò, che non può altronde sapersi.

IV.

Ora entrino nello steccato gl' Impugnatori delle massime Ortodosse armati di qualche verità, che nelle cose limitate s' abbia per irrefragabile; io dico, che saranno sempre da capo. Con qual criterio separeranno le dignità, le quali abbracciano egualmente il finito, e l'infinito da quelle, che nell'Oceano dell'infinità per così esprimermi si sommergono. Sono invitati a procedere coll'ultima accuratezza, provando in prima che l'assioma, di cui fan uso, è generalissimo, e non ammette restrizione, indi applicandolo al caso, le conseguenze ben dedotte sarebbero invitte, ed incontrastabili. Ma ciò non si è fatto, ne si farà mai. Peggio ancora: costoro compariscono colle armi spuntate alla mano d'una inorpellata falsità, o d'una tenue verisimilitudine, che non fanno colpo se non se ne' cervelli deboli, e corrotti, e da cui ci vuole poca scherma per ripararsi.

Un mio Amico tinto alquanto di questa pece a titolo di esercizio, come forse s'ingegnava di darmi ad intendere, soleva frequentemente tediarmi col proporre delle novelle obbiezioni. Io molestato dal sentir sempre a battere, ed a ribattere questo chiodo un giorno mi strinsi seco lui, e gli dissi. O voi avete, o non avete una rigorosa, ed invincibile dimostrazione della vostra affettata incredulità. Se ne siete al pos-

possesso, a qual fine la tenete sepolta, e non la pubblicate a suon di tromba per disinganno de' poveri pregiudicati? Ma dopo tanti colloquj non mi è mai venuto fatto di udirla dalla vostra bocca, ne di leggerla ne' libri de' vostri classici Maestri. Se poi vi fondate soltanto su mere conghietture, e sopr'apparenti probabilità, voi sapete, che nel partito contrario ce ne sono di molto più convincenti, ed anco di dimostrative, cui senza puerilmente gavillare non si darà concludente risposta. In tale stato di cose egli è un gran salto imprudente, temerario, ed oltre ogni credere precipitato lanciarsi nel profondo della miscredenza, e della disperazione, dove giusto la soda riflessione del Signor Paschal vi sta aspettando secondo noi un gastigo immortale, e secondo voi un total distruggimento.

Mi si opporrà, che da me s'introduce un puro pretto scetticismo in linea di Religione; conciossiachè non si escogiterà credenza tanto superstiziosa, e stravagante, che colle massime superiormente insinuate non possa difendersi. E' facile il purgare da questa taccia la mia dottrina. Mi faccio ad esaminare una proposizione, e cerco, se sia talmente falsa, ed erronea, che in qualunque evento non possa conciliarsi colla verità. Posto ch'essa o direttamente, o per legittima conseguenza spogli una sostanza o finita, o infinita d'un attributo essenziale, ed inseparabile per guisa, che il subbietto si annichili; in tal circostanza l'assurdo è metafisico, nè c'è modo di sanare l'assoluta contraddizione. Ed in ordine a ciò essendo l'impossibilità dedotta per via d'una severa, ed incontrastabile dimostrazione, l'intelletto da qualunque sforzo in contrario non sarà smosso dalla sua quiete.

Un esempio serva per tutti. Farneticava Maometto nel suo Alcorano, che Dio invaghito di fare, e di disfare si fosse accinto quasi per diporto a produrre, e a distruggere l'un dopo l'altro innumerabili Mondi, e che finalmente surta la nostra costituzione di cose, se ne compiacque, e di conservarla deliberossi. Facilmente si scopre, che chi così ce la vuole dare ad intendere, non è un Profeta illuminato, ma uno sciocco impostore. Ed in vero questa maniera di operare a tentoni sarebbe indegna d'un Artefice perito nel suo mestiere, non che d'un Esser supremo, e di tutte le perfezioni dotato: quasi che fosse novizio, ed inesperto, ed in crear l'Universo avesse a procedere per via di replicati tentativi, sin a tanto che a caso incontrato si fusse in una buona struttura. Con ciò se gli toglie l'antivedere, il discernere, e l'eleggere, e si pretende, che prima deggia compiere la sua Opera, e poscia contemplarla, ed accorgersi, se per avventura merita d'essere preservata, o disciolta per dar luogo ad una migliore. Qui non c'è modo di salvar la contraddizione, e tanto più si fa palese l'assurdo, quanto che l'incertezza, e l'ignoranza si addossa ad un'infinita Sapienza.

V.

V.

Alla meglio, che ho saputo, io mi sono spianato il sentiero, e nel tempo stesso mi protesto, che se nel rintracciare i requisiti costitutivi del presente Sistema mi sono appoggiato ai fenomeni, ed al raziocinio, non si creda però, che mi sia sfuggita di vista la Rivelazione. In veggendo, che per la doppia strada era io guidato alle medesime conclusioni, sono rimasto pago dentro me stesso, e colla fiducia d'aver ne' miei divisamenti colpito nel segno. Ma se per sorta io mi fossi mal apposto, imperciocchè nulla presumo della mia fiacchezza, e ne venisse ammonito dall' autorità superiore della Chiesa, che sopra me ha maggior peso di qualunque umana ragione; adesso per allora ritratto tutto ciò, che dalla penna mi può essere uscito imprudentemente, e voglio, che si sappia, che i miei errori saranno sempre di puro intelletto, e mai di ostinata volontà.

Non c'è cosa più facile, e più consuera quanto il prendere qualche abbaglio per inavvertenza. Io soglio dire, che l'intelletto è simillissimo all'occhio. Siccome a questo si apre un largo campo di apparenze visibili, ma non riceve esso salvo che le impressioni colorate, che vengono dalla corteccia degli obbietti, e nel profondo non penetra; così la mente sfiora, e deliba con una superfiziale cognizione alquante particolarità del Sistema creato, ma guari non s' interna nel recondito magisterio. A buon conto contenti di quel poco, che può investigarsi, ci gioverà il riflettere, che non si anno a pigliar per mano soggetti, che oltre il finito si sollevino. Per la qual cosa posso valermi con sicurezza di tutti gli assiomi forniti d'una evidente certezza, e che sono le basi del sapere umano, e non ho bisogno d'acuire l'ingegno per accertarmi, se reggano, o nò, qualora si copulano coll'infinito.

VI.

Entro dunque in materia, e mi faccio ad indagare, qualmente i principj d'una Fisica cautamente maneggiata vadano di conserva colle verità rivelate. Quanto mi piacerebbe, che fosse pervenuta fino a noi una chiara contezza del modo di filosofare tenuto da coloro, che avanti l'universale Diluvio, e dappoi per molto tempo fiorirono. Ai primi la loro lunga durata, e la fresca tradizione dagli Avi ai Nepoti non permettevano, che precipitassero nell'idolatria, o nell'ateismo, e si dessero a credere la materia eterna, ed increata, ed il Mondo parto del caso, o della necessità. I secondi, fin a tanto che si mantenne viva la memoria dell'atroce gastigo, non deviarono, cred'io, dai dettami della Religione naturale; e me ne fan prova i sentimenti di Job, e de' suoi Amici d'un solo Dio fedeli adoratori.

Se

Se mal non diviso (perchè non è il luogo, nè il tempo di entrare in una lunga discussione) la sollecitudine di penetrare nell'avvenire ha corrotto il genere umano troppo vago di sapere il suo destino, e l'ha soprassatto con vani spaventi, e con isciocche superstizioni. Appena è credibile da quanti sonti in Cielo, ed in Terra si siano tratti i ridevoli segni degli eventi futuri; imperocchè da ogni cosa o nobile, o vile se ne desumevan gl'indizj Quindi non è maraviglia, che i popoli imbevuti di tali radicate credulità s'immaginassero, esserci un non so che di divino in tutto ciò, che del venturo avesse presentimento, e che conseguentemente meritasse venerazione. Ed ecco la primitiva origine dell'Idolatria. Ma più d'ogni altro antichissimo si è il culto degli Astri chiamati la milizia del Cielo; perchè ne'loro aspetti, e nelle loro rivoluzioni si credettero anco i più saputi di leggerci scritta la prescienza dell'avvenire. Gli errori non van mai soli, e perciò si accomunarono gli onori religiosi non solamente agli Uomini benemeriti delle società, ed agli animali, in cui si scorgono degl'istinti necessarj alla lor conservazione, ma inoltre alle cose insensate come ai fonti, ai fiumi, ai boschi, e persino ai simboli significanti ad arbitrio.

Una Religione assurda si tirava dietro una stupida Filosofia; conciossiachè cancellate le idee più pure, ed originali, ed abolita la debita corrispondenza fra le azioni, e le passioni, gli effetti mal conosciuti a cagioni immaginarie si attribuivano. Per la qual cosa gl'ingegni più svegliati accortisi delle delusioni troppo patenti si diedero a guardar con disprezzo i pregiudizj del volgo, e spiegata bandiera a parte, si fecero chi per una strada, e chi per l'altra a sostituire le proprie alle comuni opinioni: avvegnachè in progresso in varie Sette si disgiunsero, succedendo di rado, che un cervello, che di lestesso presume, agli altrui sentimenti si accomodi. Gli Orientali furono assai più sobrj nell'inventar sistemi, ed ipotesi, ma passate ai Greci le Discipline, i quali nel sofisticare, e nel garrire non ebber pari, vie più si guastarono, e ci fu, chi negò persino ogni criterio del vero, e del falso: laonde dicea Marco Tullio, non esserci paradosso, ed esorbitanza, che da qualche Setta de' Filosofanti non sia stata proposta, e difesa. Chi si è fatto un Dio della fortuna incostante, e chi d'una fatale necessità. Chi ha popolato il nostro Sistema con una democrazia di Deità, e tal volta municipali parte giovevoli al genere umano, e parte nocive, e per lo più fantastiche, ed assurde. I più saputi, come Marco Varrone, accortisi delle repugnanze ce le anno proposte in figura di tanti simboli esprimenti le varie operazioni d'un Ente supremo inteso al governo dell'Universo.

Buon per noi, che il deposito de'volumi Mosaici è stato gelosamente custodito dagli Ebrei, e da'Samaritani, Nazioni da lunghissimo tempo fra lor divise, e contrarie. In essi a chiare note stanno descritti i primi principj della Religione naturale, e sebbene non pascono la nostra curiosità, esponendoci per minuto tutte le circostanze concernenti la costruzione dell'Universo, ci tengono però lontani dall'empietà, e spargendo nelle nostre menti i semi delle verità capitali, come abbiasi a

cau-

cautamente filosofare c'insegnano. Rimane dunque, ch'io mova l'ultimo passo, e mostri, che il racconto di Mosè lungi dall' opporsi cammina anzi di concerto colle particolarità, che siccome costitutive del Sistema la ragione mi ha suggerite.

CAPITOLO DECIMO

Si proseguisce lo stesso argomento.

I.

SI fa da capo il Sacro Cronista, e narra con candore, e simplicità: *In principio creavit Deus cælum, & terram.* Questa proposizione contiene più misterj, che sillabe. Si dice in principio, e pare, che la clausola si riferisca principalmente al Facitore, *creavit Deus*, e secondariamente alle Fatture, *cælum, & terram*. In qualunque epoca sia nato il Mondo, egli è certo, che Dio l'ha prodotto nel momento indivisibile della sua interminabile eternità, e perciò dovea dirsi in principio. Se poi si riguardano le creature, in cui si ravvisa successione, e tempo, si vuol dinotare il loro cominciamento, ed istruirci, che prima d'esser create non erano in fatto, ma soltanto possibili.

E qui strabiliano i Fisici, come sia venuto in capo a Mosè, che le cose potessero spuntare dal nulla a dispetto dell' inconcusso assioma *ex nihilo nihil*. Ma essendom' io più profondamente internato nelle proprietà essenziali della materia, e massime nella sua totale indifferenza, ho fatto vedere, essere onninamente impossibile, che il nostro Mondo sia comparso se non se per via di creazione. Stipulato il primo importante articolo di concordia tra la Rivelazione infallibile, ed un retto raziocinio, mi faccio strada al secondo di egual momento, ed osservo, che Dio ha estratta dal nulla, o meglio dal tesoro della sua Onnipotenza tanta copia di materia, nè più, nè manco, quanta in ordine a' suoi prestabiliti disegni fosse bastante a formare il Cielo, e la Terra. Ripugna, che si riducesse all' atto tutta la possibile, ond' essa poggiasse ad una infinità assoluta, e transcendente, a cui nulla potesse aggiugnersi. Ed ecco il principal requisito d'un temperato Sistema, che rimira la magnitudine, e l'estensione della massa corporea, che da una misura circoscritta da' suoi limiti aveva indispensabilmente a determinarsi.

Ben è vero, che la vasta mole dell' Universo si parte in due membri, cioè Cielo, e Terra, che sono fra loro in una lontanissima proporzione; imperocchè il nostro globo è quasi un punto rispetto alla sterminata ampiezza de' Cieli. Quì si rifletta, che la narrazione prende per iscopo l'am-

l'ammaestramento dell'uman genere, e perciò lo Storico divinamente ispirato si è trattenuto di proposito nel mettere in vista le particolarità del domicilio, dove DIO destinava di collocarci. Per il restante non si è presa la cura di più minutamente istruirci, ed appena ci ha data una generale contezza, onde da noi si concepisse un'idea sublime, ma superfiziale della grand'Opera.

II.

Terra autem erat inanis, & vacua, viene a dire era vuota d'abitatori, e non per anco disposta a generare i prodotti. Sentendo io a nominare il Cielo, e la Terra siccome due cose differenti, e disparate, inferisco, che in esse si ravvisava un qualche carattere di distinzione. Per la qual cosa il Supremo Artefice da principio non ha creata la materia fornita soltanto delle sue passive, ed essenziali proprietà estensione, impenetrabilità, ed inerzia; ma di più ha lavorato il Cielo, e la Terra con diverso magisterio, a tal che l'uno dall'altra si discernesse. Veramente la mole terracquea compariva informe, e solo abbozzata, ma nel tempo stesso costituita nella sua grandezza, nella sua figura, nella sua consistenza, e nella sua densità: modificazioni tutte speziali, che accomunate con notabile diversità alla materia celeste, da questa la separavano, e se n'è formato a parte un piccolo corpo.

Senza che io non son alieno dall'opinare, che la nostra stanza sia stata dalla sua origine preparata a quegli usi, ed a que'fini, che il suo Autore nel fabbricarla s'era prefissi. Ed in ordine a ciò si saranno forse nella superfizie estrema alzati i monti, abbassate le valli, stese le pianure, e nel cupo interno persino al centro distribuiti gli strati giusto le varie profondità, e dato ordine all'ossatura dell'edifizio. E perchè impiegò DIO una buona parte della terza giornata raccogliendo le acque nel più basso sito, e comandando di conseguenza, che si scavasse il gran cratere del Mare, potrebb'essere, che in tale occasione si sollevassero le montagne, e si regolasse il declive del terreno, onde i fiumi liberamente fluissero.

Che che sia di ciò, si aggiugne. *Et tenebræ erant super faciem abyssi*. O s'intende giusto il rigor della lettera, che l'espansione del Mondo era tutta ingombrata dalle tenebre, perchè la luce non era stata per anco prodotta; oppure perchè, siccome la Terra appariva rozza, e indigesta, così parimente il Cielo per mancanza delle stelle, e dell'energia del lume non era ridotto ancora al debito compimento.

III.

Et Spiritus Dei ferebatur super aquas. Così la versione volgata, e con più robusta espressione il testo originale: *Et Spiritus Dei incubabat aquis*, ovvero *fovebat aquas*. Non mi va a grado l'interpetramento de'Rabbini, che per lo Spirito di DIO giusta l'enfasi della nota frase Ebraica s'inten-

 da

da un impetuosissimo vento. Per me direi, salvo sempre il miglior parere, che non si richiedeva meno della possanza, e della volontà del Creatore per vincere la nativa pigrizia della materia, per iscuoterla, e dividerla, e per animarla col moto, colla forza, e coll' azione, onde cominciassero a scaturire dal suo seno le proprietà atte a conformarsi in un Sistema.

Ripugnando alle dimostrazioni geometriche, che lo sminuzzamento dell'estensione corporea vada sino ai punti indivisibili, nel tirare i primi lineamenti delle cose Dio ha fatto pausa, ed ha condotto la divisione delle particelle primigenie, ed elementari fino a quel segno, che si confaceva ai premeditati disegni. Lo stesso dicasi intorno la quantità, e la distribuzione della forza alla trina dimensione inerte comunicata. Ed in tal guisa per ciò, che concerne tanto gli attributi passivi, quanto gli attivi della materia, si è dato compimento ad una temperata participazione, di cui le sostanze finite sono unicamente capaci.

In questo mentre la materia, e la forza sono costituite nella loro vera, ed immutabile essenza, di cui non si spogliano senza essere annichilate; dunque accoppiandosi insieme, non ponno dispensarsi dall'osservar alcune leggi inviolabili, che immediatamente dall' essenza derivano. Nel tempo stesso conservano in parte la indifferenza; la prima cioè nelle grandezze, nelle figure, nelle posizioni, e la seconda nell'applicazione, e nella direzione de'movimenti: egli è dunque manifesto, ch' essendo entrambe nelle mani di Dio, come la molle creta in quelle del vasajo, il Sistema mondano è un maraviglioso misto di necessario, e di libero, di cause fisiche, e di finali. Ma questo importante soggetto altrove è stato da me bastantemente dilucidato.

IV.

Dixitque Deus fiat lux. Et facta est lux. Il detto oltre modo nobile, che ci mette in due parole anzi gli occhi della mente il supremo imperio del Facitore, e la rassegnata ubbidienza della fattura, fu recato dal celebre critico Longino come un magnifico esempio dello stile sublime, e lasciò scritto, che il Legislatore de' Giudei non era già un Barbaro. Più fiate si replica nella serie del racconto la parola *Dixit*, *ait Deus*, perchè in Dio il dire, il volere, ed il comandare è un atto medesimo, ed è impossibile giusto la giudiziosa riflessione di Renato Cartesio, che alla prescrizione d'una volontà dotata d' infinito potere non risponda immediatamente l'effetto, e l'eseguimento.

Dappoichè Dio ebbe provveduto alle primordiali esigenze del nostro globo, e dispostane per dir così l'orditura, rivolse gli effetti della sua beneficenza verso tutta l' ampiezza del creato, riempiendo il Cielo, e la Terra di luce: fluido fuor d'ogni credere spiritoso, ed attivo, agile, sottile, penetrante, e d'una squisita virtù di molla guarnito; fluido, che da per tutto s'insinua, e che ne' corpi solidi, e liquidi o si concentra, o

s' apre

s'apre il passaggio. In somma essa è il principal organo, ed il massimo stromento della Natura, senza cui nulla si genera, o si corrompe, i prodotti non allignano, e non vivono gli animali.

Quì nasce un dubbio, se la luce sia stata di nuovo creata, ed aggiunta a ciò, che per avanti era in essere, o pure formata col modificare la maestria preesistente. La quistione è di lieve momento, e perchè o poco, o niente influisce nell' economia del Sistema, non importa il deciderla coll' andar in traccia di frivole congetture.

Et vidit Deus lucem, quod esset bona. Et divisit lucem a tenebris. Appellavitque lucem diem, & tenebras noctem. Distingue Iddio il chiaro dall' oscuro, e chiama giorno la presenza del lume, e notte la privazione. E stile consueto della Sacra Scrittura l'anticipare qualche notizia, e ne abbiamo frequenti gli esempj. Essendo la luce sparsa per ogni dove, e non per anco ne' luminarj raccolta, da per tutto era giorno, e non notte, e s' indica soltanto ciò, che in progresso aveva a succedere.

Merita d'essere avvertito, che il Creatore comincia dalla luce a dare il titolo di buone alle sue fatture, di cui non s' era prima servito in creando il Cielo, e la Terra. Con ciò Egli c' insegna, che tal prerogativa meglio conviene all'artifiziosa disposizione delle cose, che alla loro intima essenza, e che la vera perfezione non si fonda sulla necessità inalterabile di sua natura, ma dove domina la scelta, e l'arbitrio. Sopra questo punto ne' precedenti Capitoli ho ragionato con maggior precisione.

V.

Factumque est vespere, & mane, dies unus. Quantunque ancora non fosse surto il Sole, misura Dio il tempo de' suoi lavori dalle diurne rivoluzioni relativamente alla nostra Terra, ch'era già stata creata. Degli altri Pianeti o principali, o secondarj, che per anco non comparivano, non si fa caso. Si principia ad operare la sera, e si termina la mattina *vespere, & mane*, e forse ci si addita, che la perfezione dell' Universo di giorno in giorno, e nella giornata medesima dalla sera alla mattina andava gradatamente crescendo.

Le sei giornate an dato molto che pensare ai Maestri in Divinità. Messi da canto i pareri più stravaganti, e spezialmente quello di colui, che le ha dilatate a sei lunghissime epoche, S. Agostino le ha ristrette ad un solo indivisibil momento. Giudicava egli, mal convenirsi all' eccellenza, ed alla dignità di Dio, che a guisa d'un Artefice volgare l'un dopo l'altro pigliasse per mano i suoi lavori. Quindi secondo lui la narrazione di Mosè dinotava priorità, e successione non già di tempo, ma bensì d'ordine, e di origine. L'autorità d'uno de' primi lumi di Santa Chiesa dà peso a tale sentenza: non ostante ciò, comunemente i Teologi non an creduto d'aver sufficiente motivo di abbandonare il senso litterale, e di rifuggire ad un ricercato, lo che non dee farsi, quando non ci si para innanzi qualche manifestissima incongruenza.

Se mi fosse lecito d'interporre una mia conghiettura, tal quale si possa essere, direi, non esserci ripugnanza, che le due differenti opinioni si riducano a buona concordia. Abbiamo a mente, che si tratta di conciliare il finito coll' infinito, e che in sì fatt' incontri accade sovente, che le contraddizioni, le quali a prima vista ci si affacciano, non sieno vere, e reali, ma soltanto immaginate, ed apparenti. Rispetto a Dio non c'è passato, nè futuro, e tutto è presente, per modo che ogni differenza di tempo sta concentrata nel punto individuo della sua eternità. Ne siamo ammaestrati dalla maraviglosa espressione del Salmista, *mille anni in conspectu tuo tamquam dies hesterna, quæ præteriit*. E se così è, qualunque divina azione, in qualsisia foggia si compia, per ispiegarmi in qualche maniera, occupa in Dio un eterno semplicissimo istante, in quella guisa appunto che la progressione delle cose temporali in esso Lui non ha prima, nè poi, ed in un momento permanente si epiloga, in cui non c'è nè principio, nè fine.

All'opposto le Creature son d'un' indole onninamente diversa, e da tal prerogativa infinitamente distanti. La lor durata è successiva, e continue le mutazioni. Per la qual cosa siccome nel sussistere soggiacciono al tempo, così con pari metodo non era disdicevole, che in tempo nascessero, e si perfezionassero in tempo. Chi fosse stato presente alla fabbrica del Mondo, le avrebbe vedute spuntare l'una dopo l'altra, e terminarsi la grand'Opera nel corso di sei giorni naturali: col quale intervallo da Dio conosciuto, e praticato si è cominciata a misurare la durazione, che riguarda solamente le cose create, ma che non ha che fare colla Divina istantanea eternità, che non ammette misura.

VI.

Dixit quoque Deus: Fiat firmamentum in medio aquarum: & dividat aquas ab aquis. Et fecit firmamentum, divisitque aquas, quæ erant sub firmamento ab his, quæ erant super firmamentum. Et factum est ita: vocavitque Deus firmamentum cælum: & factum est vespere, & mane, dies secundus. Un intero giorno impiega Dio in separare le acque dalle acque, ed in trasportare altrove una porzione di quelle, che circondavano la sfera terrestre. Il passo è di malagevole intelligenza, mancandoci le necessarie notizie, per cui i Divini disegni ci si rivelino. Esporrò pertanto gli altrui sentimenti piuttosto che i miei. Si tirano facilmente fuori d' impaccio coloro, i quali suppongono, che i vocaboli di firmamento, e di Cielo, che giusto la forza del testo originale dinotano una vasta espansione, altro non significhino salvo, che l' aere, di cui per avanti non si è fatta menzione, e che Dio abbia sospesa nell' atmosfera una gran copia d' acque attenuate in vapori. Alcuni pensano, che dall'Autore della Natura siano state trasferite queste acque nel paese de'Pianeti per servirsene forse nella lor costruzione differita fino alla quarta giornata. Altri poi giudicano più confacente il collocarle nelle regioni delle Stelle fisse, che son

tanti

tanti Soli, dove avendosi a formare in progresso dell'opera moltissime Terre alla nostrale sembianti, sarebbono per annaffiarle venute a sesta. Su tali opinioni s'è fondato il celebre Hallej fingendosi una Cometa acquosa, che accostatasi al nostro globo l'abbia involto in una sterminata quantità d'acque; e così s'ingegna di spiegare l'universale Diluvio. Queste sono tutte visioni, e sarà meglio il tacere, ignorando noi in qual luogo sia stata posta la gran conserva d'acqua, ed a qual uso; conciossiachè lo Storiografo ci rende testimonianza del fatto, ma non ci palesa il motivo.

La terza giornata si spende da DIO in parte congregando le acque nel vasto catino del Mare, ed in iscoprire la faccia arida della Terra. *Dixit verò Deus: Congregentur aquæ, quæ sub cœlo sunt, in locum unum: Et appareat arida. Et factum est ita. Et vocavit Deus aridam, terram, congregationesque aquarum appellavit Maria. Et vidit Deus, quod esset bonum.* La metà poco presso della sfera terrestre restò asciutta, e l'altra metà coperta dai Mari. Di tal congrua distribuzione ho già reso conto in altra occasione, ed ho procurato di accertarne la causa finale, che stimo soverchio il ripetere.

VII.

Et ait: Germinet terra herbam virentem, & facientem semen, & lignum pomiferum faciens fructum juxta genus suum, cujus semen in semetipso sit super terram. Et factum est ita. Et protulit terra herbam virentem, & facientem semen juxta genus suum, lignumque faciens fructum, & habens unumquodque sementem secundum speciem suam. Et vidit Deus, quod esset bonum. Et factum est vespere, & mane, dies tertius. Appena sgombrate l'acque, diè segno la terra della sua fecondità. Cominciarono a pullulare i corpi organici, e prima i meno perfetti, viene a dire l'erbe, e le piante. Quì mi si presentano alcune riflessioni, dalle quali vengo assicurato, che non ho preso equivoco nello stabilire le principali particolarità del Sistema mondano, che dai fenomeni ben avverati, e dalle conseguenze indi nascenti mi sono state suggerite. Me lo persuade il confronto tra la ragione, e la Fede, e la concordia, ch'io ci ravviso.

Ho detto, che i prodotti fisici corredati d'organi, e che anno in se stessi un principio vitale, sono fatture immediatamente uscite dalle Mani di DIO. Riputava affatto impossibile, che la materia inerte, quantunque fornita di forza, e di moto, avesse da se sola virtù bastante per conformarsi in un vegetabile, o in un animale: macchine artifiziosissime, in cui si scorge somma industria, e sovrano arbitrio. Ora io noto, che germogliarono l'erbe, e gli arbori, tutta volta che non si fosse per ancofatto vedere il Sole, senza il calore del quale non ispuntano, e non crescono naturalmente. Oltre ciò in ogni regione particolare sursero i prodotti appropiati a quel clima, eppure non c'era vestigio dell'equatore, de'tropici, de'cerchi polari, nè delle zone calde, fredde, e temperate. Appresso

so pervennero in poche ore, e forse nell'atto di nascere al debito grado di maturità, e di grandezza; avvegnachè due soli giorni dopo doveano somministrare il cibo al grand'esercito degli animali. Tutto ciò si fece con uno straordinario magistero, e contro l'ordine consueto della Natura.

Ci voleva dunque indispensabilmente il dito di Dio, che supplisse all'impotenza delle cagioni mancanti tanto per procreare i viventi, quanto per accelerarne l'aumentazione: effetti amendue, che superano di gran lunga la virtù delle cause puramente materiali. Le sagre carte pertanto ci danno una prova convincente, che la struttura de' corpi organici è un lavoro unicamente riservato alla Divina Possanza. Di più ci doveva entrare la Suprema Provvidenza, che destinasse a ciascun vegetabile in ispezie il sito alla sua indole adattato: e ciò in vista della lontananza del Sole dalla Terra, e della obliquità dell'Ecclittica, che il giorno dietro si sono opportunamente determinate.

Mi faccio a ponderar le parole *herbam virentem, & facientem semen, & lignum pomiferum faciens fructum juxta genus suum, cujus semen in semetipso sit &c.* In tal guisa si è provveduto alla successiva propagazione dei generi. Ogni pianta era fertilissima di semi, ed ogni seme fecondo d'una pianta novella. O consistesse il mirabile artifizio in una serie d'inviluppi da principio organizzati, e racchiusi l'un dentro l'altro, i quali a tempo, e luogo giusto l'ordine prestabilito avessero a svolgersi; ovvero le cose si sieno in tal modo disposte, che da un organico per via di leggi fisiche a tal uso magistralmente prescritte dovesse spuntare un altro simile organico; egli è certo, che il Creatore nell'atto stesso produsse l'albero, e c'inserì la semenza, *cujus semen in semetipso sit*. Quinci conchiudo, che il verbo rivelato di concerto colla retta ragione c'insegna, che la grand'opera delle continuate generazioni ad altra origine se non se a Dio debb'essere attribuita. E vaglia il vero: ci volle un espresso operatorio comando di Colui, che tutto move, ed in cui il dire, ed il fare sono una cosa medesima, acciocchè la Terra germinasse, le piante, e l'erbe mettesser radici, si spandessero i rami, i fiori si schiudessero, maturassero i frutti, ed i semi si fecondassero.

VIII.

Dixit autem Deus: Fiant luminaria in firmamento cæli, & dividant diem, ac noctem, & sint in signa, & tempora, & dies, & annos: ut luceant in firmamento cæli, & illuminent terram. Et factum est ita. Fecitque Deus duo luminaria magna: luminare majus, ut præesset diei: & luminare minus, ut præesset nocti: & stellas.... Et vidit Deus, quod esset bonum. Et factum est vespere, & mane, dies quartus. Prima di formar gli animali guarniti d'occhj si prepara al senso della visione un lume appropiato e diretto, e riflesso. Si collocano in Cielo la Luna, e le Stelle, e si raccoglie nella vasta mole del maggior luminare una gran copia di

di luce. Si misurano i giorni, e gli anni relativamente alla nostra Terra dai periodi del Sole, e si favella giusta le apparenze sensibili, chiamando un gran luminare la Luna, che fra' celesti è forse il corpo più picciolo, non per altro motivo se non perchè rispetto noi il suo diametro apparente è poco presso eguale a quello del Sole. Oltre che di notte bastantemente ci rischiara riflettendo dalla sua superfizie scabra a nostro pro i raggi solari; esercita altresì colla Terra un perenne commercio, agitando continuamente i Mari coi flussi, e coi reflussi.

Delle stelle fisse, ed erranti appena si fa menzione: *& stellas*. L'effetto, che in noi producono consiste nello scuotere le fibre delicatissime della retina, ed in farsi vedere: sebbene moltissime per la picciolezza apparente estenuate massime dalla immensa distanza non sollecitan l'occhio neppure armato d'un eccellente telescopio. Per altro l'accuratissimo Geminiano Montanari ci rende testimonianza nella sua Astrologia convinta di falso, che non gli venne fatto di accertare in Terra qualsisia ben avverato fenomeno, che a taluno de' maggiori Pianeti per esempio a Giove, o a Saturno accompagnati dal corteggio de' Satelliti potesse ascriversi. Questa si è una delle solite conseguenze del Sistema temperato, per cui le azioni sensibili vanno languendo, e ad ogni lontananza non si propagano. Inteso Iddio ad ammaestrare il suo popolo eletto nella vera Religione totalmente aliena dai culti superstiziosi di vane Deità, e spezialmente della milizia del Cielo adorata in grazia di penetrare nell'avvenire, e non a dar lezioni di Fisica per appagare l'umana curiosità, ha aperta agli occhi la confusa scena de' Cieli dipingendoli di azzurro, e seminandoli di stelle lucenti a solo oggetto, che gli Uomini si formassero una magnifica idea della maestà della fabbrica, e della gloria dell'Architetto. Quanto al rimanente istruendoci con benignità delle verità pratiche concernenti i nostri doveri, ha lasciate le teoriche siccome meno profittevoli alle dispute de' Filosofi: *Tradidit Mundum disputationi eorum*.

Quì mi si fanno incontro alcuni moderni Fisici, fra quali conto il Burnet, ed il VViston, i quali pretendono, aver Dio nella prima giornata creato non solo il globo terracqueo, ma di più il Sole, e la Luna, i Pianeti tanto principali, quanto secondarj, e l'innumerabile esercito delle Stelle, e che avendo nello stesso dì prodotta la luce, l'abbia raccolta ne' gran luminari, e spezialmente nel Sole, onde si cominciassero a misurare i giorni, e potesse dirsi con verità, e non per via d'anticipazione: *Factumque est vespere, & mane, dies unus*. Ma perchè siamo assicurati dal sacro testo, che solo il quarto dì la nostra Terra fu rischiarata dal lume, i citati Scrittori si sono appigliati ad una ipotesi arbitraria dicendo, che la sfera terrestre era nel tempo antecedente circondata da una densissima caligine, che dai raggi Solari non poteva essere penetrata, e che solamente il dì quarto venne a sgombrarsi. Io non ho motivi urgenti per abbandonare il senso letterale, ne mi muovono le addotte picciole congruenze. A chiare note si dice: *Fiant luminaria in firmamento cœli, & dividant diem, ac noctem, & sint in signa,*

&

& tempora, & dies & annos; ut luceant in firmamento cæli, & illuminent terram, indi si aggiugne: *Fecitque Deus duo luminaria magna: luminare majus, ut præesset diei: & luminare minus, ut præesset nocti: & stellas*. Io non capisco, come nel quarto giorno si faccia ciò, che s'era fatto nel primo, e come da questa epoca si comincino a segnare per via delle celesti rivoluzioni i giorni, e gli anni, mentre per avanti il Sole era già surto tre volte, e tre volte tramontato rispetto alle terrene regioni.

Merita d'essere avvertito, che nella narrazione Mosaica non si ommette circostanza, che dia risalto alla nostra Terra, e che delle sue prerogative non ci ammonisca. Essa creasi di pianta il primo dì, ed è l'unico corpo parte fluido, e parte solido, che nella origine delle cose faccia la sua comparsa in Natura. Il fiato del Signore lo fomenta, e la luce esce in campo a suo benefizio. Gli altri globi si producono alla rinfusa, e si riservano al giorno quarto, e sto per dire, che ad un'altra parte della divina Provvidenza, ma di minor rilievo, appartengono. Quando gli Astri spuntarono, era già la superfizie terrestre in una sua porzione asciutta, e nel restante coperta dalle acque, vestita de'vegetabili, e preparata a ricevere nel suo grembo gli animali, e massimamente i ragionevoli. Chi pon mente a ciò, che Dio ha fatto per gli Uomini, e si lascia guidare dal lume della Fede, ben comprende, quanto sia da lui stata prediletta la nostra Patria. Non mi muove punto uno scrupolo promosso da'Copernicani, i quali, collocata la Terra fra i Pianeti, che girano attorno il Sole, e sapendo, che le stelle fisse son tanti Soli probabilmente, giusto l'analogia della Natura, circondati dai loro Satelliti, fanno le maraviglie, come fra innumerabili corpi della stessa indole, o almanco simili sia stata la sola Terra dotata di singolarissimi privilegj.

Ammessa l'ipotesi, ci discorro sopra, e dico, essere così varia la Natura ne'producimenti, ed il suo Autore tanto fecondissimo di Creature, che non ci ha ombra di verisimilitudine, che la progenie umana sia stata moltiplicata in paesi non suoi, e posta ad abitare un'altra Terra, la quale a cagion d'esempio intorno Sirio si volge. Troppi requisiti richiedonsi, acciocchè il domicilio si adatti alla nostra struttura, cioè la grandezza, ed il vigore del corpo centrale, la distanza, l'orbita, i tempi parziali, ed il periodico, l'inclinazione dell'asse con cento altre minute circostanze, adempiute puntualmente le quali, avrebbero a replicarsi parecchj vortici similissimi a quello, in cui facciamo soggiorno. La cosa non è assolutamente impossibile, ma sarebbe oltre modo povera, e scarsa di partiti la Saggezza, e l'Onnipotenza del Creatore, se da un sol originale molte copie avesse ritratte. Chi poi ha rivelato a costoro, i quali fantasticando condotti da un potrebb'essere, e nulla più si persuadono, che in altre sfere dimorino de'viventi forniti d'intelligenza, e di libertà? Diasi, che ci siano, imperocchè si vuole usare condescendenza, certamente siccome fra le bestie irrazionali il leone non è il cervo, e molto meno l'aquila, o il delfino, così que'supposti animali ragionevoli

non

non saranno Uomini. Oltre la differente struttura organica fa d'uopo corredarli di affezioni, e di passioni intime, e di sensorj esterni dai nostri onninamente diversi, e concepire in esso loro varj giri di discorrere, e disparati motivi di volere, per guisa che ci sono affatto ignote le leggi, da cui vengono regolati, ed i fini, ai quali vengon diretti. Ripeto la massima insinuata ad altro proposito dallo Scrittore anonimo del Libro intitolato Della vocazion delle Genti: *Pertinent ad aliam Providentiæ partem*, quando per avventura esistessero. E se così è, non occorrerebbe stupirsi, se in tanta discrepanza di cose Iddio si fosse adoperato diversamente, e se scandagliato il fondo della natura umana, e conosciuta la sua fiacchezza, l'avesse colmata delle sue misericordiose, spezialissime beneficenze.

IX.

Nel quinto giorno si dà l'essere ai pesci, e agli uccelli, che si cavan principalmente dalla materia acquosa, e si provvede alla lor successiva propagazione. *Dixit etiam Deus: Producant aquæ reptile animæ viventis, & volatile super terram sub firmamento cæli. Creavitque Deus cete grandia, & omnem animam viventem, atque motabilem, quam produxerant aquæ in species suas, & omne volatile secundum genus suum. Et vidit Deus, quod esset bonum. Benedixitque eis, dicens. Crescite, & multiplicamini, & replete aquas maris: avesque multiplicentur super terram. Et factum est vespere, & mane, dies quintus*. Quanto più gli organici crescono in perfezione, ed an senso, ed anche forza per moversi da luogo a luogo, *omnem animam viventem, atque motabilem*, tanto maggiormente le sante lettere c'inculcano, che sono lavori d'una destra onnipotente. Si prende la materia dalle acque, *producant aquæ*, e poi subito si ripiglia: *Et creavit Deus cete grandia*, indi vi si aggiugne una efficace operante benedizione, onde si perpetui la serie delle generazioni. Ci si propone come una maraviglia la vasta mole delle Balene abitatrici de'Mari; e la Fisica m'insegna, che andavano collocate in un fluido grave, e denso, che le sostenti, acciocchè potessero reggersi, e sotto il peso non si sfasciassero. Oltre che per superarne la resistenza, e nuotare velocemente era d'uopo, che i pesci fossero guarniti di robustissimi muscoli distesi per lungo dal capo all'estremità della coda. Ne abbiam un saggio nella torpedine, che violentemente scuotendoli istupidisce il braccio del pescatore. Intorno il volo degli augelli vaganti per l'aere più agili, ed a proporzione assai più piccioli leggasi il Borelli nel libro del moto degli animali.
Principia la sesta giornata colla procreazione de' viventi terrestri. *Dixit quoque Deus: Producat terra animam viventem in genere suo, jumenta, & reptilia, & bestias terræ secundum species suas. Factumque est ita. Et fecit Deus bestias terræ juxta species suas, & jumenta, & omne reptile terræ in genere suo. Et vidit Deus quod esset bonum*. Si espone qualmente siasi adoperato nel produrre gli animali cittadini della Terra, e perchè non si cangia tenore, e l'espressioni sono sembianti, convien dire, che

questi corpi organizzati con tanta industria, e con tanta varietà siano fatture del suo consiglio, e delle sue mani.

Si termina il sesto dì, e si compie la grand' opera colla formazione dell' Uomo. Ed atteso che questo ammirabil composto di corporeo, e di spirituale, che compariva a perfezionar l' Universo, era l' ultimo scopo dei Divini disegni, l' Altissimo muta linguaggio: *Et ait: Faciamus hominem ad imaginem, & similitudinem nostram: & præsit piscibus maris, & volatilibus cæli, & bestiis, universæque terræ, omnique reptili, quod movetur in terra. Et creavit Deus hominem ad imaginem suam: ad imaginem Dei creavit illum, masculum, & fæminam creavit eos. Benedixitque illis Deus, & ait: Crescite, & multiplicamini, & replete terram, & subjicite eam, & dominamini piscibus maris, & volatilibus cæli, & universis animantibus, quæ moventur super terram.* Narra posteriormente Mosè la cura, che Dio si prese nel formar l' Uomo. Per nostro modo d' intendere impastò di sua mano la creta, e la effigiò in un artifiziosissimo simolacro, indi con un soffio della sua bocca l' infuse l' anima, e la vita. Si diede poi a provvederlo d' un adiutorio a lui simile, e cavata una costa ad Adamo, mentr' era sopito in profondo sonno, ne fece la Donna, e seco lui la strinse col nodo d' indissolubile matrimonio.

Io non entro in quistioni sublimi, e particolarmente in che consista l' immagine di Dio stampata nell' Uomo. I Santi Padri Greci, e Latini non vanno guari d' accordo. Alcuni fra primi la mettono nella prerogativa di dominare, ed i secondi nelle tre potenze dell' anima, e massime nella libera volontà. A me per ora basta, che il nostro arbitrio sia un personaggio, che vuol far la sua parte nel teatro del Mondo, ed in qualche piccola porzione il diversifichi, e tal fiata porga ad un potere supremo motivo di modificarlo. Non possiam render conto se non se della faccia della Terra, e la sacra Storia ce ne assicura.

X.

Viditque Deus cuncta, quæ fecerat: & erant valde bona. Et factum est vespere, & mane, dies sextus. Igitur perfecti sunt cæli, & terra, & omnis ornatus eorum. Complevitque Deus die septimo opus suum, quod fecerat: & requievit die septimo ab universo opere, quod patrarat. Chiude Mosè il suo racconto con poche parole, ma feconde di sentimenti. Ed in prima la magistrale disposizione de' Cieli, e della Terra si chiama ornamento; conciossiachè non essendo la decorazione di stretta necessità, può senza ripugnanza variarsi a beneplacito dell' Ingegnero. Per la qual cosa non mi son mal apposto, quando ho detto, che della stessa materia diversamente combinata può formarsi un nuovo Sistema, siccome nel fine delle generazioni succederà. *Erit cælum novum, & terra nova.*

Secondariamente colla sesta giornata compiuta la struttura dell' Universo, levò Dio la mano onnipotente dalla sua tavola, *& requievit ab universo opere, quod patrarat.* Ciò dinota, che disposte a dovere le cose, ed accoppiate con indicibil maestria le leggi attive, e passive della ma-

te-

teria, cioè le necessarie colle arbitrarie, ed istituito un regolare commercio fra i corpi, e gli spiriti, la macchina ha cominciato a camminare da se, e si è istradata la progressione delle cause, e degli effetti senza che ci fosse bisogno, che l' Autore vegliasse continuamente sulla sua fattura, e di tempo in tempo la riformasse: salva però la potestà di mutarla, o di alterarla a suo piacimento giusto i reconditi fini, che Egli si è prefisso sin da principio.

Per ultimo sei volte ripete il Cronista la formola: *& vidit Deus, quod esset bonum*, ma terminata la costruzione del Mondo, si carica l'espressione, e si dice: *Viditque Deus cuncta quæ fecerat: & erant valde bona*. Dà egli una ripassata alla cumulazione delle cose create, e ci ravvisa il migliore *valde bona*, ma non già l'ottimo assoluto, di cui l' entità finite regolate da una congrua partecipazione non son capaci. Con ciò ci fa sapere, che il nostro Sistema fisico non poggia ad un grado trascendente di perfezione, ma sta dentro i limiti del buono, e del migliore, oltre i quali non varca per estollersi al perfettissimo. E questo appunto è un principio capitale a me dettato dalla ragione, e dipendente dall'essenza delle cose quante, le quali potendo sempre crescere, e scemare, si dimostra però geometricamente essere impossibile, che montino al sommo dell'aumentazione, o discendano all'infimo della minoranza.

Che diremo della sentenza del celebre Leibinizio, che non reputa degna di Dio la presente costituzione, mentre non sia l' ottima, e di cui un'altra incomparabilmente più perfetta potesse sceglierfi, e di conseguenza dovesse essere preferita? Fa valere egli la sua ragion sufficiente ampliata oltre il dovere fino a toglier di mezzo la totale indifferenza delle creature possibili, e non si accorge, che obbliga il Creatore a dar di petto nella metafisica contraddizione, ovvero a non far nulla per soverchia delicatezza. Il discorso è concludente, qualora non esco dai confini della Natura: ma se volgo gli occhj della mente alla Religione, sono astretto a confessare, che il Mondo, in cui vivo, è ottimo trascendentemente. In fatti l'ineffabile misterio chiamato dagli antichi Padri della Dispensazione, e da noi dell'Incarnazione, per cui il Verbo si è congiunto colla carne, e le due Nature distinte si sono unite in una sola Persona, Uomo Dio, e Dio Uomo, è un Opera assolutamente perfettissima, da cui vengono esausti, e per così dire assorbiti tutti i Divini attributi, in guisa che da Dio medesimo la maggiore non può concepirsi, ne intraprendersi. Non importa dunque, che il Sistema fisico sia più, o manco buono, atteso che un tal genere di perfezione finita si computa per un mero nulla a confronto della molto massima Operazione, che nella pienezza de' tempi ha dato compimento ai Divini disegni.

LIBRO TERZO

D' alcune regole, che si osservano nel commercio tra lo spirituale, ed il corporeo.

CAPITOLO PRIMO

Come nel Sistema del Mondo si unisca il corporeo allo Spirituale.

I.

Mi sono ingegnato a misura della mia corta intelligenza di svelare una menoma parte di que' requisiti, che ci si richiedono, perchè la materia inerte animata dalla forza, e dalle cause finali diretta si conformi in un ben regolato Sistema. In questo mentre fa d'uopo confessare, che si è fatto solamente la metà del disastroso viaggio. C'è nella nostra costituzione di cose un altro genere disparatissimo di Creature uscite dal profondo dell' Onnipotenza, che al contrario delle insensate, le quali sono, e non sanno d'esser, si rinvengono fornite d'una essenza incomparabilmente più nobile, siccome quelle, che della lor esistenza son consapevoli, dalla qual radice germogliano innumerabili affezioni di gran lunga superiori alle proprietà della materia.

Ora perchè Dio Ottimo Massimo si è prefisso di creare un solo Mondo, e non due onninamente disgiunti, conveniva, che legasse insieme con uno ammirabile, e mutuo commercio ambo le sostanze per lor natura, e per i loro attributi tanto l'una dall'altra lontane. Ed ecco comparire un Sistema unico, ma misto di corporeo, e di spirituale. E ben richiedeva la maggior gloria di Lui, che oltre le creature prive affatto di mente ce ne fossero d' un' altra sorta parte annodate, e parte sciolte dai vincoli della materia, le quali corredate di pensamento, e di discorso, e capaci di concepire in qualche modo la fabbrica, e l'ordine dell' Universo, in cui venivano collocate, al primo Facitore di grado in grado poggiando, gli prestassero laude, ed omaggio.

II.

II.

Il fatto è certo, e la nostra intima coscienza ce ne rende testimonianza, ma il modo, con cui l'anima al propio corpo si strigne, egli è un mistero, che per quanti sforzi faccia l'intelletto umano, non arriva a comprenderlo. Assumo dunque la predetta impercettibile unione siccome un fenomeno, e non sarà poco, se mi riuscirà di mettere in vista alcune leggi inviolabili di Natura concernenti gli Spiriti, e massimamente quelle, per cui le sostanze spirituali associate alle materiali nel nostro Sistema influiscono. E' cosa strana, che molto maggior contezza abbiamo dei canoni, che regolano le azioni de' corpi, ed assai minore di quelli, che danno norma alle operazioni delle anime: eppure anco queste nella loro essenza costituite d'essere moderate da leggi fondamentali, e' necessarie di conseguenza richiedono.

Premetto, che negli obbietti esterni altro non risiede salvo che forza, ed azione, e ne' nostri sensorj reazione, e resistenza. Sin qui non si esce dal corporeo, ed appunto in tali incontri domina il canone delle azioni. Ma quando le impressioni nell'anima s'insinuano, bisogna mutar linguaggio; imperocchè in esso lei tutto è senso, tutto conscienza, e tutto intima percezione. Pare, che il gran salto sia fuori d'ogni regola, ma una volta che siasi mosso, ci si affaccia subito un ordine di cose da leggi stabili opportunamente diretto. Alcuni Metafisici si sono astenuti di dare il nome di vere cause, e di veri effetti agl' impulsi estrinseci, da cui le interne affezioni derivano, ovvero agli atti della volontà, che i moti delle nostre membra si tiran dietro. Troppo esorbitante pareva loro la sproporzione, e per tal motivo an preso il partito di surrogarci, o le cause occasionali, o l'armonia prestabilita. Io mi fondo sui fenomeni ben avverati, e sulle immediate conseguenze, che se ne deducono, e guari delle spiegazioni non mi prendo pensiero.

III.

Mi accingo dunque a stabilire tre canoni concernenti le sensazioni della nostr'anima, ch'io chiamerò passive; imperocchè voglia, o non voglia, è costretta a soffrirle, mentre cogli atti imperativi non le riesca tal volta di sottraggere i suoi organi alle impressioni degli agenti estrinseci. Nel primo Tomo de' Supplimenti al Giornale d'Italia Articolo 4.° ho dimostrato, che le forze provenienti dagli obbietti, le quali secondo le circostanze crescono, o scemano, con una data analogia corrispondono ai sentimenti dell'anima ora più vigorosi, ed ora più languidi: viene a dire i quadrati delle potenze esterne sono come i cubi delle interne sensazioni. E ciò si verifica, perchè le azioni si applicano non per diretto, ma di traverso alle fibrelle de' nostri sensorj. Questo Teorema è fecondo di corollarj, che da me nella mia Dissertazione sono stati dedotti, e che ci docu-

documentano con che leggi di commercio la coscienza agli organi del corpo si unisca, e per mezzo d'essi alle cose, che sono fuori di noi, le rappresentazioni delle quali da noi si ricevono. A cagion d'esempio invecchiando noi, e facendosi le nostre fibre di giorno in giorno più rigide, e manco atte ad esercitare i loro uffizj, succede, che la Natura provvida, la quale si attiene sempre al migliore, si comporti nel regolare le azioni, e le reazioni in maniera, che assai meno si perda nel senso, che nel sensorio. Non si vuole ommettere una riflessione; che dalla legge capitale delle forze tante fiate inculcata dipende la premessa teorica, in cui delle potenze composte aveasi a far uso. Per la qual cosa si conchiuda, che i canoni immutabili proprj della materia siccome attiva, e corredata di forza si abilitano altresì a diriggere con regole necessarie le passioni dell' anima, quantunque d'un genere totalmente disparato: e così ad iscoprirsi comincia la connessione fra le due differenti sostanze, le quali a formare un solo Sistema mirabilmente si accoppiano.

IV.

Sia la seconda legge. Le nostre passive percezioni vanno accompagnate da una notabile proprietà, ed è; che bene spesso mutano indole, e di piacevoli, e grate si convertono in moleste, ed insopportabili. Ciò interviene, qualora le fibre de' sensorj stimolate da una gagliarda esterna impressione patiscono uno stromento troppo violento, onde corrono rischio di restar fortemente alterate nella lor consueta struttura, e talvolta di disciogliersi affatto. Non basta sovente il provvedimento messo in pratica dalla Natura, e testè memorato, per cui molto più ricresce il vigore degli obbietti estrinseci di quello si aumenti la corrispondente distrazione delle fibrelle; conciossiachè può talmente avvalorarsi l' efficacia dell'azione, che superi di gran lunga la resistenza dell'organo. Per la qual cosa l' anima, che secondo l'istituto del suo Sapientissimo Creatore veglia sempre alla tutela de' proprj stiramenti, dovea essere ammonita dell' imminente pericolo: lo che non potea conseguirsi se non se per mezzo di dolorose sensazioni, le quali ci obbligassero ad accorrere prontissimamente alla difesa, ed a sottrarsi, per quanto mai si può, dal miserabile stato, in cui ci troviamo. Così esposta la mano al fuoco in congrua distanza, un blando calore si sente, da cui siamo assicurati, che nulla di sinistro abbiamo a temere. All'incontro se la destra oltre il dovere alla fiamma si accosta, il caldo moderato in un cocente ardore si cangia, e per liberarci dallo spasimo a ritirarla siamo costretti. Il dolore è un'affezione abborrita da certi Filosofi, i quali considerandola siccome un mal fisico, pretendono, che ripugni alla Divina Bontà, e che tolta essa di mezzo, si verrebbe a migliorare di molto il presente Sistema, il quale appunto per tal disordine debbe attribuirsi al caso, o alla necessità. Taluno si è immaginato, che la conservazione delle nostre membra avesse a regolarsi sul maggiore, e minor piacere dell'anima, e che se ci fosse Dio, così e non altrimenti si sarebbe comportato: quasi che il diletto scemato fosse per lei un

un avviso, che qualche parte del suo corpo in una cattiva costituzione si ritrovasse, laonde per procurarsi un gusto più sensibile a mutarlo di sito si disponesse. Egli è manifesto, che altro incentivo è un gran dolore, ed altro un più tenue piacere per far sì, che il divisato effetto si ottenga. L'esperienza m'insegna essere il primo un efficacissimo stimolo per indurmi ad operar con prestezza; laddove il secondo è un motivo assai languido, che bene spesso ne meno si ascolta. Quante fiate mi contento d'uno stato buono, mentre potrei procacciarmene un migliore? Appresso con qual isquisito criterio si distinguerebbero i piaceri impercettibilmente diminuiti, e pochissimo curati, che con i piccioli nocumenti ad associarsi cominciano, i quali parecchie volte ripetuti de' gravi sconcerti ne' nostri sensorj assai delicati recar potrebbono? Certamente nel discernere le sensazioni grate dalle nojose non può nascer equivoco: per la qual cosa io conchiudo, che dato corso al nuovo assurdo sistema, per breve spazio di tempo gli organi senza prevertirsi nel loro stato naturale sussisterebbero.

V.

Vien dietro il terzo canone. Concedasi essere incapibile il passaggio dal corporeo allo spirituale: una volta però che si sia steso il volo, e che ci troviamo per così esprimermi in un altro Mondo, comparisce bensì un' economia di cose totalmente diversa, ma regolare, ordinata, e dalle sue leggi provvidamente diretta. Le affezioni o piacevoli, o disgustose insieme si concatenano, e con vicendevoli rapporti esattamente si corrispondono. Ogni senso me ne somministra gli esempj, ed io principierò dall'udito.

La Musica è un gran solletico per gli Uomini, e massime per coloro, che di orecchie ben disposte sono forniti. L'anima prova in se stessa un dolce sentimento, che nulla ha di materiale. Distingue le consonanze dalle dissonanze, e dai loro accoppiamenti, o simultanei, o consecutivi maneggiati giusto le regole dell'Arte dettate dalla sperienza, e dalla ragione, il diletto tragge l'origine. In somma dall'anima non si sentono salvo che impressioni dilicate d'un ordine speziale, cui si dà il nome di concerti, e di armonie.

In questo mentre pochi si contano, i quali sebbene sono a parte del piacere, sappiano su qual base materiale si fondi il Sistema musico. Fuor di noi altro non si ravvisa se non se i tremiti de' corpi elastici, e particolarmente delle corde aeree, che dentro di noi si convertono in suoni, benchè del come siamo all'oscuro. Ora chi si sarebbe avvisato, che fra i detti suoni, ed i menzionati tremori ci passi uno strettissimo analogismo? Ommetto, che dalle palpitazioni variamente modificate nascono suoni d' indole diversa, e che alla lentezza, ed alla celerità dell' oscillare risponde il grave, e l'acuto. Mi fermo soltanto a considerare i tempi, in cui le funicelle sonore compiono le lor vibrazioni. Se questi tempi sono fra loro

loro in taluna delle proporzioni più semplici desunte dai numeri primi, che oltre il cinque non progrediscono, dai loro combinamenti con i numeri composti 4, 6, e gli altri multipli deriva la soavità delle consonanze perfette, ed imperfette, che da' suddetti numeri si misura. All'incontro se la ragione si complica, e si frammettono nelle abitudini i numeri impari più composti 7, 9, 11, 13, ec., escono in campo le dissonanze, e non solo scema il diletto, ma a gradi si trasforma in disgusto a norma della seconda legge nell'antecedente paragrafo già stabilita. Quinci un doppio ordine di cose ci si affaccia, viene a dire l' estrinseco, che consiste nel preparare gli stromenti musicali, onde si svegli un'appropiata serie di tremiti giusto i precetti dell'Arte; indi l'interno, che gli accompagni con un'analoga progressione di melodie, e di accordi. Ben è vero, che i due sistemi acustici si porgono scambievolmente la mano conciossiachè sarebbe oltre modo difficile l'accertare i tempi precisi delle vibrazioni, se l'anima al senso dell'udito attentamente applicata non venisse in ajuto, recandone un fino giudizio.

VI.

Circa l'organo dell' occhio si sono notate di sopra alquante particolarità, e presentemente aggiungo, che o sia per istituzione della Natura, o sia, conforme giudico più probabile, per via de' frequenti raziocinj abituali fatti fin dall'infanzia, su cui in quella età non si è post' avvertenza, egli è certo, che tutte le affezioni sensibili, le quali nell' anima unicamente risiedono, si mandano per così esprimermi fuor di noi: e si addossano agli obbietti esterni, o almeno ai nostri membri, che ne soffrono l'impressione. Nel senso del tatto il caldo si attribuisce al fuoco, ed alla mano il dolore, ma nell'odorato la fragranza si ascrive ai fiori, nel gusto il sapore ai cibi, e nell' udito i suoni ai corpi oscillanti, e non all' aere, per cui si propagano i tremiti, che all' orecchio provengono. Sebbene questa radicata popolar prevenzione vuole correggersi da un accurato Filosofo, perchè il Sistema de' corpi con quello degli spiriti non dee confondersi, ciò non ostante, per far un buon uso de' nostri sensorj abbiamo discretamente a servirsene.

VII.

L'occhio ad immense distanze si stende, e penetra fino nelle regioni delle stelle fisse. Giudica egli delle grandezze, dei discostamenti, delle figure, e dei moti con appropiati criterj: ma lo splendore della luce, la vaghezza dei colori sono affezioni soltanto della nostra mente, la quale per la regola testè indicata nè veste, e nè adorna gli obbietti, ed in tal guisa il Mondo si dipinge, e fassi più bello. Non è quì luogo di esporre quai requisiti si richiedano ne' corpi opachi, e ne' mezzi diafani, onde si ecciti nell'anima la varietà delle tinte, dalle quali è nata la Pittura Arte

ingegnosissima, che per mezzo del disegno, della collocazione, del chiaro, e dello scuro, e de' lumi diretti, e riflessi ci rappresenta sulle superfizie le immagini delle cose visibili.

Il gusto, e l'odorato sono stati in varj tempi raffinati diversamente col mescere i sapori, e gli odori semplici, e naturali non so se per accrescere il diletto, o per servire al lusso. Questi due sentimenti più degli altri vanno alla foggia, ed in ogni età si è studiato con nuove invenzioni di sollecitarli. Presso gli antichi l'arte delle fragranze era ridotta all' eccesso, ed alla profusione, ed il Poeta Catullo s' augurava d'essere tutto naso, siccome i ghiotti desiderano d'essere tutti gola. Nel fine del passato secolo il mestiere de' profumi si coltivava in Firenze, ed era divenuto la passione dominante, come si ha dalle lettere del Conte Lorenzo Magalotti. Oggidì molto si lavora intorno il gusto, ed ogni Nazione si compiace de' suoi particolari condimenti, ma degli odori si fa pochissimo caso.

VIII.

Per ciò, che concerne la Fisica, è da notarsi, che gli odori, e i sapori o buoni, o cattivi, che ci vengono dalla Natura, e ch' essendo sinceri, e primigenj a mutazione non son soggetti, cagionano sempre mai ne' nostri organi le medesime impressioni, e conseguentemente nell' anima gli stessi sentimenti, se pure per avventura non è prevertito il sensorio, o d'una insolita singolare struttura. Non così succede negli artifiziati, ne' quali se le composizioni son ricercate, e di nuova straordinaria ritrovata, ad alcuni, e tal fiata alla maggior parte non vanno a grado. A' giorni nostri un galantuomo dee bevere alla Francese, e credere per articolo di pulitezza, che i vini di Borgogna, e Sciampagna sieno i migliori del Mondo. Al mediocre sapore supplisce il nome, il prezzo, la schiuma, il salto de' turaccioli delle bottiglie, ma sopra tutto la moda.

Il citato Conte Magalotti pensava, che l'anima fosse dotata d'una prerogativa di rendere più gustose, o manco moleste le sue sensazioni, e ne adduceva in prova l'uso ormai fatto familiare dell' amaro, e reo caffè. La legge mi sembra strana, e per me direi, che sa di mestieri badare alle impressioni abituali, ed antecedenti, ai pregiudizj invalsi, e più d'ogni altra cosa all' assuefazione. Sovente per non parer zotici ciò, che comunemente vien lodato per buono, dee riputarsi tale, e si fa sforzo per restarne persuasi. Mi ricordo, che il primo sorzo di caffè entrato nella mia bocca si se sentire oltre modo spiacevole. Le fibre della lingua non erano per anco accomodate a cotali scosse insuete, ed irregolari, e perciò non è maraviglia, che ci corrispondesse un' ingrata intern' affezione. Replicati frequentemente gli anomali increspamenti, e resi usitati, appoco appoco si è andato scemando il ribrezzo, e si è trasformato prima in indifferenza, e poscia in diletto. In tal guisa si spiegano alquanti fenomeni di simil fatta, e si viene in cognizione, quanta parte nelle nostre sensazioni si arroghi una confermata consuetudine, che bene spesso fa figura

gura di ſtravaganza. Le narí ſi diletícano col pizzicore del tabacco: amano gli Orientali il latte agro, e le bevande forti, e rodenti i popoli del Settentrione. I cibi gelati nel più rigido inverno son le delizie de' palati ſignorili, ed una nauſea conceputa fuor di ragione cauſa dell'abborrimento ai delicati manicaretti. In poche parole i curioſi effetti, che alla giornata ſi ſperimentano, ſovente naſcono dalla particolare ſtruttura, o dall' accidentale diſpoſizione de' noſtri ſenſorj, tal fiata dal capriccio, e dalle ſvogliatezze, ma per lo più dalle abituali aſſuefazioni.

Non ſi vuole ommettere, che le fibre de' noſtri organi ſi vanno coll' età inſenſibilmente alterando. Molli, e delicate ſon ne' fanciulli, robuſte negli adulti, e ne' vecchj troppo rigide. Non ſi avrebbe ſentore di tal mutazione, che faſſi a gradi menomiſſimi in un lungo corſo d'anni, ſe la memoria non paragonaſſe colla paſſata la preſente coſtituzione. Per la qual coſa le vivande, ed i liquori acri, e non mordenti, ſiccome gli aromati, e l' acquavite mal ſi tollerano da' giovinetti, ed all' incontro i cibi melati, di cui ſi compiacciono, come il mandorlato, al guſto degli adulti non ſi confanno. Succede altresì, che certuni oltre modo ghiotti d'una vivanda ſe ne mangiano a ſazietà, e ne riſentono un gran nocumento, l'avidità ſi converte in avverſione, che in alcuni durà pet lungo tempo, ed in altri per tutto il corſo della lor vita.

Che diremo delle violentiſſime brame delle Donne gravide, che paſſando dalle madri ai feti, laſciano improntati i veſtigj degli obbietti, da cui provengono, ne' teneri corpicciuoli degli embrioni, e talvolta tanto gagliardi, e profondi, che ne diſguiſano la ſtruttura? Mi è noto, che molti Fiſici forſe per non ſaperne render ragione coraggioſamente le negano, ed a qualche accidentale circoſtanza le attribuiſcono. Ma io ne ho avuto parecchj eſempj ſotto gli occhj, e così paleſi, ed evidenti, che non ſaprei come mettere in dubbio ciò, che è ſtato da me veduto, e toccato. Non mi arrogo di ſpiegare gli ſtrani effetti, e piuttoſto giuſto il mio ſtile raccorderò alquante leggi, che gli accompagnano, le quali ſpanderanno un qualche barlume ſull'oſcuriſſimo fenomeno. Ed in prima io non ſo, che nella prole de' bruti di qualſiſia ſpezie ſianſi notate cotali impronte. Dei moſtri naſcenti da due inviluppi, che ſi meſcono, e s' incorporano tutto dì ſe ne veggono, ma delle menzionate brame i ſegni non appariſcono. Per la qual coſa pare, che ſiano di gran lunga meno ardenti, e meno efficaci gli appetiti degli animali meſſi a confronto con quelli delle femmine di ragione fornite. Ed appunto, atteſa maſſime la coſtituzione alquanto violenta, in cui elle ſi trovano, accompagnata da frequent' incomodi, e da ſvogliatezze, gli obbietti eſterni fanno ne' lor ſenſorj delle gagliarde impreſſioni ora del ſolito aſſai più moleſte, ed ora molto più grate. Di queſte l'anima grandemente ſe ne compiace, e ſe non giugne a conſeguire con prontezza l'intento, dà nelle ſmanie, e trattenendoſi oſtinatamente ſull'inutile deſiderio, con una forza continuamente replicata a diſmiſura l'accreſce. Non di tutto ciò, che può cadere nella fantaſia d'una Donna, ſi forma ne' fanciulli l'immagine, ma ſolamente di ciò, che alla

 nutri-

nutrizione, ed alla conservazione del feto appartiene. Le altre cose, che anno il loro pregio più dall' arbitrio, e dalla opinione degli uomini, che dall'istituto della Natura, e servono alla vita civile, tutto che fortemente desiderate dalle femmine vane, ed avare non lasciano l' impronte di se medesime. Non si sono veduti mai i parti contrassegnati con brame di vesti, di gioje, di monete, non di fiori, o di nastri, o di qualche altra foggia inventata dal lusso, e dall'ambizione. Anzi si noti, che le voglie mai d' altro colore non sono dipinte, che di quello, che può nascere dalla mistione de'nostri fluidi. Il bianco, il rosso, ed il giallo serbano analogia col succo latteo, col sangue, colla bile. Di verde, e d' azzurro non s' è mai veduta tinta alcuna brama, tutto che non manchino cibi e naturali, ed artifiziali in tal guisa colorati, de'quali le Donne ponno frequentemente invogliarsi.

IX.

Dalle proprietà passive della Mente umana finora considerate mi faccio strada alle attive, fra le quali tiene il primo luogo una potenza insita regolata dalla volontà, per cui, quando ci piace, i nostri membri si mettono in movimento, e ci servono di stromenti per comunicarlo ai corpi, che sono fuori di noi, e co' quali siamo in commercio. Egli è vero, che il libero arbitrio non può far uso se non di quella quantità di forze, che per avventura ne'nostri organi risieggono. Non ci è modo di accrescerle, e molto manco di crearne di nuove a misura delle occorrenze; e perciò bisogna contentarsi di quelle, di cui siam provveduti, e che secondo le circostanze si diversificano. In due generi esse si distinguono, viene a dire in vive, ed in morte. Le prime danno norma al moto perenne de'fluidi, ed alle incessanti oscillazioni de'solidi, ne mai sin a tanto che dura la vita, si estinguono: ma di rado sopra queste esercita il suo imperio la libertà.

Le seconde, che in soli conati consistono, e si associano bene spesso colla quiete, aspettano per risvegliarsi, e mettersi in azione il cenno della volontà. Di tal sorta ne abbiamo in noi una sufficiente conserva, e sono tanto ubbidienti, che ora una maggior copia di nisi, ed ora una minore viene prontamente a svilupparsi giusto le nostre intenzioni. Egli è certo, che ci vuole pochissima forza a maneggiare, mentre io scrivo, una penna leggiera, ed una molto più grande per istrascicare colla stessa mano un grosso peso. Quinci a misura del dispendio delle forze impiegate si sente la lassezza, che a lungo andare ci rende impotenti a proseguir la fatica. E' questo un fenomeno familiare, ma poco finora avvertito, che piglia norma da una legge maravigliosa concernente l'unione dell' anima col corpo; imperocchè egli è un arcano, che tutto dì si sperimenta, ma non s'intende, qualmente cioè il nostro libero arbitrio si comporti nel toccar certe molle, e soltanto quelle ora poche, ed ora molte, che a'suoi disegni precisamente rispondono, e lasci tutte le altre in riposo per valersene a luogo, e a tempo.

In

In questo mentre non si dee dissimulare, esserci nella struttura del corpo umano delle forze morte talmente nella lor miniera appiattate, e per dire sepolte, che non si destano, e non escono in azione fuorchè in qualche caso straordinario. A spirito quieto ad esso loro il comando dell'anima non perviene, e fa d'uopo, che per risvegliarle si susciti in noi una violentissima perturbazione. Una paura talvolta immaginata, una collera accesa da un motto pungente, la difesa della propia vita, il sottrarsi da un imminente pericolo sconvolgono da capo a fondo l'economia de' nostri corpi; i fluidi si mettono in tumulto, ed i solidi bene spesso all'impeto non resistono. E' una maraviglia, qualmente le forze si aumentano nelle convulsioni, ne' delirj, nelle manie. Quì ci sarebbe molto da filosofare, e si avrebbe ad indagar lo perchè agli sforzi violenti, ed insoliti succeda la stanchezza, ed un totale abbandonamento.

X.

Mi narrava un mio Amico degno di fede, che per uno strano accidente in tempo di notte oscura, credendosi benchè falsamente perseguitato da' suoi nemici, si diede per un viottolo a lui noto ad una fuga precipitata, e si trovò senza saperne render conto sulla sponda opposta d'una larga, e gross'acqua corrente, indi si rifuggiò nella casa d'un suo familiare. Cessata l'apprensione, gli sopraggiunse una languidezza tale, ed un ribrezzo, che mal poteva reggersi in piedi; ond'ebbe bisogno di riposo, e di ristoro. Aggiugneva, che per molti giorni durò la molesta impressione della contratta lassitudine, e che qualunque volta s'imbatteva a passare per il menzionato sentiero, in riflettendo al gran salto, o piuttosto volo, ch' egli avea spiccato da una riva all'altra del canale, raccapricciava per l'evidente rischio, in cui d' affogarsi era corso.

Arrischiando una conghiettura, per me direi, che i nisi, de' quali ho fatto menzione in qualità di forze morte, stanno sempre preparati ai servigj dell'anima per impiegarsi nelle consuete operazioni, che di tempo in tempo, e regolarmente da lei si comandano; imperocchè se i detti conati appoco appoco si mettono in azione, e si consumano, la Natura provida fa il modo di restituirli. Ma se per qualche inusitato emergente in gran copia, e in breve spazio impetuosamente si svolgono, ne c'è mezzo di rimetterli, e di risarcirli colla necessaria prontezza, nascono gli stupendi effetti testè raccordati, e le conseguenze, che ne risultano. Quinci non mancano esempj, che una grande impensata allegrezza privi di vita, e che una profonda mestizia, e che quella cocente passione, cui si dà nome di amore insano, vadano accompagnate da turbolenti fenomeni. Si ponga attenzione alla mirabile provvidenza della Natura, che quella gran copia di nisi, che ne' nostri organi stanno appiattati, e si risentono solamente ne' casi straordinarj, e ne' pressanti bisogni, non sono guari all' imperio dell' anima sottoposti, che a suo beneplacito non può destarli; conciossiachè lasciandosi gli Uomini frequentemente trasportare dagl'impeti,

peti, si abuserebbero d'una potestà a loro sommamente nociva, da cui bene spesso, ed a contrattempo verrebbe a sconcertarsi la macchina del nostro corpo. Conchiudo, che con un superiore artifizio, e con leggi più recondite si sono prescritte le regole al Sistema degli spiriti, che a quello de' corpi, e massimamente quando le due sostanze si sono insieme congiunte.

CAPITOLO SECONDO

Qualmente l' Anima nelle cose materiali influisca.

I.

NEl discutere, per quanto mi è stato possibile, con quali leggi gli spiriti ai corpi reciprocamente si legano mi son accorto, che assai più la mente influisce nella materia di quello, che all'opposto si faccia. Richiedeva il buon ordine, e la perfezione dell' unico Sistema di due sostanze disparate composto, che la più nobile alla più vile in qualche modo signoreggiasse, cioè la pensante, e la libera alla inerte, ed insensata. E quì mi si sveglia in mente un gran principio, che dà norma alla filosofia morale, ed è conforme all'istituzione della Natura. Fa d'uopo, che l'Uomo saggio metta uno studio indefesso, e non interrotto nell'accrescere l'imperio dell'anima sopra del corpo. Dagli atti replicati nascono gli abiti virtuosi, che tolgon di mezzo, o almeno diminuiscono quel tedio, e quella ripugnanza, che pur troppo nel ben oprare si sperimenta. Nel tempo stesso si sedano le perturbazioni, e si fanno servire al fine, per cui Dio ce le ha innestate, cioè per nostra conservazione, e difesa. All'opposto chi rallentando la briglia alla concupiscenza lascia guidarsi dalle affezioni lusinganti piuttosto che dalla retta ragione, e si comporta in maniera, che passo passo si aumenti la tirannia del corpo sopra dell'anima, contrae consuetudini viziose, e perverse, e sì fattamente radicate, che a svellerle proverà una somma, e quasi insuperabile difficoltà. Oltre che una buona parte della nostra vita, e spezialmente nel sonno è occupata da percezioni confuse, che al dominio della mente non son soggette. Perchè dunque sciolta ella dallo stato torbido della notte, e posta nel giorno sereno delle cognizioni distinte seguita a servire in vece di comandare? Perchè non fa da sovrana, e con suo danno, e vergogna del suo potere, e della sua nobiltà si dimentica?

Di passaggio io noto, che le impressioni, che partono dagli obbietti esterni, e penetrando nell'anima svegliano per via de' sensorj le interne affezioni, sono cause fisiche, e necessarie, che da noi in nessun conto dipen-

dipendono. Se ad occhj aperti mi si presenta il Sole, non posso far di meno di non restar offeso nella vista dal suo gagliardo splendore, e per sottrarmi dalla nojosa sensazione o conviene, ch' io chiuda le palpebre, o con qualche altro mezzo attutisca la soverchia attività. Alle volte avviene, che immersa l'anima in una profonda cogitazione tiene talmente le fibre degli organi in una tensione violenta, che appena alle scosse estrinseche si risentono: e perciò nè punto, nè poco si bada a ciò, che fassi fuori di noi, e quantunque le immagini delle cose visibili nella retina si dipingano, ed i suoni sollecitino i nervi uditorj, nulla si vede, e nulla si ascolta; laonde per liberarsi da questa picciola estasi, ch'è una spezie di sonno vigilante, ci vuole un grand'urto, che scuotendo forte le fibre, le rimetta nello stato naturale, ed i sensi si riducano ad esercitare le proprie incombenze.

All' opposto in quelle azioni, che principiano dalla mente, e vanno a terminare ne'corpi, il necessario non ha luogo, e domina soltanto l'arbitrio. Ed in fatti una massa da noi staccata in virtù dell' inerzia persevera nella sua costituzione di quiete, o di movimento, ne per conto nostro muterà mai stato, se non c'interviene un atto efficace di volontà. Ma non siamo noi liberi, come meglio ci aggrada, o di lasciarla in riposo, o di farla camminare, ovvero, se per sorte si muove, di accelerarla, o di ritardarla? Appresso la stessa massa è indifferente a qualunque mutazione di stato dentro i limiti dal temperamento prescritti, e nel tempo medesimo ad un solo, e non a molti cangiamenti può sottoporsi; dunque la nostra libertà è fornita della prerogativa di vincere la sua indifferenza, e d'introdurvi le necessarie determinazioni, che modificano la velocità, e la direzione.

II.

Il nostro libero arbitrio si comporta quasi da sovrano, ed ammenda, e riforma in parte il Sistema del Mondo, per quanto si stende la sua limitata possanza, non già col sovvertire, o coll'alterare le leggi capitali di necessità immutabile, ma coll'adattarle a' suoi voleri, ed a' suoi disegni, e coll'obbligarle ad ubbidire al suo imperio.

Diamo un' occhiata alla superfizie della Terra, ed in veggendo per lunghi tratti convertito il selvaggio in dimestico, ridotte a coltura le pianure, e le colline, non trascurati i monti più alpestri, seminate da per tutto le città, le castella, e le ville, ed alla nativa solitudine sostituiti i comodi, e le delizie, ci formeremo un adequato concetto di ciò, chê possa la forza, e la sagacità umana. Inoltre si osservino i mari popolati di vascelli, istituiti i commercj da un capo all'altro del nostro globo, trasferiti gli animali, e i prodotti cittadini d'una regione ad alloggiare sotto un clima totalmente diverso, e bene spesso contrario, e si conchiuda, che l' industria degli Uomini ha saputo migliorare, ed abbellire la casa, in cui Dio si è compiaciuto di collocarli.

III.

III.

Appena è credibile, che la fiacchezza umana siasi accinta ad intraprendere coraggiosamente certe grand'opere, che superano di lunga mano almeno a prima vista il nostro fievole potere, come per esemplo diriggere il corso de'fiumi reali, strignerli fra gli argini manofatti, asciugare vaste paludi, e convertirle in terreni fruttiferi, e per fino porre il freno ai mari, assicurando i porti coi moli, e le basse pianure colle palafitte. Appresso si sono svviscerate le montagne per innalzare fabbriche sterminate, in cui vanno del pari l'artifizio, e la magnificenza; e tali furono ne'tempi andati le piramidi d'Egitto, le mura di Babilonia, le terme, e gli anfiteatri Romani, ed a' nostri giorni la famosa unione de' due mari Oceano, e Mediterraneo eseguita in Francia sotto gli auspizj di Lodovico il grande, sebbene l'esito appieno non ha corrisposto all'aspettazione

Prima che taluna di queste stupende intraprese si riduca all'atto, si suole disputare ostinatamente intorno la lor possibilità; imperciocchè tal fiata gli Uomini s'ideano, e propongono cose tanto strabocchevoli, che per venirne a capo riesce scarso ogni partito. Come avrebbe mantenuta la sua promessa quell'ardito Scultore, che si era assunto il carico di formare del monte Ato una statua immensa rappresentante il magno Alessandro con una città sostenuta dalla mano destra, e con un fiume sgorgante dalla sinistra? Ma posto che il fatto risponda all'aspettazione, si ammira la perizia dell'Operajo, e si pon mente al filo de' pensamenti, ed ai progressi della esecuzione.

IV.

Nelle operazioni d'importanza gli Uomini pigliano sempre di mira un fine, e nelle più minute ci sta sempre qualche motivo di poco momento nascosto, benchè sovente non apparisca palese. Io muovo un dito senz'alcun bisogno di muoverlo, e se non altro mi propongo di far uso della mia libertà, e di esercitare sulle mie membra un assoluto dominio. Bene spesso procuriamo di tener occulti i nostri divisamenti, ma di rado interviene, che, quando passano al fatto non si rivelino; perchè non istanno concentrati nel cupo della mente, ed alla giurisdizione de'sensi si sottomettono.

Non si vuole dissimulare, che frequentemente nei disegni umani non signoreggi la stravaganza, che di conseguenza nel Sistema mondano s'insinua. Alcuni sono vani, e capricciosi, altri ripugnanti, ed assurdi, e quelli, che sono ben concertati, dai difetti della esecuzione non vanno esenti. E' una pretta vanità il lusingarsi di andar a volo per l'aria, ed anno finora gittato il tempo, e l'opera coloro, che, messa sossopra la meccanica, si sono logorati 'l cervello per iscoprirne l'artifizio. Io non giudico impossibile il tentativo, perchè vedo, che gli uccelli volano, ma troppo

troppo ci si richiede per ottenere, che in tal mirabile magistero l'Arte vada del pari colla Natura. Un buon Fisico ne comprende le difficoltà insuperabili, ed io reputo favolosa la colomba di Archita, inutile la barca del P. Lana, e quella famosa macchina, che gli anni passati ha fatto tanto rumore in Europa, presentemente è andata in dimenticanza.

Parerà strano, che il nostro intelletto vada talvolta dietro con indicibil premura a cose onninamente impossibili, e che i mezzi da lui adoprati siano tanto rimoti dal fine, quanto la Terra dal Cielo. Eppure gli esempj sono per modo familiari, che al genere umano fanno vergogna. L'aver contezza del futuro è una passione, che ha predominato nelle più svegliate Nazioni. Ma per conseguire l'immaginato intento a quali partiti si sono esse appigliate? Appena si può credere, che il volo degli augelli, il beccare de' polli, le viscere delle vittime con cento altre ridicole, e sciocche avvertenze costituissero l'Arte d'indovinare tenuta in sommo pregio, nella quale secondo gli Stoici s'interessava la Divina Provvidenza. Non raccordo gli Oracoli, i libri Sibillini, i sogni, i presentimenti, la Cabala Rabbinica, e moltissime inezie di simil fatta, delle quali non saprei come tesserne un esatto catalogo. Ciò, che mi fa strabilire, si è, che soggetti dottissimi s' abbiano lasciato sedurre, e si siano trattenuti di proposito su cotali vanissime perquisizioni, e fra questi si conti il Reuclino, ed il rinomato Pico della Mirandola, degli arcani della Cabala Ebraica dichiarati fautori.

C'è ancora di peggio: la temeraria curiosità dell'avvenire ha deturpate le Discipline più nobili. Pareva, che gli antichi Matematici impiegassero le lor vigilie per diventar Geometri, ed Astronomi in grazia principalmente dell'Astrologia giudiziaria, e che in essa sollevata al posto di Scienza, e fornita di regole e di aforismi consistesse il fior del sapere. In tal guisa si faceano servire le più splendide verità alle più sfacciate bugie. Grazie alla retta ragione, ed al buon metodo di filosofare, che finalmente ha disgombrate le tenebre, e da moltissimi pregiudizj ci ha liberati. Oggidì non si cerca di duplicare il cubo, o di trisecare gli angoli per via de' luoghi piani, e molto meno di quadrare il cerchio, o l'iperbola. Queste investigazioni sogliono esercitare senza frutto i Geometri di pochi giorni; mercè che i più provetti sanno, e dimostrano, essere impossibile il venirne a capo. Inoltre non si stancano più le macchine per procurare un moto perpetuo meccanico: anzi perchè ciò avrebbe luogo nella sentenza Cartesiana, che misura le forze vive dalle quantità del moto, il celebre Leibinizio ragionevolmente l'ha spacciata per falsa, e per assurda; conciossiachè accaderebbe, che in parecchj incontri si rinvenisse assai più forza nell' effetto, che nella causa, e si sovvertisce il gran principio della debita uguaglianza fra le cagioni piene, e gli effetti interi.

Dopo tante prove non si è perduta anco la folle speranza di ritrovare la medicina universale, e la pietra filosofica, o sia la tramutazione de' metalli più vili ne' più preziosi. La brama insita d'una lunga vita, e l'avidità delle ricchezze an fatto sì, che si metta mano in

tutti i ripostigli della Natura per conseguire l'intento, e che tuttavia si getti e tempo, e fatica, e sostanze. L'arte tanto vantata si è convertita in un mestiere di ciurmeria, per cui con belle lusinghe, e con dolose apparenze si gabbano i Principi, ed i privati, e ne' fornelli si mandano in fumo gli averi della gente credula. Molto si promette, e nulla si attende, ed è notabile, che coloro, i quali saliti in riputazione di gran Maestri del maraviglioso segreto anno fatto pompa, come il Paracelso, e l'Elmonzio, si sono smentiti da se medesimi essendo mancati di vita giovani, e poveri.

V.

Messe in non cale le inezie, e l'esorbitanze, in cui bene spesso inciampano gli Uomini, piglio per mano il terzo caso, qualunque volta cioè il fine benissimo si prefigge, ma nel ridurlo all'atto pratico di rado, e forse non mai si coglie esattamente nel segno, e lo migliore si afferra. Le Arti surte da fievoli principj, e rozze nella loro origine si vanno col tempo passo passo perfezionando. Ognuno si crede, che siano giunte al colmo a' suoi giorni, perchè paragona ciò che sono presentemente, con ciò, che furono per l'addietro, ed in molti è radicata la prevenzione di preferire il moderno all'antico. Ma qualora io seriamente rifletto al progresso di varj mestieri sotto gli occhj miei, veggio, che le mutazioni in alcuni sono di lieve momento, e poco meno che indifferenti, altri sono più, o manco in perfezione cresciuti, e molti all'incontro deteriorati. Così le vicende portano, che il nostro Sistema o si migliori, o si peggiori per ciò, che concerne le umane invenzioni.

Le innumerabili fogge, che con tanto danno delle ben regolate società nel mangiare, nel vestire, ed in cento incontri s'introducono, ed alla giornata si cangiano, per mio sentimento deggiono annoverarsi fra le totalmente adiafore. Una mensa imbandita sul gusto di diece anni fa muove nausea, e si tira addosso le beffe altrui, chi alla moda passata si abbiglia. Ma guari non dureranno gli odierni capriccj. Da quì un pajo d'anni, e forse prima le cose muteran faccia, e ciò, ch'oggi ci piace, e si pregia, dimani si riceverà con disgusto, e con disprezzo.

Intorno le fatture, che in perfezione si sono andate di giorno in giorno avanzando, basterà recarne un esempio. Desidererei d'avere anzi gli occhj una compiuta serie di tutti i generi degli orojuoli a ruote, che si sono lavorati da varj Artefici, ed in paesi diversi, dacchè queste macchine alquanti secoli fa sono state inventate. Allora si vedrebbe per quali gradi abbia camminato l'industria, e cosa siasi detratto, aggiunto, e riformato per renderle sempre più esatte. E' noto, che ad uso degli Astronomi si costruiscono degli orologj segnanti i minuti primi, e secondi, i quali poggiano a tal precisione, che in un dì naturale dal moto del Sole per una, o due seconde appena discordano. Pare, che non si abbia a sperar di vantaggio: ma pure se con qualche nuova ritro-

trovata potesse ottenersi in mare, non ostante lo scuotimento de' vascelli, una scrupolosissima aggiustatezza, si soddisfarebbe al decantato problema delle longitudini tanto importante per le lunghe navigazioni, su cui il Galileo, al quale prima d'ogni altro era venuto in pensiero di applicare i pendoli agli orojuoli, aveva in teorica promesso assai più, di quanto in pratica gli fosse riuscito di attendere.

VI.

Fra le Arti, che in vece di salire discendono, io conto l'Architettura. Odo gl'intendenti a lagnarsi del depravato gusto, che presentemente domina quasi per tutta l'Italia, e molto più fra le straniere Nazioni, trattone l'Inglese, che a quest'Arte da noi contraffata, e dalle nostre regioni bandita, ha dato ricovero. La necessità ha costretti gli uomini a difendersi dalle ingiurie delle stagioni, ed i boschi an somministrata la materia per fabbricare i primi rozzi abituri. Il bisogno è passato grado grado in comodo, ed il comodo in lusso, e magnificenza. Ci ha opportunamente ammoniti Vitruvio, che i grandi edifizj di pietra furono una imitazione tratta da quelli del legno, e ridotta cogli ornamenti all'ultima perfezione, ed egli ce ne spiega il come parte per parte, dandoci una distinta idea di tutti i membri, che compongono un Ordine architettonico. Degli eccellenti originali avea da per tutto innalzati la Grecia, e Roma, mentre il buon gusto fioriva.

Ora chi si sarebbe avvisato mai, che a fronte del bello il brutto prendesse piede, e che si ergessero con applauso strutture di maniera Greco-barbara, indi si facesse transito a quelle, che mal si appellano Gotiche, e sono un aggregato di deformità, che in parte risentono dell'Arabico. Quando per buona sorte si è colpito nell'ottimo, e gli Uomini vaghi di novità s'ingegnano di migliorarlo, nel pessimo infallibilmente precipitano, e quasi che fossero privi del senso comune, e si cancellasse in esso loro la nozione dell'ordine, e della bellezza, del pessimo si compiacciono.

Durò per alquanti secoli l'intollerabil disordine, e ne abbiamo anzi gli occhj gli esempj, fin a tanto che nel sestodecimo alcuni Valentuomini a gara fattisi a studiare le fabbriche Romane, che tuttavia sussistono, e le lor reliquie, l'Architettura da capo a fondo mutò aspetto, e nella sua vera forma comparve. Con ragione possiam gloriarci, che in quel felice tempo per tutte le Città d'Italia siano stati, quasi direi, seminati Templi, e Palagj, e pubblici, e privati Edifizj, che sebbene cedono agli antichi nella magnificenza, vanno però del pari nell'euritmia: anzi son persuaso, che se un Maestro Greco, o Romano potesse contemplare la Chiesa di S. Pietro, e la vasta mole della sua Cupola sostenuta, sto per dire in aria da quattro pile, e da quattro archi, farebbe le maraviglie.

Qualmente poi nel nostro secolo si torn' indietro, e le moderne strutture di ghiribizzi, e di raffinamenti s'infraschino, io non arrivo a capirlo. Per qual motivo il retto si trasforma in curvo, i piedestalli, ed i capitelli si mettono in angolo, si deturpano i sopra ornati, i frontoni a dispetto della solidità si spezzano, le linee in vece di continuarsi fuor di proposito s'interrompono, e leggiadrie di simil fatta si pongono in opera? In somma si vive in una stagione, nella quale il bello, ed il buono *laudatur, & alget*.

VII.

Riedo in sentiero, e m'innoltro a considerare una particolarità, che suol far la sua mostra nel teatro dell'Universo, viene a dire il frequente combinamento dei fini umani con i Divini. Non è questo una miscela, ed una complicazione, che induca contrarietà, e che al Sistema rechi sconcerto, ma bensì una regolar dependenza, ed una conseguente subordinazione; ed eccone il come.

Dappoichè Dio ha data l'ultima mano a' suoi lavori, ed a' suoi disegni, cominciò l'Uomo a metterſi in azione, e ad eseguire le sue intenzioni, valendosi della libertà, che si può dir suo retaggio. Si rifletta, aver Dio fin dall'origine delle cose apprestati, e ridotti a perfezione innumerabili prodotti, de' quali o più presto, o più tardi dovea per suo profitto far uso il genere umano. Ben vedeva egli, che la ragione, di cui ci aveva dotati, aggiunto lo stromento delle mani, di cui ci aveva forniti, erano per supplire alle nostre bisogne, ai nostri comodi, ed alle nostre delizie. Perciò a differenza delle bestie irragionevoli, a pro delle quali nulla ha risparmiato di quanto al loro stato appartiene, si è compiacciuto in grazia nostra di preparare solamente i materiali, lasciando a noi la cura di servirsene a luogo, e tempo a misura di ciò, che dovea nel progresso de' secoli procacciarsi la nostra industria.

Mostro a dito in poche parole i fonti della sovrana Provvidenza, onde scaturiscono le vene feconde delle Arti, e delle Scienze, che nella scena del nostro Globo fanno la loro comparsa. Non si sono appiattati abbastanza il vetro nell'interno de' sassi, le gemme, i metalli, e fossili nel cupo delle montagne, e nel profondo de' mari i coralli e le perle. Appresso le famiglie degli animali, dell'erbe, e degli arbori somministrano a noi i cibi, le vestimenta, ed i tetti, onde ripararsi dalla fame, dal freddo, e dall'ingiurie delle stagioni, ed in somma tutto ciò, che spetta agli agi, e al capriccio. Vogliam di più: le forze de' bruti ci servono, e ci sollevano dalle più dure fatiche, e ci ubbidiscono persino le potenze più formidabili della Natura, cioè colle sue correnti l'acqua, l'aere coll'impeto de' suoi venti, ed il fuoco colla sua tremend' attività.

Non

Non possiamo indovinare, quanti misti al giorno d'oggi o mal conosciuti, o negletti verranno a festa ne' secoli futuri, somministrando la materia a qualche novello mestiere, o perfezionando i già noti col facilitarne l'esecuzione. Altrettanti forse si porranno in non cale, de' quali si fa uso presentemente, perchè ci anderà fatto di surrogarci degl' ingredienti migliori. Col sangue di certe chiocciole pescate ne' mari di Tiro, e di Sidone gli Antichi tingevano i drappi di color di porpora. Si è studiato di ravvivare il segreto, ma adesso in sua vece si adopera la grana, ed il chermes. Si è perduto il vecchio artifizio di fa l'elettro, ch'era un misto d'oro, e di argento, in cui l'aurea tintura predominava. Si sono però sostituite le dorature a fuoco certamente di minore spesa, e forse di più fulgid' apparenza. Che siasi estratto l'azzurro oltramarino dal lapislazzulo, non è maraviglia, perchè dal colore della pietra se ne desumeva l'indizio; ma che dal piombo sia nato il minio, e la biacca, dall'argento vivo il cinabro, dall'oro il carminio, e la porpora, e modernamente un bel turchino dal sangue, si ascriva non all'umano discorso, ma piuttosto all'accidente, che nel maneggiare i misti delle curiose scoperte a pro delle Arti fuori d'ogni nostr'aspettazione tal fiata ci somministra.

VIII.

Propongo un subbietto, di cui coll'andar del tempo si sono scoperte parecchie notizie, ma molte più restano da rintracciarsi, e sia questo la calamita. Singolare si è la sua proprietà di tirare a se il ferro, e con esso strettamente congiugnersi. Di tali amicizie, o vogliam chiamarle simpatie non abbiam altro esempio in Natura; avvegnadiochè le attrazioni elettriche sono di genere diverso, e da differenti leggi pigliano regola. I vecchj Fisici, ai quali era noto il maraviglioso fenomeno, si fecero a discorrerci sopra, ed arrischiarono alcune ipotesi. E perchè non ne sapevano di vantaggio, e non ci ravvisavano un'ombra di fine, e di quel decantato *cui bono*, per me penso, che un effetto straordinario bensì, ma inutile, e di nessun uso, ed uno scherzo della Natura lo riputassero.

Intanto dacchè l'Inglese Gilberto ci ha fatti accorti, che la Terra è una gran calamita, e la calamita una picciola Terra; dacchè ci anno insegnato le replicate sperienze, che il polo del magnete si dirigge da se verso quello del nostro globo terracqueo, e che l'asse affetta una tal posizione, fuori della quale si ritrova in istato violento, e fa sforzo per adattarvisi; dacchè si sa, che un ago di acciajo calamitato è fornito d'una pari virtù, a gara anno i Filosofi intrapreso di meditare sopra le astruse apparenze. Prenda per mano i libri, che non son pochi, colui, che vuole internarsi nella materia, e legga il progresso degli sperimenti parte giocosi, e parte serj, indi ponderi a suo bell'agio le varie opinio-

nioni, e i discordi meccanismi infantati per ispiegare gli oscuri fenomeni. Io dopo averci speso intorno qualche tempo, sono rimasto nella mia primiera incertezza. Finalmente dacchè a quel buon Uomo d'Amalfi è venuto in testa di fabbricare la bussola, e di felicemente applicare l'accennata proprietà all' Arte nautica, questa cessando d'esser fanciulla, e fatta robusta, ed adulta, ha tentati mari creduti per avanti inaccessibili, scoperti nuovi Mondi, e circondato tutto l'ambito della Terra.

Ora soggiungo: se Dio non avesse da principio lavorati la calamita, ed il ferro, dotandoli delle prerogative speziali, di cui ho fatto parola, gli Uomini certamente sarebber privi d'un così segnalato benefizio. Confesso, che a me non constano i fini particolari, per cui li predetti due misti sono stati prodotti, nè tampoco l'industria, con cui sono stati construtti, e molto meno l'artifizio meccanico delle lor mutue attrazioni. Non per tanto conosco, qualmente, e per qual fine la sagacità umana abbia saputo valersi a suo pro di quelle fatture, che il sapientissimo Autore nel procrearle, così dover succedere, avea infallantemente preveduto, e disposto. Il celebre Edmondo Hallej, notata un' altra particolarità degli aghi magnetici, cioè che per lo più non guardano direttamente i poli terrestri, ma che declinano secondo i siti per alquanti gradi più, o meno verso l'Orto, o verso l'Occaso, e che la deviazione col tempo si va mutando, e cresce, e cala, ed anco passa in senso contrario con una spezie di titubazione, di cui non si sanno le leggi, si avvide, esserci de' luoghi privilegiati immuni dalla menzionat' abberrazione. Segnati accuratamente cotali punti, fece per essi passare delle linee curve descritte sul nostro Globo, e ne stabilì gli andamenti, e le posizioni. Per questo mezzo si lusingò egli d'avere scoperta una facile, e compiuta soluzione del problema delle longitudini. Quanto a me, posta da canto la sua teorica, che nulla giova alla pratica, desidererei, che, meglio purificato il suo ritrovamento, l'esito corrispondesse all'aspettazione.

CAPI-

CAPITOLO TERZO

De' Miracoli, e in prima della lor verità.

I.

Sinora io non sono uscito dai confini della Fisica, e mi sono trattenuto ad annoverare i requisiti a me noti, che da principio delle cose anno prescritte le regole alla mondana costituzione. Ma perchè di tempo in tempo vi si insinuano i Miracoli, ed il naturale col soprannaturale si mesce, fa d'uopo, ch'io mi volga da questo lato, facendomi ad esaminare, che mutazioni, e quali straordinarj effetti in essa producano, e come in un sol Sistema cospirino. Parmi, che sieno talmente annessi alla Religione, che appena se ne possano separare; conciossiachè i Popoli sono stati persuasi a venerar le Deità, ed a rendersele propizie cogli omaggj, e colle offerte mossi dai lor bisogni, e dalla fiducia di ottener a lor profitto de' segnalati benefizj anco fuori dell'ordine consueto della Natura.

Di fatto tutte le Nazioni sono state oltre modo propense a dar fede ai portenti, ed ogni Religione, avvegnachè falsa, ed assurda, fa pompa de' suoi, che servono a confermare il volgo credulo nel culto superstizioso comunemente adottato. Quinci trassero la lor origine gli augurj, gli auspizj, le metamorfosi, gli ostenti con mille altre inezie, di cui sono piene zeppe le vecchie Storie.

Neglette le favole, pongo la cosa sotto il suo vero aspetto, e dico, non essere consentaneo al dettame della ragione, che Dio Ottimo Massimo dopo aver terminata la fabbrica dell'Universo abbia fatto a se stesso un divieto di più oltre non ingerirsene, e stabilito un decreto immutabile di lasciar sempre mai libero il corso alle cause secondarie, onde nel progresso de' tempi non patissero nelle lor operazioni qual si sia interrompimento. Troppo alti, ed imperscrutabili sono i consiglj del Creatore: e perciò chi ci ha rivelato, non metter lui di quando in quando la mano onnipotente nella sua macchina in vista di que' fini, che si è da principio prefissi?

In Dio non ha luogo la maraviglia, mercè che qualunque azione o consueta, o insolita non gli costa salvo che un cenno della sua efficacissima volontà. Lo stupore dunque ingombra soltanto le sostanze ragionevoli, le quali veggendo, ch' Egli talvolta per loro conto si adopera, dando segni straordinarj ora della sua Bontà colle beneficenze, ora della sua Giustizia con i castighi, e sempre mai della sua suprema Possanza, che sovente fra i cancelli della Natura non si ristrigne, apparano ad amarlo, e a temerlo, e se ne formano un sublime concetto.

II.

II.

Tirate da questo fondamentale principio alcune facili induzioni, in poche parole si darebbe spaccio al proposto subbietto. Ma si ha da combattere con Avversarj di differenti partiti, i quali sebbene tra loro discordi si uniscono però in lega per tendere chi per un verso, e chi per l'altro insidie alla verità. Quinci fa d'uopo star in buona guardia da tutti i lati, accumulando quistioni sopra quistioni, ed aggiugnendo difese a difese.

Appena so da qual parte volgermi, e con che filosofica Setta cominciare la mischia. Ho preso consiglio di ristrignere la materia a tre punti principali, che abbraccieranno i secondarj. Da prima proverò, che nella presente costituzione di cose fanno la lor comparsa i miracoli, viene a dire (acciocchè nell'uso del vocabolo non s'insinui l'equivoco, e la controversia non cada sulle parole) certe insuete, e portentose operazioni, ch'evidentemente per le circostanze, da cui sono accompagnate, sormontano le forze della Natura, e che ripugna, che si attribuiscano ad altra cagione efficiente, fuorchè al Divino potere. Secondariamente assegnerò gli accertati criterj, per cui si discernono i prodigj veri dai falsi, i reali dagli apparenti, e nello stesso tempo delle lor varie spezie terrò discorso. In terzo luogo proccurerò di metter in chiaro, che conseguenze portino, e qualmente influiscano nell' economia del nostro Sistema.

III.

Gli Atei negano a fronte aperta qualunqu'effetto prodigioso, ed i Deisti guari non se ne prendonò cura. Quegli pensano, che i portenti, i quali nel volgo fanno tanto rumore, sieno parti della impostura, della immaginazione, e della credulità; e questi vorrebbono, che Dio se ne stesse nel suo profondo, eterno riposo, e che nelle nostre faccende non s'impacciasse. Costoro sono obbligati dalle lor massime a non porger fede ai miracoli; conciossiachè o supponendo, che il fatto di Stratone, oppure il caso di Epicuro siano una cosa medesima colla Natura, ovvero riputando Dio inerte, ed ozioso, non riconoscono Agente, che sia fornito d'una virtù superiore valevole a procrearli. Il buon senso richiede, che si conchiuda tutto al rovescio, e si dica: non si può ragionevolmente dubitar dei miracoli, e questi infallibilmente non procedono nè dalla necessità, nè dalla fortuna, nè da una essenza somma bensì, ma sfaccendata. Dunque c'è Dio, e c'e Provvidenza, che veglia sulle nostre occorrenze, e che talora con modi inusitati si fa palesemente conoscere.

Parmi uno strano paradosso porre a soqquadro la fede Divina, ed umana, e sovvertire da capo a fondo le buone regole dell'Arte critica, le quali vagliono generalmente salvo che ne' casi in quistione: e così vie-

viene ad introdurſi di ſoppiatto, e contro ragione uno ſtorico Pirronismo. Acconſento, che tanto di leggieri non ſi abbia a dar fede ai ſucceſſi oltre modo maraviglioſi. Conviene ſcandagliarne il fondo, e miſurarne i gradi della probabilità, che giungono bene ſpeſſo ad una morale certezza, e poſcia decidere. Il ricevere tuttociò, che ha del mirabile, con diſprezzo, e con nauſea, quaſichè il vero carattere de' ſpiriti forti ſia un'affettata incredulità, ſecondo me è un contraſſegno d' una caparbia oſtinazione.

IV.

L' univerſale Diluvio me ne ſuggeriſce un memorabile eſemplo: Non ci ſarà, cred'io, Uomo ſaggio, e diſcreto, che ardiſca di negare un fatto, di cui le antiche, e colte Nazioni ci rendono una concorde teſtimonianza. Ce ne ha tramandata la notizia ben circonſtanziata il croniſta Mosè, e con eſſo lui gli Scrittori Egizj, Caldei, Greci, e perſino i Cineſi. Sarebbe una gran combinazione, che coſtoro con uniforme conſenſo ſenza ſapere gli uni il ſentimento degli altri ſi foſſero accordati a divolgare una favola tanto lontana dallo ſtile ordinario della Natura, e così poco veriſimile a cadere nella immaginazione degli Uomini.

Oltre che la Natura ſteſſa ce ne ha conſervate le reliquie negl' impietrimenti de' quadrupedi, de' peſci, degl' inſetti, dell' erbe, e delle piante, che tutto dì ſi ſcavano dalle viſcere delle montagne, e che alla generale innondazione ſiccome quegli, che in ogni paeſe a dovizia ſi trovano, da' migliori Fiſici vengono attribuiti. Ed in fatti non ſe ne può render ragione, ſe non ſi riconoſce nella noſtra Terra un maſſimo ſconvolgimento; e perciò ben ſi appongono que' Filoſofi, che accoppiano gli ſtrani fenomeni colla verità della vecchia tradizione.

Mi ſi rinfaccierà, che in vano io mi affatico di provar ciò, che dagli Avverſarj ſi ammette. Eglino lungi dal contraſtare, che alle volte ſianſi fatti vedere degli effetti ſtraordinarj, e ſtupendi, pretendono, che debbano aſcriverſi ad un inſolito combinamento delle naturali cagioni, e non mai a miracolo. Riſpondo, che per ora non diſputo ſu queſto punto: mi baſta, che non ſi neghino capricciosamente, come pur troppo ſi fa, moltiſſimi eventi accaduti fuor dell'ordine conſueto della Natura, e ſarà mia incombenza di dimoſtrare in progreſſo, quali fra i ben avverati ſiano realmente miracoloſi, ſiccome quelli, che la virtù delle cauſe fiſiche di gran lunga ſorpaſſano.

V.

Adunque fa d'uopo, che io mi prepari i materiali appropiati, ond'ergere una ſolida ſabbrica, la quale dee poſare ſulla baſe immobile di fatti certiſſimi. Cento Tomi in foglio non conterrebbero una diligente diſcuſſione degl' innumerabili portenti e veri, e falſi, che ne' libri ſtan regiſtrati. Metterò

rò pertanto a coperto que' soli, che si leggono nel vecchio, e nel nuovo Testamento. Coloro, che furono presenti alle opere stupende di Moisè, e di Gesù Cristo, e ne rimasero storditi, mentre non si acciecavano da se medesimi, e non si lasciavano raggirare dallo spirito di fazione, e d' invidia, aveano una prova evidentissima della divinità delle massime promulgate da'due Legislatori. Ma nel tempo, in cui viviam noi, sussistendo solamente la Tradizione, che passa per lo canale delle orecchie, e non degli occhj, non acquista, almeno presso i più contumaci, una pari indubitabil credenza. Per la qual cosa convien mutar metodo, e da parecchie particolarità convincentissime, che si ravvisano ne' Sacri Volumi, e che ne' profani indarno si cercano, arguire l' incontrastabile verità de' Miracoli.

Pongo da canto la remota antichità, la schiettezza, e sincerità de' racconti, la dottrina sublime, e consona alla retta ragione, e la purità d'una discreta morale: circostanze tutte, che negl'intelletti docili, e non prevenuti fan forza di altrettante dimostrazioni, ed a due punti di massimo momento solamente mi attengo.

VI.

Do una ripassata alla serie de' libri canonici, ed agli Autori, da cui sono stati scritti in diversi, e lontani paesi, e nel lungo corso di molti secoli. Trovo Job dettato in Arabia, il Pentateuco di Mosè nel Deserto, e nella Palestina gli altri agiografi, profetici, e storici parte di Scrittori noti, e parte di anonimi, e le profezie di Ezechiello, e di alcun altro in Babilonia, e quelle di Daniele parte in Babilonia, e parte in Persia. I volumi, che sogliono appellarsi deutero-canonici, in differenti regioni sono stati composti, ed in varj linguaggj Ebraico, Caldeo, e Greco: ed io non voglio entrare in più ricerche, siccome altresì mi dispenso di ragionare del nuovo Testamento, e delle opere in esso contenute, essendo la cosa ad ognuno palese.

Ora in tanta discrepanza di persone, di costumi, di luoghi, e di tempi, che siasi conservata indenne la stessa stessissima dottrina senza varietà, senza dispute, e senza contraddizioni, non è egli un un miracolo, che supera qualunque miracolo? Chi conosce di fondo i capriccj, ed i fini degli Uomini, e massime le cupe radici dell'amor propio, e l'innata alterigia di sovrastare altrui, ben comprende, essere onninamente impossibile tener ferma a lungo andare la menzionata uniformità, se una superiore assistenza non istà sopra le menti umane, ed ovunque vuole, soavemente non le dirigge. Ed in vero mancati appena i Profeti, la Sinagoga si divise in Sette, ed insorsero gli scismi in materia di Religione. Interpretati sinistramente i divini Oracoli, giunsero i Saducei all'eccesso di negare l'immortalità dell'anime, ed i premj, e le pene della vita futura.

Ap-

Appresso dappoichè Gesù Cristo è venuto ad illuminare le carte, quant'Eresie sono pullulate, e molte fuor d'ogni credenza stravaganti, ed assurde? Basta leggere i cataloghi, che ne sono stati tessuti. De' Filosofi antichi, e moderni io non ne parlo, perchè ci vorrebbe un lungo trattato a compilare la storia delle opinioni. Anco i Teologi Cattolici, tutto che rischiarati dal lume della Fede, non van d'accordo, e mi sia permesso il dirlo, non so dove fosse per giugnere la libertà di pensare, se di tempo in tempo non venisse tenuta in freno dall'autorità dell'Ecclesiastiche decisioni.

VII.

La seconda prova mi viene somministrata dalle Profezie puntualmente avverate. Potrei addurre quella d'Isaja, che non solo previde la futura Monarchia de' Persiani, ma segnò Ciro il suo fondatore per nome: l'altra della vocazione de' Gentili dai Profeti unanimamente inculcata. Piacemi di allegare il vaticinio di Daniele intorno la successione de' quattro sommi Imperj così chiaro, così preciso, così circonstanziato, che Porfirio nemico dichiarato de' Cristiani, non seppe trovar altro cuneo per questo indissolubile nodo, se non dicendo, che il libro di Daniele era parto di qualche impostore, che per i suoi fini lo scrisse dopo il successo.

Vorrei, che mi si rendesse conto del tempo. Non prima certamente di Esdra; mercè che non avendosi in quella età per anco sentore delle Monarchie Greca, e Romana, altro non si sarebbe, che sostituire ad un Profeta noto uno sconosciuto. Non posteriormente, imperocchè chiuso da Esdra il catalogo de' sacri volumi, e fra questi compreso Daniele, sono essi stati gelosamente dagli Ebrei custoditi fino a' giorni nostri. Facea di mestieri, che il Falsario fiorisse nell'auge del dominio Romano nell'età di Giulio Cesare, o in quel torno. Era facile il profetizzar l'avvenuto, ma era altrettanto difficile intrudere il parto supposto in tutti gli archivj delle Sinagoghe sparse pel Mondo allor conosciuto. Di più le predizioni di Daniele siccome antiche, e da' Giudei comunemente ricevute sono citate da Cristo, il quale le conferma in ciò, che concerne la ruina di Gerusalemme, e l'abolizione del Sacerdozio, e de' Sagrifizj, in tempo, che soggettata la Palestina all' Imperio Romano, la gran catastrofe non si doveva probabilmente aspettare.

Dappoichè io mi sono assicurato con argomenti superiori ad ogni eccezione, che la Bibbia è stata divinamente ispirata, ne nasce di legittima conseguenza, che non può revocarsi in dubbio la sincerità de' prodigj in essa narrati. Oltre che le occasioni di farli, e le circostanze, che gli accompagnano, servono a noi di altrettanti criterj per separarli nelle sue classi, e per distinguere i veraci dai bugiardi: ed ognuno sa, quanto il confronto de' certi giovi a recare un discreto giudizio intorno i dubbiosi.

I due Santi Legislatori Mosè, e Cristo furono feracissimi di portenti, e la copia stessa fa prova, quanto eglino fossero lontani dalle imposture, mentre col moltiplicarli a dovizia non temevano, che le fraudi venissero una volta, o l'altra svelate. Appresso non usarono l'artifizio di operar cose maravigliose in segreto, alla presenza di pochi fautori, coi quali fossero legati d'amicizia, e d'interesse, ma in pubblico, in faccia di tutto il popolo, e di persone assensate, ed anco al cospetto de'lor malevoli: anzi non si astennero con iterati rimbrotti di rinfacciare alla plebe dura di cervice la stolida pervicacia, ed a'suoi nimici la radicata malignità. Poteano forse promettersi, che gli spettatori fossero sempre stupidi, e ciechi, onde avessero in qualunque caso a starsene occulti i prestigi? Le regole della prudenza, e della cautela richiedevano, che non se ne facesse tanta pompa per non perdere il credito, e per non esporsi ai ludibrj del volgo disingannato, ed ai pericoli inevitabili dei Falsarj. I miracoli dunque scambievolmente si sostentano, ed acquistano fede dalla moltitudine. E' convincente la riflessione di S. Giovanni Crisostomo: Cristo a'suoi giorni faceva miracoli, e profetava. Allora i miracoli conciliavano piena credenza alle profezie: adesso le profezie dagli eventi verificate confermano ad evidenza i miracoli.

VIII.

Ristrignendomi al nuovo Testamento con un altro giro di cose si dimostra ad evidenza la sincerità de'Miracoli. La Divina Provvidenza ha corredata la Storia Evangelica di tante, e di tali circostanze, che bisogna spegnere in noi ogni scintilla di ragione per crederla parto o d'una sciocca persuasione, o d'una dolosa impostura; e sfiderei qualunque finissimo intelletto ad architettare un Sistema di avvenimenti così ben legato, ed in tutte le sue parti a maraviglia coerente. Basterà confrontarlo colle inezie di Filostrato nella vita di Apollonio Tianeo, e colle visioni di Maometto esposte nel suo Alcorano. La missione di Gesù Cristo è stata preceduta dalle profezie avverate, accompagnata da una serie non interrotta di portenti, e seguita da fatti d'una sfera oltre modo sublime, e di gran lunga superiore agli umani concepimenti.

Sin a tanto che Cristo visse, e promulgò la sua legge, il comune de'Giudei, ed in ispezie gli Apostoli sopraffatti dai miracoli, che alla giornata si moltiplicavano, e su cui non potea cader dubbio, perchè li vedeano cogli occhj, e li toccavano colle mani, erano convinti, ch'egli fosse il Messia ai loro Padri promesso, e da tanto tempo aspettato. Ma l'idea, che in testa se ne formavano a norma delle loro radicate prevenzioni, era tutta di carne, e di mondo. Si lusingavano, che sotto la scorta di un gran Monarca, e di un bravo Conquistatore l'Ebraismo diventasse la Nazione dominante, e vittoriosa de' suoi nemici, e poggiasse al colmo della gloria. Si fingevano i Romani sconfitti, le Provincie ligie, ed il circuito della Terra al lor imperio soggetta. In fatti il popolo tumul-

multuante gli offerse il Regno, e fu tal vista la Madre de' Figliuoli di Zebedeo implorava, che uno sedesse alla sua destra, e l'altro alla sinistra, quando fosse salito sul Trono.

Ma così belle speranze appena spuntate inaridirono, mentre videro il lor Maestro imprigionato, deriso, tormentato, e condotto a morte, e e ad una morte obbrobriosa di Croce. Oltre Giuda, da cui fu tradito, Pietro il negò, e gli altri colla fuga l'abbandonarono. Ne giovò punto a tenerli in viva fede la crisi della Natura, che da capo a fondo nella morte del suo Creatore si scosse; imperocchè si ostinò nella sua miscredenza Tommaso, ed i due Discepoli, che andavano in Emaus con tutto che confessassero, che Gesù *erat potens opere, & sermone*, pure deposta ogni fiducia, diceano: *sperabamus, quia ipse esset redempturus Israel*.

IX.

Cosa dunque ci volle per dileguare la densa nebbia, per rischiarare i loro intelletti adombrati, e per infondere ne' loro cuori un' eroica fermezza? Nulla meno che tre non più non intesi succeffi, e tre profondi misterj. Restano assicurati, che Gesù è risorto, il veggono vivo, e palpabile, contemplano le piaghe, e taluno ci mette il dito, mescono seco lui i colloquj, della sua dottrina si pascono, ne mancano per vieppiù confermarli i miracoli: anzi perchè non sospettassero d'essere delusi da uno spettro, prescrive loro di guardarlo, e di toccarlo, *quia spiritus carnem, & ossa non habet*, e poi mangia alla loro presenza un favo di mele, ed un pesce arrostito. Sono queste prove di senso non soggette ad ambiguità, ma molto più efficaci furono le illustrazioni delle menti, per cui compresero la Divinità del Salvatore nascosta sotto il velo corporeo giusto il celebre detto di Tertulliano *aliud viderunt, aliud crediderunt*.

Ne' pochi giorni, in cui il Redentore ritornato da morte a vita si trattenne in Terra, si piantarono le fondamenta della Chiesa nascente, ed il quarantesimo dì ascese al Cielo, e volle molti de' suoi Discepoli per oculati testimonj della sua compiuta glorificazione. Ci tennero eglino dietro gli occhj fino a perderlo di vista. Quinci lasciate per la seconda volta le reti, ubbidendo alle prescrizioni del Divino Maestro, uniti si ricettarono in Gerusalemme, dove assiduamente orando, attesero la venuta dello Spirito Santo. Comparve Egli sotto i simboli di vento veemente; e di lingue di foco, e portati seco a dovizia i suoi doni, se gloriosa mostra della sua presenza con quegli ammirandi miracoli, che si narrano negli Atti Appostolici. E se mal non mi appongo, parmi, che fra i più segnalati abbia ad annoverarsi il soprannaturale coraggio infuso dall'alto ne' Seguaci di Cristo, per cui il terrore si cangia in ardire, ed in una piena confidenza la passata costernazione. Spirati appena cinquanta giorni dalla morte, e dalla sepoltura del Salvatore, escono in pubblico in faccia del Presidente Romano, del Sinedrio, e della Città tutta non credente, e contraddicente, parlano varj linguaggj, diffondono le virtù del

Paracli-

Paraclito in esso loro innestate, ed animati di un santo zelo predicano Gesù, e Gesù crocefisso, scandalo a' Giudei, e stoltezza ai Gentili. Alla prima concione di Pietro si convertono ben tre mille persone, ed all'improvviso si fonda in Gerosolima una florida Chiesa, che a gran passi si stende nella Samaria, in Antiochia, in Damasco, ed in brevissimo tempo occupa l'Asia minore, e l'Egitto, e penetra in Roma, e nelle regioni più rimote dell'Occidente, e verso le parti Orientali si dilata fra Parti, e fra gl'Indiani. Gli scherni de' Farisei, e degl' Idolatri servono a vieppiù stabilirla, e le persecuzioni, ed il sangue sparso ad innaffiarla, onde cresca più rigogliosa. In somma si verifica la massima di Gamaliele, che se fosse stata un' umana invenzione, sarebbe presto da sestessa svanita, ma che se fosse Opera divina, non si dà forza possente a contrastarle il progresso.

X.

Ora se la gran macchina è fabbricata in aria, e posa sul falso, convien dire, che i primi Cristiani fossero o farnetici, o delusi, o impostori. Egli è vero, che nel dì della Pentecoste furono da alcuni, e S. Luca nol dissimula, spacciati per ubbriachi, ma l'impressione del vino dovea degenerare in una stranissima pazzia, di cui non si ha esempio in Natura. Possibil mai, che all' improvvista, e nel tempo stesso in migliaja d'Uomini si prevertisse talmente la fantasia, che ad ognuno d' essi in particolare, ed a tutti in generale si affacciassero le medesime vane immaginazioni, e che ciascuno in una sola maniera pensasse, e parlasse? L' ipotesi è così ripugnante al senso comune, che non può entrare in testa nè meno agli increduli.

Se questa eccezione è ridicola, fa d'uopo volgersi da un altro lato, e sostenere a tutto costo, che quella vil gentaglia zotica, e soverchio amante del mirabile, e della novità siasi lasciata bruttamente sedurre. Ma da chi? Si risponderà, dalla malizia di Pietro, e de' suoi Compagni accompagnata dal fanatismo. Qui ripiglio: possibil mai, che le parole pronunciate in quella memorabil mattina dal Capo degli Appostoli fossero dotate di tanta energia, che facessero traudire una moltitudine di varie, e rimote Nazioni composta, nominate partitamente negli Atti, per guisa che ciascheduno ascoltandolo a favellare nel propio nativo idioma, fosse istrutto ne' misterj della novella Religione? Oltre che coll' imposizione delle mani si facea visibilmente discendere lo Spirito Santo, e coloro, che de' suoi doni erano fatti partecipi, repente mutati da capo a fondo, evangelizzavano in differenti linguaggj, ed operavan miracoli. Ci vuol altro per isnervar questi fatti, e la serie delle cose posteriormente, e di conseguenza accadute, che metter a campo le sognate delusioni. Quinci si cavi l'ultima illazione, che assolve dalla maligna taccia d' impostura i primi Autori del Cristianesimo. Gli avvenimenti stupendi, che stordiscono un intiero popolo, anzi un' unione di diverse Nazioni, le quali non ponno negar fede ai suoi occhj, ed alle sue orecchie, non sono in-

dubi-

dubitatamente ne fole inventate, ne concerti premeditati a difegno d'introdurre una nuova Setta lavorata in parte dall'odio, ed in parte dall'ambizione.

Orsù egli è più chiaro della luce del Sole, che gli Appoftoli, e i Difcepoli di Crifto con ingenuità infegnavano ciò, che fermamente credevano, e che non poteano effer ingannati, ne voleano ingannare. Il divino Agricoltore a bello ftudio ha confegnata la fua vigna da coltivarfi ad un buon numero d'Operaj, perchè a quanti più fi addoffa il gelofo minifterio, tanto minor fofpetto ci fia di fraude. In fatti non è nè punto, nè poco verifimile, che taluno o adefcato dalle promeffe, o atterrito dalle minaccie, o vinto dagl'interni rimorfi non abbia o prefto, o tardi fvelata la mal ordita infame impoftura. Le fette falfe da un fol ciurmatore riconofcono la lor origine, ed il loro progreffo, cui per fini umani fi fono aggiunti alquanti Seguaci. Così Simon Mago dementava i Samaritani, e Maometto gli Arabi, raccozzando infieme nel fuo Alcorano molti dogmi prefi ad impreftito quà, e là, onde ognuno ci trovaffe il fuo conto.

Appreffo fi noti, che ful bel principio i Propagatori di noftra Santa Fede l'anno appoggiata ai miracoli, i quali nel fortemente colpire i fenfi aprono le porte alla verità; laddove la nuda dottrina per feftesfa auftera, e mifteriofa, ficcome contraria alle inclinazioni della volontà, e fuperiore ai concepimenti dell'intelletto, e comunemente abborrita, non fi farebbe così di leggieri abbracciata. Ne defumo gl'indizj dagli Erefiarchi de'primi tempi, i quali perfuafi per altro de'prodigj oppugnarono chi un principio di purgata morale, dicendo, che *oportet uti carne*, come i Nicolaiti, e chi un articolo capitale della credenza, com' Ebione, e Cerinto, fpogliando Crifto del pregio della Divinità.

I Seguaci del Redentore erano tanto convinti della fincerità de' miracoli, quanto di fentire, e di vivere. Come potevano non effere confapevoli de' portenti, che alla giornata per loro mezzo fi replicavano fino a chiamare da morte a vita i defonti? Come dubitare dei fegni fatti alla lor prefenza da Crifto, mentre fapeano, che da tal forgente fcaturiva la virtù in effi trasfufa di operar maraviglie? Se coftoro dall' interna confcienza erano ammoniti, e rimproverati, che la gran mole non avea per bafe fe non fe un apparato di sfacciatiffime menzogne, con qual fronte afferiva S. Paolo: pofto che Crifto non fia riforto, è vana la noftra fperanza, è vana la noftra fede; ed altrove in prova del fatto cita una buona copia di teftimonj in tempo, ch'egli fcriveva, ancora viventi? Con qual coraggio, o piuttofto temerità gli Evangelifti, e gli Appoftoli pubblicavano per iftruzione delle Chiefe fparfe pel Mondo allor conofciuto, e ne' lor libri, e nelle lor epiftole tramandavano a' pofteri la ferie degli ammirandi fucceffi in una ftagione, nella quale Gerufalemme per anco era in piedi, dove la memoria era frefca, dove non mancavan coloro, che aveano converfato con Crifto, e ciò con una piena confidenza, e lungi da ogni timore, che foffero lor rinfacciate l'eforbitanti bugie, e veniffe lor data una folenne mentita?

XI.

XI.

A questo passo resto con mio sommo stupore soprassatto, sin a qual segno sia giunta la moderna miscredenza. Contro le addotte prove, che poggiano ad una morale certezza, se ha luogo, non dico già la fede Divina, ma semplicemente l'umana, non si sa cosa obbiettare. Che si fa dunque? Si mette la scure alla radice, ed impudentemente si quistiona, se mai ci sia stato al Mondo uno nomato Gesù Galileo Autore di una nuova Setta, e di conseguenza si cancellano dal ruolo degli Uomini gli Appostoli, ed i Discepoli suoi coadiutori. Il paradosso è così strabocchevole, che ci mostra ad evidenza, quanto la causa di costoro sia disperata, ed il riferirlo con una risata in bocca è lo stesso, che il confutarlo. Si pretende, che il Cristianesimo sia surto a guisa d'un fungo ai tempi del gran Costantino, il quale per fini politici s'era proposto di dar mano ad una novella Religione, e di abolire la superstizione antica. In quell'epoca si sono maliziosamente supposti i volumi del nuovo Testamento, e gli autori della frode avranno avuto un bel che fare; mercè che facea d'uopo, che creassero di pianta tutti i libri de' Padri fioriti ne'tre primi secoli parte Greci, e parte Latini, che furono moltissimi, e parecchj di vasta mole, come l'opere di Tertulliano, e di Clemente Alessandrino, e taluno di profonda indagine, come l'Esaple di Origene. Conveniva, che non si scordassero le memorie Ecclesiastiche, le lettere de'Papi, e de'Vescovi, gli Atti de'Concilj, e de'Martiri, ed anche gli scritti de' vecchj Eretici. Quindi per dar maggior corpo all'inganno bisognava interpollare i codici, per esempio di Tacito, di Plinio il giovine, di Galeno, e d'altri Scrittori profani; e per non lasciare da canto i Giudei, quegli de'più vecchj Rabbini, e dello Storico Giuseppe, onde in essi di Cristo, e de'Cristiani, che non erano mai stati, si trovasse fatta menzione, ed appresso intagliare in marmo la famosa iscrizione di Diocleziano, in cui si legge *Christianorum superstitione ubique deleta*. Ma perchè ciò era assolutamente impossibile ad effettuarsi in tutti gli esemplari delle comuni, e private Biblioteche, e molto meno infantare un pubblico monumento, abbiamo, malgrado degli Avversarj, molte autentiche, irrefragabili testimonianze, che ci convincono, esserci stati de' Cristiani avanti l'età dell'Imperator Costantino. Inoltre chi mi rende conto del come all'improvvista, ed in pochi giorni sia scoppiata la gran mina. Certamente non ce ne ha sentore ne in Zosimo, nè in Ammian Marcellino amendue Storici Pagani, e Giuliano l'Apostata, cui non poteva essere ignoto l'arcano, non si sarebbe astenuto di rinfacciare a' Cristiani la lor clandestina, e recente origine.

XII.

XII.

Arroge, che fa di mestieri ammettere ne' primitivi Fedeli un ostento di pazzia, e di ostinazione, oppure un miracolo di più che umana fortezza. Egli è onninamente inverisimile, che tutti concordi a piena bocca spacciassero fole sfrontate per tirarsi addosso un nembo di strapazzi, e di tormenti senza restar punto spaventati dalla morte infame del lor Maestro, dalla lapidazione di Stefano, dalla prigionia di Pietro, e dal martirio di Jacopo. A che pro sacrificare la propia vita, come ad ognun di loro in progresso è accaduto, per dar peso ad una sfacciata impostura? Io mi stupisco, che costoro consapevoli dell'ordita trama in tempo, che seriamente discorrevano insieme degli affari della surgente Religione, stabilivano articoli, e convocavano Sinodi, guardandosi in viso l'uno coll'altro non si mettessero a ridere. Era forse quella la stagione di scherzare con a fronte la morte? Ma ciò, che supera la maraviglia, si è, con quali artifizj seducessero un sì gran numero di persone varie di costumi, d'interessi, di speranze, di credenza, Giudei, e Greci, Romani, e barbari per farle consorti soltanto delle loro estreme miserie. Ci vogliono delle gran molle per far giucar questa macchina.

Mi si dirà, che delle belle cose si promettevano, quando accresciuto il nerbo della nascente fazione, si lusingavano di signoreggiare, e di vendicarsi de' suoi nemici. Tutto bene; ma intanto lottavano colla povertà, e cogli stenti, ed intanto infelicemente morivano. Dicea Tertulliano, che avrebbono potuto resistere, e se non altro perire da risoluti colle arme alla mano, *nisi apud nos disciplina esset, occidi potius quam occidere*. Ed in fatti dove mai si legge, che in tre secoli di rabbiose persecuzioni i Cristiani abbiano tentato di scuotere l'ingiusto giogo? Conto i Martiri a millioni, e non conto un solo ribelle. Si ripiglierà, che costoro erano invasati dall' amor proprio, e che adulando sestessi, speravano di mercarsi un'eterna fama, e che su tal fiducia era fondato il lor apparente eroismo. Gli esempj, che sogliono arrecarsi, non vanno a sesti. Finalmente e Codro, e Curzio, ed Ottone nello spender la vita per la salvezza della Patria, o per sopire le guerre civili, si proponevano un fine onesto, e glorioso; laddove i nostri, che giusto il supposto covavano nel profondo del cuore la mala fede, sapendo quanto le bugie siano zoppe, e che coll'andar del tempo si scoprono, altro non potevano aspettare se non se infamia, ed esecrazione. Che importa ciò, mi verrà replicato. Questo è il carattere di qualsivoglia Impostore, che inteso ad immortalare il suo nome a qualunque costo guari non si piglia cura, se la sua memoria o buona, o rea sia per trasmettersi alla rimota posterità. Io non nego, che si leggano nelle Storie degli esempj d'una straordinaria, ed appena credibile empietà. In ogni tempo ci sono stati de' pazzi, ma così pochi, che per trovarne una coppia conviene volgere parecchj libri, e riandare le memorie di molti secoli. Ma che nel primo spuntar della Chiesa corrano i Cristiani a schiere al marti-

rio col riso in bocca e giovani, e vecchj, e nobili, e plebei, e dotti, e ignoranti, e persino le femmine imbelli, ed i fanciulli innocenti, e soffrano asprissimi tormenti, e provochino i Tiranni ad inventar nuove fogge di pene inaudite per far prova della lor costanza; egli è un avvenimento oltre ogni credere stupendo, e che supera di lunga mano la comune fiacchezza degli Uomini. Convien dunque confessare, che fossero animati da una forza superiore, che venendo dall'alto, gl'innalzava sopra la lor mortal condizione. Nutrivano in festessi altra certezza, ed altra speranza, che quella d'una fama vana, e dubbiosa, che ne meno in tanto numero poteano promettersi se non se passeggiera, e di pochi giorni, e soltanto appresso coloro, che dell'impostura erano partecipi. Aveano i Fedeli cattivato l'intelletto in ossequio d'una credenza evidentemente vera, e santa, e comprovata per Divina dai frequenti prodigj. Aspettavano con una pienissima fiducia un premio eterno, ed immancabile, a confronto di cui erano un mero niente le passioni di questo Mondo, ed eziandio il sagrifizio d'una vita caduca. Questi, e non gli addotti capricciosamente da'Miscredenti, sono gli urgentissimi incentivi, ch'anno popolato di Martiri il Cristianesimo, ed an confermata coll'effusione del sangue a torrenti, e tuttavia confermano la verità della Cattolica Religione.

CAPITOLO QUARTO

Con quali gavillazioni siasi tentato di screditare i Miracoli.

I.

MI rivolgo a coloro, che non ann'avuto coraggio di contrastare la verità de'Miracoli, ma si sono ingegnati a tutto potere d'inorpellarli. I Talmudisti, che non sanno che opporre agli operati da Cristo, si son immaginati, aver lui col furtivo ingresso nel Santuario apparato a proferire l'ineffabile nome di Dio tetragramato, di cui faceva uso, qualora per sollevarsi al posto di Messia stimava opportuno di mandar fuori un portento. Questa è una visione dedotta dagl'inetti misterj della cabala de'Rabbini, che da sestessa svanisce, e non merita d'essere seriamente impugnata.

Giuliano l'Apostata, ed il Filosofo Celso sono ricorsi ai prestigj dell'Arte magica, di cui secondo loro Gesù era un valente Maestro. Il bello si è, che Celso era alienissimo dall'ammettere i sortilegj, prima che venisse costretto ad adottarli in grazia di screditare i prodigj di Cristo, come gli fu rimproverato da Origene. Ma chi non vede, che senza profitto si passa da principio a principio, cioè dal buono al reo, e che si de-

defrauda Dio della gloria, che a lui si debbe, come vedremo in appresso, per adornarne il Demonio. La maligna imputazione vien da'Giudei, i quali mormoravano. *In Beelzebub principe Dæmoniorum ejicit Dæmonia*; ma Cristo ributtò la calunnia colla celebre sentenza: *Omne regnum in se ipsum divisum desolabitur*, e volle dire, che se col favore di un Diavolo avesse cacciati gli altri dai corpi degli Energumeni, si sarebbe suscitata nell'Inferno una guerra più che civile con desolazione totale dell'imperio delle tenebre.

Quinc'io mi maraviglio, che alcuni Teologi assennati, posta in non calere la massima inculcata dal Salvatore, con cui egli ha ripulsata ad evidenza la perfidia Ebraica, ciò non ostante, si siano dati a credere, che le streghèrie di un Mago disciolgano quelle dell'altro collega, e restituiscano ai fatturati la sanità. A sì fatte storie siccome apertamente false non si presti fede. Almanco i Gentili aveano la buona creanza di opinare, che ciò, che si faceva da una Deità, dall'altra non potesse disfarsi. Giunone, perduta la lite al tribunale di Tiresia, mossa da sdegno accieca il mal accorto giudice. Giove, á cui favore era nata la sentenza, quantunque fosse il Padre de'Numi, non ci può porre compenso, e piglia il partito di aprire all'orbo vecchio gli occhj della mente, e concedergli 'l privilegio d'indovinare.

II.

Non voglio dissimulare una lepidissima fantasia dello Spinosa famoso Dottore dell' Ateismo, sebbene il riferirla è lo stesso che confutarla. Costui per tirarsi d'impaccio si è sognato, che di quando in quando vengano al Mondo personaggj singolarmente privilegiati, ai quali son cógniti gl'insueti portenti della Natura, ed i precisi momenti, in cui ann'a farsi vedere. Di tal prescienza si fanno belli, e ci metton del suo comandando, che succeda all'improvvista ciò, che altronde sanno, dover necessariamente succedere, e così aggirano a lor talento la gente credula non consapevole del grande arcano. L'Autore non ha avuto l'ardire di negare i fatti, e totalmente abolire la fede umana, ma se non ci avesse resi accorti dell'impensata origine de'prodigj, dopo tanti secoli ne saressimo ancora all'oscuro.

Poco ci vuole a capire, che mentre si tenta di screditare i miracoli, se ne introducono d'un'altra stampa, ed ugualmente stupenda. Si conceda per poco, non darsi eventi, che superino le forze delle cagioni seconde; convien ammettere, che l'anima umana possa poggiar tant'altò sino a prevedere tutto ciò, che sa far la Natura: e questo non è il miracolo dei miracoli? La scienza acquistata per via di studio senza fallo non ci arriva, e parlandosi spezialmente di Cristo, la cosa non può cadere in quistione, essendo egli riputato figliuolo di un fabbro, ed allevato in una bottega, di cui fu detto *quomodo hic litteras scit, cum non didicerit*. Per supplire all'ignoranza degli Uomini in tal'incontri non ci vorrebbe meno d'una chiarissima rivelazione di colui, che tutto sa, ond'

 egli-

eglino conoscessero distintamente i suddetti maravigliosi successi insieme col tempo, col loco, e con altri aggiunti, che gli accompagnano. Finalmente rinviene allo stesso, o che l'Agente soprannaturale eserciti il suo potere sulla materia, ovvero l'impieghi a rischiarar l'intelletto con notizie di gran lunga superiori alla sua capacità; conciossiachè altro non si fa, che sostituire ad un corporeo un miracolo spirituale.

III.

Potrebb'essere, che si ricorresse a certi naturali, e reconditi presentimenti, che tal fiata si esperimentano, e ne abbiam gli esempj ne'bruti, e negli Uomini stessi, i quali a guisa di tanti termometri, baroscopj, ed igrometri si risentono al variarsi della costituzione dell'aere, e ne predicono i cangiamenti, e la temperie delle stagioni. Oltre che ci sono degli abborrimenti vani, de'quali sebbene gli uomini assennati fanno, che non se ne dee far caso, non pertanto alle occasioni, per quanti sforzi ci mettano, danno segni della lor debolezza. Un mio consanguineo vivente sano, e robusto alla comparsa d'un piatto di pomi in tavola se ne va in deliquio, ed io conosco un Cavaliere, che all'ingresso furtivo d'un gatto nella stanza, in cui per sorta soggiorna, quantunque nol vegga, e altronde nol sappia, tutto si raccapriccia, e prova in se stesso degl'insoffribili sentimenti.

Per esplicare tal sorta di fenomeni, ripudiate le qualità occulte, un buon Fisico ragionevolmente dirà, che gl'insensibili effluvj, che da misti incessantemente svaporano, quà, e là trasferiti dalla perenne agitazione del fluido aereo vanno a ferire le dilicate fibrille de'sensorj, e della fantasia, le quali essendo d'una particolar tessitura oscillano con tremiti irregolari, ed allo stato, in cui si trovano, mal confacenti; e perciò svegliano nell'anima attenta alla conservazione del suo corpo delle molestissime affezioni. Appresso soggiugnerà, che l'aria dai venti, che soffiano, si dispone a mutarsi di serena in piovosa, e ch'ora si condensa, ed or si dirada. Per la qual cosa dal dolore, che alcuni sentono in un membro per avanti offeso, se ne accorgono, e ne annunciano il cangiamento.

E se così è, ripiglieranno gli Avversarj, non ripugna, che si poggj di grado in grado per la scala degl'interni accorgimenti, e si passi dai comunali ai più rari, indi ai rarissimi d'un ordine superiore. Ed appunto da questi coloro, i quali fuor dell'ordinario costume an sortito squisitissimi sensi, con segrete impressioni sono ammoniti, che la Natura affaccendata sta lavorando una grand'opera, che ad esso loro non si nasconde. Quinci facendo valere a lor profitto il presentimento, e corrispondendo puntualmente al precetto l'esecuzione, avviene, che gli Uomini dozzinali alzino alla dignità di miracoli gli effetti straordinarj dalle cause naturali prodotti.

IV.

IV.

Avrà troppo che fare la cieca, e sorda necessità a pareggiar le partite. Bisogna essere affatto ospiti nella scienza fisica per non sapere, che l'esalazioni, le quali da' misti svaporano, e per l'aria si diffondono in giro, a poca lontananza talmente si estenuano, e con effluvj di genere diverso si mescono, e si confondono, che le loro azioni ai nostri organi diventano onninamente impercettibili. Qual indizio dunque poteva aver Gesù Cristo in notabil distanza, che nell'ora da lui segnata la Natura si adoperasse con modo insolito a risanar dalla febbre il servo del Centurione? Da qual sentore era ammonito, mentre da lungi s' incamminava verso Betania, che il fetente cadavero di Lazzaro per industria delle cause fisiche straordinariamente combinate si disponesse a risuscitare?

Ma c'è ancora di più. Quante intime, e sto per dire profetiche impressioni, e di quante spezie conviene ammettere. Debbono accordarsi a Cristo presentimenti di ciechi, di sordi, di muti, di storpj, a cui si restituisce la vista, l'udito, la loquela, il moto, ed inoltre di leprosi mondati, di paralitici resi robusti, di energumeni liberati, e di defonti risorti. Facea di mestieri, ch'egli antivedesse, che l'acqua naturalmente aveva a convertirsi in vino, ed il pane, ed il pesce a moltiplicarsi. In Mosè poscia d' un' altra fatta dovettero essere i reconditi argomenti, viene a dire prendevan di mira le piaghe d'Egitto, la strada asciutta aperta a traverso del Mar rosso, le selci trasformate in fontane, e la manna caduta dal Cielo. In Giosuè le acque del Giordano ringorgate per dar passaggio all' Arca, le mura di Jerico sfasciate al suono delle sacre trombe, il giorno prolungato per compiere la segnalata vittoria, e così vadasi discorrendo.

Ora stante l'unione, ed il mutuo commercio fra l'anima, ed il corpo, le azioni fisiche degli obbietti esterni mutan indole, e si convertono in affezioni interne, le quali alle volte ci danno di ciò, che fassi fuori di noi, un qualche contrassegno. Ma per averne contezza, e per conoscerne la connessione ci si richiedono replicate sperienze, altrimenti come si verrebbe in cognizione, che il dolore d'un braccio per l'addietro slogato indica cangiamento di tempo, se dalle frequenti osservazioni non ne fossimo accertati? Quando all'imperio di Cristo usciva in campo un memorabil successo, dato, e non conceduto, che mentre la Natura stava preparando l'insolita operazione, egli ne sentisse un intimo commovimento di quel genere, che all'anima immediatamente appartengono, e modificano la conscienza, è cosa manifesta, ch'essendoci una lontana analogia fra la sensazione interna, e l'esterno meccanismo, il criterio gratuitamente supposto sarebbe oltre modo equivoco, ed al segno ambiguo non risponderebbe l'individuante notizia dell'effetto significato.

V.

V.

Ne' portenti d'una spezie particolare ci sarà senza dubbio stato il primo a farsi vedere. In ordine all'ipotesi, su cui ragiono, siasi accorto Cristo per virtù d'un antecipato presentimento, che la Natura lavorava qualche cosa d'insuitato; dimando, donde potesse trarre egli l' accertato indizio, quale precisamente fosse per nascere tra li moltissimi eventi, che dalle strane, ed inescogitabili combinazioni delle cause naturali potean prodursi: in tempo massime, che mancavano gli anteriori esperimenti, onde desumere i sicuri criterj.

Certe circostanze concomitanti le prodigiose azioni di Cristo dal citato Autore non messe in forse, mentr' egli dalla purità della Storia non si diparte, danno una mentita alle sue immaginazioni. Ed io troppo mi dilungherei rivedendo partitamente i miracoli registrati negli Evangelj. Uno basti per tutti. Nelle nozze di Cana manca il vino, e Maria Vergine si volge al Figliuolo, acciocchè ne vengano provveduti i convitati. Egli se ne scusa con quel celebre detto *nondum venit hora mea*. Non pertanto la Madre piena di fiducia ordina ai ministri, ch' eseguiscano ciò, che dal Figlio verrà prescritto. Comanda Egli, che s' empiano d'acqua i vasi vuoti, e segue la mirabile trasformazione. S. Giovanni attesta, che questo fu il primo segno, per cui Gesù cominciò a farsi conoscere. Per la qual cosa in tutto il corso della sua vita passata non avea avuto sentore de stupendi presentimenti. Con qual anticipazione dunque dic' egli, che la sua ora non era per anco venuta? Quasichè potesse prevedere, non si sa come, che la Natura a suo favore dovea mutare stile, e col ripetere di tempo in tempo le straordinarie impressioni farlo comparire in figura d' un Uomo operator di portenti. Aggiungasi, che quando si lasciò uscir di bocca le parole *nondum venit hora mea*, faceva di mestieri, ch' egli sapesse cosa in progresso avea a succedere; e perciò ci voleva un presentimento generale, ch' epilogasse i particolari, e congiugnesse il presente coll' avvenire. Molto prima, che la necessità in virtù di qualche strano combinamento si disponga ad operar una maraviglia, come ne poteva Cristo essere precedentemente avvertito? E se non c'era per anco la causa, onde nasceva l'effetto?

Ma dove lascio un argomento invincibile, che gitta irreparabilmente a terra la macchina dello Spinosa? Cristo non era solamente operator di miracoli, ma è giunto persino a comunicarne la potestà a' suoi Discepoli. Alle sue promesse anno corrisposto gli effetti, e dal suo fondo sono scaturiti tutt'i portenti registrati negli Atti Appostolici. Fa d' uopo dunque, che i suoi segreti accorgimenti rispetto ai luoghi, ed ai tempi si stendessero molto da lungi per anni, ed anni, e da un capo all'altro della Terra conosciuta. Di più: o bisognava scerre per i suoi Settarj que' soli, che de' presentimenti doveano una volta, o l'altra essere forniti, ovvero innestare nelle lor menti questo segnalato privilegio, ed a tal fine

prov-

provvederli degli appropiati fenforj, onde veniffero ammoniti, in quali circoftanze la Natura fi difponeffe ad operar maraviglie. Chi può mai adottare sì fatte eforbitanze? Orsù per me fono pienamente convinto, che ogni Uomo affennato prefterà fede ai miracoli, che vengon da Dio, e della fua efiftenza ci fanno prova, e che rigetterà con difprezzo le visioni dello Spinofa.

VI.

Mi è fempre paruta una ftrana immaginazione la fentenza foftenuta da' moderni Eterodoffi, i quali ricevendo con fommiffione i fegni, di cui le facre carte ci rendonn teftimonianza, afferifcono, che ceffato il bifogno di propagare il Criftianefimo, fiafi feccata la vena delle divine, ftraordinarie beneficenze: quafichè ai dì noftri la Chiefa Romana non fi pigli il gran penfiero di ftendere la Santa Fede da un capo all' altro del Mondo, e quafichè non abbia i fuoi Campioni, i quali bene fpeffo ci lafcian la vita nel promulgarla. La vera Religione non fe ne fta riftretta nel centro dalla fua unità afpettandn, come praticava la Sinagoga co' fuoi Profeliti della porta, e di giuftizia, che gli Uomini vengano a lei da longinque regioni per accoglierli nel fuo grembo, e per iftruirli. Ella coftituita in un perpetuo movimento gli va cercando in ogni angolo della Terra, ed a mifura, che fi fcoprono nuovi popoli, fi moltiplicano le miffioni. Non fi rifparmiano difaftrofi viaggj, ne pericolofe navigazioni. Si tollerano con criftiana fermezza e fatiche, e difagj, e tormenti, e perfecuzioni, e perfino la morte: e tutto ciò a folo oggetto di ridurre all' ovile di Crifto Nazioni da noi remotiffime, ricche, e povere, colte, e barbare, e fovente tali, che di ragionevole altro non anno, che la fembianza. Quefto è il capitale carattere d'una Fede viva, e fanta, di cui non fo, quanto i noftri Avverfarj poffan gloriarfi. Ora dico io, gli Appoftoli, ed i Difcepoli del Redentore nel piantare da prima la vera credenza, erano in circoftanze pari a quelle, in cui fi trovano al giorno d' oggi, ed in qualunque ftagion fi fon trovati i Miniftri della Chiefa Romana nel propagarla. Per qual motivo dunque debbe Dio a fine di agevolar la grand' opera aftenerfi dal confermarla con i miracoli. Era forfe di maggior importanza la converfione de' Gentili antichi meffa a confronto con quella de' più moderni, che occupano vafti tratti nell' Africa, ed in buona parte l' America, e regioni immenfe nell' Afia, e fpezialmente i due grand' Imperj della Cina, e del Giappone? A tanto non giunfero gli antichi Eretici, che fapendo di quanto pefo fiano i miracoli, ed avendone anzi gli occhj gli efempj da loro non contraftati, ai veri de' Cattolici oppofero i finti, ficcome maliziofamente fecero gli Ariani.

Ma per penetrare il fondo dell' oftinazione abbiafi, che le recenti comunioni de' Settarj fparfe per l' Europa fra loro diverfe, anzi contrarie fi fono bensì gloriate de' fuoi Martiri, ma non ann' avuto coraggio di vantar prodigj in confermazione delle novità introdotte. Per la qual cofa

il Mondo è sempre lo stesso, e continuano le nostre indigenze, Egli duro, ed inesorabile, non si sa, se per difetto di forza, o di volontà, non si dispone a soccorrerci? E poi chi ha rivelato a' miei Corrispondenti in quai tempi si aprano, e si chiudano le porte dell'Onnipotenza, e quando siano per differrarsi? Eh! che i miracoli vantati per collocar in trono un fantasma di Divinità non sono stati in qualunque stagione fuorchè vanissimi prestigj; ed intanto presentemente non anno spaccio, in quanto gli Uomini più svegliati non si lasciano raggirare a guisa di coloro, che nell'età rimote aveano in retaggio l'ignoranza, e la superstizione. Ed ecco a qual estremità conduce l'eretica stravaganza.

VIII.

Ogni qual volta viene in quistione un evento miracoloso in particolare (perche come abbiam veduto, non si può dubitare generalmente della verità de'prodigj) prima di qualunque cosa conviene ben assicurarsi del fatto, e delle principali circostanze, che l'accompagnano. Ne'casi ambigui, dove non c'è morale certezza sostenuta dai canoni fondamentali d'un'ottima critica, non consiglio un Uomo prudente ad arrischiare una precipitata decisione. I racconti tal fiata sono bugiardi, ovvero portati con false aggiunte più del dovere al mirabile, sovente ci anno parte le ciurmerie, e l'interesse degl' impostori, e bene spesso non superano le forze della Natura. Giova pertanto lo star guardinghi, e sospendendo il giudizio aspettare, che la cosa riducasi ad una piena evidenza; anzi sarà per lo migliore piegar alquanto dal lato, che meno si accosta alla soverchia credulità; conciossiachè gli avvenimenti inusitati, e fuor dell'ordine comunale, che di rado fan di se mostra, vogliono scandagliarsi colle regole d'una discreta probabilità.

Due caratteri di persone mi si affacciano, le quali dagl' invecchiati pregiudizj si lasciano condurre all'estremità opposte. Alcuni si mettono ad esaminare rigorosamente i miracoli, ma tutt'ora colla prevenzione in testa di convincerli di menzogna, e da qualche caso particolare, di cui fan galloria, mal deducono una general conclusione, e si confermano nella lor miscredenza. Frequentemente anno tutte le ragioni del Mondo, ma se prendono ad impugnarne taluno evidentemente vero, e superiore ad ogni eccezione, non sanno da qual parte volgersi, e si attaccano, come suol dirsi, alle funi del Cielo. Non bisogna precipitare in un'affettata incredulità per vaghezza di comparire in qualità di spiriti forti, che si fan beffe d'ogni soprannaturale successo.

S. Giovanni Evangelista ci dipinge al vivo, e minutamente le smanie de'Farisei nella congiuntura, che Gesù Cristo restituì al cieco nato la vista. Si replicano le perquisizioni, e gli esami: si chiama l'Orbo a render esatto conto del precedente suo stato: s'interrogano i parenti, e le più attente diligenze non si risparmiano. Costoro vorrebbono a qualunque partito, che non fosse vero il miracolo, ed avvegnachè ne sieno ap-

pieno convinti s'ingegnano tuttavia o di screditarlo, o almanco di seppellirlo nella obblivione, e perchè non si divulghi, ai comandi aggiungono le minaccie. Ecco fin dove giugne l' umana malizia, la quale in tutt' i tempi, ed ai giorni nostri fu, ed è del pari sofistica, e contumace.

IX.

C'è poi un'altrasorta di buona gente, e divota, a cui sta tanto a cuore la Religione, che stima un sacrilegio di dubitare di qualsivoglia evento, che si legge sù i libri, o che si pubblica alla giornata siccome un ben accertato miracolo. I veri si mescon coi falsi, ed i certi con i dubbiosi, e perciò non bisogna di leggiere aggiugnere credenza alle popolari tradizioni, ed a tutto ciò, che a cagion d'esemplo sta scritto sulla Leggenda dorata, e sul Metafraste. Avea ragion di dire il celebre Teologo Melchior Cano, che con maggior accuratezza, e circospezione sono state compilate da Diogene Laerzio le vite de' Filosofi, e quelle de' Cesari, e degli Uomini illustri da Svetonio, e da Plutarco poste a confronto degli avvenimenti, e massime prodigiosi, che dei nostri Beati si narrano. La pietà e lodevole, purchè non dia nell'eccesso, e non degeneri in superstizione. I Santi non vogliono adornarsi di falsi onori, e non si fa lor torto, come pensa il volgo ignaro, se spezialmente da chi si aspetta, cui è stata l'importante incombenza raccomandata, le azioni degli Uomini vissuti in concetto di santità ad una vera discussione si sottopongono. Buon per noi Cattolici, e per la verità, che la Santa Chiesa Romana avanti di adottare un miracolo siccome autentico usa cautele tali, che non può ingannarsi; ed appena di cento, che vengono proposti alla Sacra Congregazione de' Riti, uno, o due, e tal fiata nissuno meritano l'approvazione. Se il Lettore desidera maggiori lumi su questo rilevante subbietto, pigli per mano la grand' Opera intorno la Canonizzazione de' Santi del Cardinale Prospero Lambertini, ora Benedetto quartodecimo Sommo Pontefice felicemente regnante.

CA-

CAPITOLO QUINTO

Come dai falsi distinguansi i veri Miracoli.

I.

PIù volte mi è stato intuonato all' orecchio, che ogni antica Nazione ha i suoi Romanzi, e che conseguentemente, non essendo l'una più dell'altra privilegiata, l'Ebraica non ha più diritto dell' Egizia, della Caldea, e della Greca di farli passare per veritieri. Ma se, trattandosi particolarmente di fatti prodigiosi, la diversità de' racconti, e le patenti contraddizioni ci fanno toccar con mano, che per la maggior parte sono mendaci, ed inventati a capriccio, e ci tengon sospesi, a quale deggia darsi la preferenza, e da qual lato pieghi la verità; assi a conchiudere, che siano tutte del pari sciocchissime menzogne, e ridicole imposture, alle quali non ponno prestare credenza se non se la plebe stupida, e gli spiriti deboli, e pregiudicati. E questo è il massimo argomento, che si fa valer dagl'increduli, e che li conferma nella lor pervicacia.

II.

Per isgombrar la perplessità conviene proporre, e spiegare accuratamente i criterj, per cui si segregano i falsi dai veri miracoli, ed i certi dagli apparenti: alla qual impresa io mi accingo dietro la scorta della Sacra Scrittura, che mi ammonisce, esserci alcune regole generali, che ci servono di guida nell' astrusa perquisizione. Abbiasi dunque, che non si fanno prodigj vani, ed inutili, non giocosi, non impossibili, e non favorevoli al vizio. I Teologi assumono siccome un principio infallibile, essere adulterini i portenti, che autorizzano la falsità, e dicono il vero; perchè Dio colle sue straordinarie operazioni non dà peso ai sentimenti erronei in materia di Religione. Ma rispetto agli Uomini tenacissimi del loro culto succhiato col latte, il criterio sente un non so che di petizion di principio, mentre non persuaderemo mai i Settarj a riputare per apocrifi que' miracoli, su cui si fonda la lor invecchiata superstizione, e saremo sempre da capo, dovendosi prima dimostrare la falsità della credenza, e poi farsi strada a convincere i prodigj di vanità, e d'impostura. Su i primi due punti non cade la quistione; imperocchè sarebbe oltre modo disdicevole, ed assurdo, che la Maestà Divina si abbassasse ad operare indarno, o da scherzo. Non si reputano però vani que' portenti, che talvolta s'adoprano per manifestare la gloria di Dio, e de' suoi Servi; conciossiachè servono questi per confermare nella vera credenza i fedeli, e per confonder gl'increduli.

Il terzo capo vuol essere rischiarato, e fa d' uopo distinguere due spezie d'impossibilità, un'assoluta, ed invincibile, e l'altra di minor nerbo, in cui non ripugna, che straordinariamente metta mano la Sovrana Onnipotenza. La prima, cui si dà nome di metafisica, o di geometrica, tira con seco insanabili contraddizioni, siccome quella, che colpisce nelle proprietà essenziali del subbietto, le quali in qualunque modo diversificate, ne nasce di conseguenza la distruzione. Di tal sorta sono gli attributi passivi della materia, cioè l' estensione inerte, e le figure indi risultanti. Giudicherei uno scimunito colui, il quale pretendesse, aver Dio miracolosamente creato un triangolo rettilineo, in cui la somma de' tre angoli fosse maggiore, o minore di due retti; conciossiachè sarebbe una cosa medesima il farlo, e il disfarlo. Sì fatti portenti ponno venire in testa agli Uomini, che non ne conoscono bene spesso la ripugnanza: ma rispetto a Dio, che non ha mai per obbietto l'assolutamente impossibile, egli è una stravaganza l'immaginarsi, che le sue operazioni possano terminare in un'aperta contraddizione.

Ma quando si tratta della forza addossata alla materia, hassi a discorrere con più cautela. Egli è vero, siccome ho per l' addietro notato, che le leggi dinamiche sono di precisa, e stretta necessità, e non di elezione, o di congruenza, per guisa che col mutarle, e col sostituirne delle analoghe a piacimento si dà di petto nell'impossibilità. Ciò non ostante si richiami alla memoria un'avvertenza da me fatta nel Cap. II. Lib. I., ed è, che la forza non è essenzialmente innestata sulla trina dimensione impenetrabile, siccome quella, che ammette incremento, e diminuzione, e che con piena indifferenza passa da corpo a corpo. Per la qual cosa il miracolo può consistere non nell'annichilarla, non nell' abolirne le leggi, ma soltanto nel trasferirla altrove da massa a massa giusto il divino beneplacito; imperciocchè in cotale trasportamento qualsisia immaginabile ripugnanza non si ravvisa. Eccone un esempio. Agitati i Discepoli di Cristo da una gagliarda burrasca in pericolo imminente di sommergersi implorano l'aita del lor Maestro, ed Egli con un cenno placa il vento, mette il mare in bonaccia, e li salva. Ebbero costoro ragione di esclamare e chi è Costui, al quale i venti, ed il mare ubbidiscono? Qui si rifletta, che da sestessi per opera della Natura l'aere, ed i flutti potean calmarsi, ma aveano ad adempiersi due condizioni, cioè che cessasse la cagione del moto violento, e che l'impeto impresso nell'aria, e nell'acqua appoco appoco si estinguesse, e si comunicasse in giro ad una maggior copia di fluido. Ciò, che si sarebbe ottenuto a grado a grado naturalmente, si eseguisce in tempo brevissimo; e per questo unico titolo l'effetto insolito poggia alla dignità di miracolo.

Passo alla quarta regola, che m'insegna a non dar fede ai prodigi, che favoriscono il vizio: essa gitta a terra tutte le finzioni del Gentilesimo. Siccome la Teologia de'Greci è lavorata sulle favole de' Poeti, e di conseguenza sulle popolari sciocche tradizioni; così non è da stupirsi, che ci proponga esorbitanze onninamente incredibili, ed in ispezie, che una Ninfa si trasformi in un Eco dotato di vita, e di ragione. Oltre che

si mol-

si moltiplicano gli ostenti in grazia di amori osceni, e di sregolate passioni, che si leggono raccolti da Ovidio nelle sue Metamorfosi.

Sotto le accennate quattro classi vanno riposti i prestigj di Apollonio Tianeo, de' quali il suo pseudo-evangelista Filostrato ci ha tramandata la memoria, e sotto l'ultima i portenti di Vespesiano narrati da Tacito, e da Svetonio. Ne' primi ecci del fantastico, e del ridicolo, e dell'impossibile, e da per tutto trionfa la superbia, la vanità, l'impostura, ed eziandio l'ignoranza. I secondi fomentano l'ambizione di Cesare, il quale adulato massime da Giuseppe Ebreo presumeva, che si credesse, esser lui stato per una straordinaria divina disposizione assunto all'imperio, e che nella sua persona si fussero compiute le famose profezie del Giudaismo. Io mi prometterei con i canoni già stabiliti di convincer d'erronei, ed anco per la maggior parte di assurdi i successi prodigiosi, che si millantano fuori della Religione Ortodossa per convalidare i falsi dogmi dell' altre Sette.

III.

Appresso imparo dalla lettura de' Libri santi, che i miracoli pigliano sempre mai per iscopo le creature ragionevoli. Alle inanimate, che non li conoscono, e non li sentono, propriamente non appartengono, se non se in quanto o son segni, che si debbe adempiere una qualche Divina promessa, ovvero mezzi frapposti, ed indiritti al fine primario. L'ombra dell' oriuolo Solare di Ezechia retrocesse per alquanti gradi, e fu indizio miracoloso, per cui, abrogata la sentenza di morte, il Re dovea restituirsi in salute. La manna caduta nel Deserto, cibo non veduto nè prima, nè poi, e che in se conteneva tutti i sapori, fu il prodigioso mezzo, con cui Dio si compiacque di pascere il suo Popolo eletto in quella sterile solitudine.

Di rado accade, che Dio metta mano ai portenti, quando ai pressanti bisogni può supplire l'umana industria. Alle volte però il tempo non serve, i mezzi mancano, ed il soccorso troppo lontano indarno si aspetta. In tali insuperabili circostanze sovente Dio si muove a pietà, e ci suffraga con un miracolo. Le turbe, che tutto il giorno erano state intese a pascersi della celeste dottrina di Gesù Cristo, non doveano mandarsi alle lor case fameliche, e digiune con gravissimo patimento. L'ora era tarda, il loco solitario, e lungi dall'abitato, la provvisione scarsissima. In mille maniere poteva il Salvatore por compenso all'indigenza, ma Egli si valse d'uno de' più segnalati portenti, che si leggano nel Vangelo. Moltiplicò pochi pani, e pochi pesci, onde fossero più che bastanti a satollare migliaja di persone, per guisa che i frammenti avanzati superavano la primiera tenue provvianda.

IV.

IV.

Ai due premessi principj, che siccome secondarj ponno venir ad uso nell'esaminare la sincerità de' prodigj, un terzo ne aggiungo. Ognuno giudicherà conforme alla ragione, che non escon da Dio miracoli difettosi, ed informi. Se sono grazie, la sua bontà richiede, che sien perfette, e se castighi, ne piglia la misura dalla sua giustizia temperata dalla clemenza. Degli uni, e degli altri la Sacra Bibbia ce ne somministra moltissimi esempj. Posto che una infermità altronde incurabile miracolosamente guarisca, non si dee credere, che la salute si restituisca sol per metà, e che restino tuttavia le reliquie del passato malore continuate in una nojosa convalescenza. O dovrebbe sottentrar la Natura, e supplire alla mancanza, ovvero aver luogo la recidiva del morbo medesimo assai peggiore. Sanato da Cristo il paralitico, in segno della compiuta guarigione gli si comanda, che tolga sulle spalle il suo letto, e speditamente cammini.

In ordine a ciò è consentaneo, che talvolta si accumolino i miracoli. Qualora Cristo restituiva ai sordi l'udito, non solo ristorava il sensorio delle orecchie, onde ricevessero le impressioni sonore, ma di più rendeva abili i beneficati ad esprimere i proprj sentimenti, e ad intendere il significato delle voci articolate. Non così avvenne a quel sordo in Francia, che al crepare di due interne aposteme ricuperò naturalmente l'udito. Dovette costui farsi a balbettare con istento, ed appoco appoco legare gli obbietti colle parole. Pare, che talora si potesse portar più avanti il miracolo. Un cieco, che da Cristo ottenne l'uso degli occhj, andava dicendo, veder lui gli uomini a camminar come gli arbori. Era questa una strana sensazione indicante, che costui non si serviva per anco a dovere dell'organo risanato. Mancavano in esso lui le abituali avvertenze necessarie per correggere i difetti della visione, e mal distingueva le distanze, le grandezze, ed i movimenti. Ma in breve spazio di tempo si sarà posto rimedio al disordine. Un caso similissimo, quantunque non prodigioso, mi vien suggerito da Madama di Chastelet, ed è, che tolte via da un bravo Chirurgo due dense pellicole, che ingombravano le pupille d'un orbo, cominciò questi ad aprir gli occhj al nuovo spettacolo della luce, e de' colori; ma le percezioni della vista erano talmente confuse, che non sapeva degli obbietti presenti formare un retto giudizio.

V.

Mi sia lecito valermi d'una forte espressione, che Dio tal fiata si è lasciato benignamente tentare; e ciò è accaduto, quando è stato chiamato, sebbene con modi irregolari, e proibiti, a dichiararsi a favore dell'innocenza. In tali occasioni non ha risparmiati i miracoli, e sono notissime le maravigliose prove dell'acqua bollente, de'ferri infuocati, ed altre di simil fatta, delle quali non si può dubitare, se non mente l'unanime consenso degli Storici dell'età di mezzo. Egli è vero, che cotali espe-

esperimenti dalla Chiesa non si approvavano, e che da uomini dotti, e più si faceva ogni sforzo per abolirli, e fra questi si dichiarò fortemente contro l'abuso l'Arcivescovo di Lione Agobardo. Ciò non ostante, o fosse il costume invalso con buona fede, o la ferma confidenza in Dio degli oppressi, o che non isdegnasse Egli talvolta mostrarsi protettore della giustizia, e de' miserabili, che altronde non aspettavan soccorso; il fatto sta, che non mancavano frequentemente gli effetti soprannaturali, da cui erano confermati i popoli nella radicata credenza. La vigilanza de' Sommi Pontefici, ed i replicati divieti de' Sacri Canoni hanno col tempo tolto di mezzo l'errore, ed oggidì il tentar Dio si reputa un sacrilegio. Non resta però, che in certe straordinarie occasioni o per confonder gli Eretici, o per convertire gl'increduli, o per qualche altro fine di grand'importanza gli uomini santi dimandino a Dio con fidanza i miracoli, e con sicurezza gli ottengano, quasichè abbiano in mano le chiavi dell'Onnipotenza; e la Storia Ecclesiastica d'ogni secolo ce ne porge gli esempj. Ma dee riflettersi, che in tal'incontri precede sempre mai un'interna ispirazione, un ardente zelo, che vien dall'alto, e per cui Dio gli stimola, e per così dire gli sforza a chiedere ciò, ch'Egli si è prefisso di operare.

Frattanto abbiamo a guardarci da un popolar equivoco, che non bisogna in qualche caso badare al carattere delle persone, delle quali Iddio tal fiata si serve per dar saggi del suo potere. Troppo imperscrutabili sono i suoi fini, e tanto maggiormente risalta la sua gloria, quanto i mezzi pajono più disadatti. Cotali prerogative si concedono gratuitamente, e siccome non c'è santità, che arrivi a meritarle, così non è da stupirsi, che si accordino ai buoni, e ai malvagj, a cui in via di Natura spunta il Sole ugualmente. Un empio era Balaamo, ma nel tempo stesso di singolari doti fornito, e quando tentò di abusarsene corrotto dai regali, Dio non lo spogliò de' suoi privilegj, ma il costrinse a volgerli in favore degl'Israeliti. Un ipocrita era Caifas, e pur profetò in virtù del suo Sacerdotal ministerio. Uno scelerato era Giuda, e ciò non ostante, opinano molti accreditati Teologi, che per maggior suo rimprovero, e pena fosse operator di miracoli. All'incontro del Precursore Giovanni Battista, di cui non surse il maggiore fra gli uomini, si ha la divina testimonianza, che non fece alcun prodigio.

Egli è certissimo, che in comprovamento dei falsi dogmi non ispuntan portenti: non ripugna però, e talora è accaduto, che Dio mosso a pietà delle sue creature ragionevoli le sovvenga miracolosamente nelle necessità estreme, e quegli eziandio, che vivono fuori del grembo della Chiesa Cattolica. Il celebre Viaggiatore Gemelli Carreri ci narra, che poco prima della sua andata in Persia alcune provincie erano afflitte da una insoffribile carestia, per guisa che le genti languivano, e molti morivan d'inedia. Una buona femmina Maomettana volse all'Altissimo le sue ferventi preghiere, acciocchè desse un pronto soccorso a que' famelici popoli. Ed ecco cadere improvvisamente dal Cielo una gran copia di biada per avanti non conosciuta, che somministrò ad esso loro il necessario ab-

abbondante alimento. Allo ſtupendo prodigio ſucceſſo pubblicamente al coſpetto di migliaja di perſone, ed al memorabil effetto indi riſultato non può negarſi credenza; e tanto meno, quanto che, ſoggiugne il citato Autore, venuti alle mani de' Padri Carmelitani Scalzi i menzionati ſemi, ne mandarono per ſino a Roma col ragguaglio dello ſtraordinario avvenimento.

VI.

E' tempo ormai di penetrare più addentro nel fondo dei miracoli, e ſepararli nelle lor claſſi: lo che ſenza un buon capitale di Fiſica io ſon perſuaſo, che conſeguir non ſi poſſa. Diſtinguo due ſpezie di miracoli, che chiamerò a chiara intelligenza de' Lettori in parte di ſoſtanza, ed in parte di modo. Gli uni vincon talmente le forze della Natura, ch'egli è aſſolutamente impoſſibile ridurli all'atto, ſe Dio con una particolar, e ſtraordinaria operazione non vi s'impiega. Gli altri ſono effetti, che per verità non eccedono il vigore delle cauſe ſeconde, ma regolate dalle ſolite leggi; laonde deggiono adempierſi puntualmente tutte le condizioni neceſſarie per produrli in via naturale. E ſe avviene, che i requiſiti indiſpenſabili ſi traſandino, appunto dalla maniera inuſitata, con cui fanno la lor comparſa, per portentoſi ſi riconoſcono.

E quanto ai primi, ho provato ad evidenza, e conſuonano i principj fiſici coi rivelati, che la coſtruzione de' corpi organici, eſſendo unicamente riſervata alla divina Potenza, ſupera fuori di qualunque paragone l'induſtria della Natura. Il Creatore con un artifizio degno di Lui, cui non giugne a capire l'umano intendimento, ha preſtabilito, che dagli organici naſcan gli organici, e tutt'ora del medeſimo genere. Ma ſe uno uomo muore, ed il ſuo corpo ſi corrompe, oppure uno de' ſuoi ſenſorj o dalla naſcita, o per qualche accidente è affatto guaſto, e prevertito, ed avvegnachè il defonto torni a vivere, ovvero che l'organo ſi rinnovi, e la grazia ſia ben avverata; queſto ſi è un miracolo di prima linea, e per eluderlo non ci ha ſutterfugio, nè gavillazione, che vaglia. Giacchè la Natura infallibilmente non può tanto, coll'aſcriverlo ad uno ſtrano combinamento delle cagioni ſecondarie ſi ſolleva la materia corredata di forza oltre il ſuo ſtato, ſi ſovvertono le leggi fiſiche, e non ſi ſalva l'inalterabile corriſpondenza tra le cagioni, e gli effetti. Ommetto il cieco dalla ſua natività, cui fu reſtituita la viſta; imperocchè gli ſtudioſi dell' Ottica in parte ſanno, coſa ci voglia per coſtruire un pajo d' occhj atti a dipingere ſquiſitamente nella retina le immagini degli obbietti.

Mi fermo di propoſito ſulla morte, e ſulla riſurrezione di Lazzaro, e ſulle circoſtanze, che l'accompagnano. Non ſi curò Criſto di guarirlo dalla ſua graviſſima malatia inteſo a dar una prova convincente della ſua Miſſione, e della ſua Dottrina con un ſegnalatiſſimo prodigio. La Sorella del Defonto ſi lagna della tarda venuta, eſſendo ſcorſi quattro giorni, dacchè il Fratello era mancato di vita. E perchè non ſi ſoſpettaſſe, eſſere lui ſtato ſopito da un lungo ſvenimento, o da un letargo, ſi nota, che già

già putiva. Col fetore dimandano i cadaveri la sepoltura, ed è questo un sicurissimo contrassegno di morte, e di corruzione. Gesù va al sepolcro, se ne duole, e si scuote, *infremuit spiritu*, e con una voce onnipotente comanda *Lazare veni foras.* Il morto ubbidisce, e risuscita, e liberato dagli astanti dall' imbarazzo delle lenzuola, a' suoi domestici sano, e salvo si restituisce.

Lo stupendo miracolo va quasi del pari colla formazione del primo Uomo. In quella congiuntura Iddio impastò la creta, la organizzò, la vivificò col suo fiato, e comparve Adamo. Nel nostro caso fu d' uopo risarcire da capo i muscoli, le glandule, i nervi, le vene, e gli altri ordigni vitali. Si dovette squagliare il sangue, e moverlo in cerchio insieme cogli altri fluidi o rappresi, o svaporati, e ristorare di pianta la struttura de' disguisati sensorj. Appresso convenne, che l' anima, la quale, sciolta l'unione, avev'abbandonato il suo corpo per non poter in esso più adoperarsi, si richiamasse altronde per esercitare di bel nuovo i consueti uffizj, e si legasse un' altra volta colla materia a tal uso precedentemente organizzata.

E' una stupida pervicacia, che tutto ciò possa naturalmente ottenersi, e dato, e non conceduto il supposto, chi non s' accorge, esserci una minima, anz' infinitesima probabilità, che dallo straordinario rimescolamento d' una massa putrescente si rinnovi lo stesso stessissimo Lazzaro, piuttosto che un altro uomo, o qualsivoglia altro composto; per modo che in esso lui si conservi dopo risorto la memoria de' passati avvenimenti, e come se non fosse stata per ben quattro giorni interrotta, continui senza disordine, non ostante le vestigia totalmente cancellate, la serie delle cogitazioni? Ho letto nella Storia Medica, che tal fiata una forte botta di testa cagiona una intera obblivione persino del propio nome. Ma ne' cadaveri la pasta molle del cervello, sede della reminiscenza, è la prima a disciogliersi; dunque si dovettero rimettere nel pristino stato le delicatissime guaste fibrille, e perchè ciò non bastava, accumulando miracoli sopra miracoli, ristampar in esse le traccie de' pensamenti preteriti, onde valersene a luogo, e tempo, conforme le occorrenze, ed il risorto avesse della sua vita passata una chiara contezza, come se non fosse mai stato soggetto alla morte, e alla corruzione.

VII.

Mi fu detto da un Filosofo alla foggia, che finalmente non ci ha differenza salvo che nel modo tra la generazione, ed il risorgimento degli Uomini. Pajono, soggiugneva egli, ma non sono veri miracoli, siccome effetti naturali nascenti da cause fisiche straordinariamente accoppiate; e tutto il divario consiste, che i primi frequentemente si san vedere, e di rado i secondi. Per altro è una debolezza il credere, che la Natura duri maggior fatica a richiamare un Uomo alla vita, e minore a metterlo al Mondo.

A questo passo io rifletto, che fra tanti portenti registrati nel vecchio, e nuovo Testamento non si legge mai, che agli animali bruti sia stata ridonata la vita. Negli Uomini ciò rarissime fiate interviene, ma pure se ne trovano alquanti esempj. Se io ricorro alla divina Possanza, ne scorgo il vero motivo, perchè, conforme ho di sopra insinuato, i miracoli per essere sentiti, e conosciuti deggiono prender soltanto di mira le creature dotate di raziocinio. Se poi mi rivolgo al combinamento delle cause necessariamente operanti, non capisco, che la Natura così prodiga in produrre viventi irrazionali, per modo che tutte le loro spezie non ci son note, ed il lor numero è incomparabilmente maggiore di quello degli Uomini, non sia per anco giunta a tanto, che taluno d'essi risusciti. Eppure serbata la proporzione tra moltitudine, e moltitudine, le regole della probabilità vorrebbero, che i casi fossero assai frequenti.

S'arroge, che per comprendere, quanto sia l'obbiezione insussistente, basta dar un'occhiata alle leggi della Natura. Quanto tempo, quanta industria, quanto lavoro ci si richiede, prima che un animale alla sua perfezione pervenga. Conviene, che gli organi siano maturi, e ben preparati, che si uniscano i due sessi, che il punto saliente notato dal Malpighi cominci ad oscillare, e a dar segni vitali, che l'embrione a poco a poco si sviluppi, che si covi a dovere, che il feto esca alla luce, e che con impercettibili accrescimenti si riduca a compimento. Ognuna di queste, e di parecchie altre condizioni, che manchi, la macchinetta si scioglie, e si corrompe. Nulla di ciò io ravviso nella risurrezione di Lazzaro. Quì non c'è meccanismo di sorta, e la serie successiva delle leggi fisiche non ci ha luogo. Tutto si fa in un momento, e l'ammirando effetto altra cagione non riconosce se non se una voce onnipotente, ed operatrice.

Prevedo, che gli Avversarj siano per ricoverarsi nell'ultimo ricinto, dicendo, che passava una stretta amicizia tra Gesù Cristo, e la famiglia di Lazzaro, e che la grand'impostura si è tramata in Betania per innalzare il venerato Maestro alla dignità di Messia. Si contentò dunque il buon Uomo di fingersi prima infermo, e poi morto, e di lasciarsi chiudere in una cieca spelonca insieme colle ossa de' suoi maggiori inviluppato dalla sindone giusto il rito Giudaico, ed ivi starsene a rischio di perder la vita, aspettando la venuta del suo Liberatore, che, rimosso il sasso, il richiamasse dalla grotta smunto, e di quattro giorni digiuno per far la bella comparsa di risuscitato; e così compiere l'ultima scena di questa, non so, s'io mi dica Tragedia, o Commedia, a cui stava bene il finimento del *valete*, *& plaudite*. Possibil mai, che qualche sentore del grossiere inganno non traspariste al vicinato, e che gli Ebrei attentissimi a sindacare le azioni di Cristo, e che vennero appostatamente a Betania non tanto in grazia di lui, quanto per veder Lazzaro risorto, non sospettassero della fraude, ed a forza di sottili indagazioni non arrivassero ad iscoprirla? Cotali impertinenti eccezioni si adducono da coloro, i quali ricusano di confessare la verità,

che

che salta agli occhi, e a tutto costo non vogliono esser convinti.

VIII.

Mi accingo a discorrere di quegli avvenimenti, i quali dal modo vengono sollevati al posto di miracoli. Chi brama star lontano dagli equivoci, debbe porre una diligente attenzione al tempo, al luogo, all'occasione, e molto più ai fini, ed ai mezzi, e agli aggiunti, che gli eventi principali accompagnano. Ma sopra ogni altra cosa anno a verificarsi due canoni: il primo, che non si osservi il concatenamento delle cause naturali, e la lor indispensabile progressione: il secondo nascente di conseguenza, che siamo certi, non poterci essere fisica analogia tra le cagioni agenti, e gli effetti indi risultanti.

La ficaja, che alla sua stagione non dava frutti, per comando di Cristo all'improvvista inaridì; e questo è un simbolo significante, che ci soprastanno i castighi, quando Dio ci trova sterili di virtuose operazioni. Non ci vuol molto, perchè una pianta rigogliosa, in un batter d'occhio naturalmente si secchi. Un cocente lampo, un fulmine, un prestere, un incendio vicino beono il succo nutritivo, ed ella sen muore. In tali casi palesemente si scorge, onde provenga l'azione, a cui va dietro l'effetto. Ma che Cristo in passando la vegga infeconda, e con un cenno la smunga, ed al fuoco la condanni, fra la causa, e l'effetto non ci passa più qualsisia fisica corrispondenza. Il modo dunque di operare rende l'opera miracolosa, e fa di mestieri ricorrere ad una connessione d'un altro genere, che sollevandosi oltre i confini della Natura deriva unicamente da un supremo potere.

Non c'è cosa più facile, che un uomo manchi di morte subitana, e bene spesso siamo all'oscuro, donde procedano i fatali avvenimenti. In questo mentre che il marito Anania, e la moglie Saffira, i quali aveano defraudato il Collegio Appostolico di parte del danaro ricavato dalla vendita de' beni, ed all'avarizia aggiunto la menzogna, muojano tre ore l'una dopo l'altro repentinamente alla presenza di S. Pietro, nel luogo, nel tempo, e nelle circostanze narrate per minuto dal Sacro Testo; ella è una combinazione così difficilissima a raccozzarsi in via di Natura, che il fatto infallibilmente debbe ascriversi ad un prodigioso castigo. Di cotali eventi ne abbiamo a dovizia nella Divina Scrittura, e d'altri innumerabili ben avverati nelle memorie Ecclesiastiche.

Alle volte ci serve di fermo criterio una probabilità, che giugne al grado d'una pienissima certezza. S. Antonio di Padoa inteso a convincere l'ostinazione degli Eretici de' suoi tempi ordinò, che si lasciasse piombare da una grande altezza sopra un macigno un fragile bicchiere di vetro. L'esito rispose al zelo del Santo, ed il vase restò illeso dopo la gagliarda percossa. Non voglio contrastare, che non potesse per avventura urtare nel marmo tanto equilibrato, che non si spezzasse naturalmente. Ma il caso è talmente rarissimo, che repli-

 ca-

cato cento mille fiate l' esperimento, appena una sola il gotto si conserverà intatto. Adunque, dico io, la probabilità, che il successo sia miracoloso, piuttosto che naturale, sta almanco come il numero cento milla all'unità: e perciò cosa dee conchiudere un Uomo discreto? Converrebbe accusare d' imprudenza il nostro Santo, se operando umanamente da se, avesse esposta al ludibrio de' miscredenti la verità de' dogmi cattolici con un evento poco meno che impossibile. Egli non tentò Dio, e spinto da una interna fiducia impetrò, ed ottenne, che con un solenne miracolo in faccia de' suoi nimici la Santa Religione trionfasse.

CAPITOLO SESTO

Si prosieguisce lo stesso argomento.

I.

PEr ben accertare i miracoli, e discernere i reali dagli apparenti tre difficoltà ci si fanno incontro millantate dagl'increduli, e sono le forze ammirande della Natura, le maliziose imposture degli Uomini, e gli ostenti prestigiosi de' Demonj. Io m' ingegnerò a tutto potere, e non dispero della buona riuscita, di sgombrare queste tenebre, e di assegnare partitamente i criterj sicuri, che ci rischiarino, e ci liberino dalle fraudi, e dalle seduzioni.

Do principio dalla Natura, e confesso, che non ho scandaglio per misurarne la sua profondità. Moltissime sue operazioni sono di lunga mano superiori al corto mio intendimento, e basta il riflettere, che il Mondo è uscito dalle mani di Dio, e che i prodotti sono stati nella lor origine tanti miracoli. Ma presentemente dopo stabilito il Sistema l'ordine delle cose cammina con passi misurati, ed è circonscritto dalle sue leggi, che di mandare ad esecuzione mai la Natura non si dimentica. Stiamo pertanto nel tenere della Fisica, e con i canoni di questa Scienza ben fondati, ed accuratamente discussi anno ad esaminarsi i naturali lavori, e a distinguersi dai prodigiosi.

E prima egli è duopo guardarsi di attribuire alle cause seconde effetti oltre ogni credere stupendi. Siccome tali fatti rapportati da Scrittori creduli sono apertamente falsi, e bene spesso impossibili, così transcendono i miracoli stessi, o almeno li pareggiano, e danno motivo ai spiriti forti di credere, non esserci mai stato prodigio eccedente le forze della Natura. Io trascuro gli esempj, de' quali non verrei a capo, e raccordo soltanto la bacchetta divinatoria di nocciuolo fedele persecutrice de' ladri, e degli assassini, che in tempo di mia gioventù in Francia ha fatto tanto rumore.

In

In secondo luogo non ci è concesso fars' incontro alla Natura di fronte, ma conviene pigliarla di fianco. Voglio dire, che si gitterà invano il tempo, e la fatica, se tenteremo di render ragione di qualsivoglia astruso fenomeno. Col giudicar tutto come naturale, e farsi arditamente a spiegarlo si dà di petto ne' paradossi dello Spinosa da me confutati. All' opposto maneggiata destramente la cosa, si arriverà a comprendere, se una data apparenza, quantunque oscura, e superiore alla nostra scarsa capacità, stia dentro, o fuori de' cancelli della Natura. Pongasi attenzione alle circostanze, agli aggiunti, alle conseguenze, ed alla progressione delle azioni, e delle reazioni. Diasi un'occhiata, qualmente il fenomeno si generi, e si dissolva, e si vada in traccia, se per sorte un qualche altro somigliante, ed analogo nell'università delle cose se ne discopre. Appresso se la Natura non muta stile, se le sue leggi ordinarie non trasgredisce, e spezialmente se non si ravvisa un'esorbitante, insanabile discrepanza tra la cagione producente, i mezzi usati, e l'effetto prodotto, non si tergiversi a decidere francamente, che nel mettere in essere il fatto per altro raro, e maraviglioso vi si adoperano i soliti fisici magisterj. Per lo contrario qualora si salta, mi sia lecito di così esprimermi, al di sopra degl' inculcati requisiti, ed i modi consueti, e familiari alla Natura, e le regole prestabilite totalmente si trasandano, il successo senz' esitazione si attribuisca a miracolo. Non abbiamo a dipartirci dagli assegnati criterj, i quali ci servon di guida fedele per non errare la strada nelle più perplesse perquisizioni.

Ne desumo l'esemplo da' famosi fuochi, che verso il principio del nostro secolo da me più volte veduti anno recati gravissimi danni ad alcuni villaggj del territoro di Castelfranco, e si sono propagati negli adiacenti del distretto di Cittadella, intorno cui il Signor Lodovico da Riva pubblico Professore di Meteore, e di Astronomia nell' Università di Padoa ha data alla luce una curiosa Dissertazione. I frequenti, ed irreparabilj incendj delle case contadinesche coperte di paglia aveano ridotti i poveri abitanti, che piagneano le loro sostanze consunte dal fuoco, all' ultima disperazione. C'era chi ascriveva il deplorabile avvenimento ad un immediato castigo di Dio, e chi a fattucchierie, e arti diaboliche, e perciò si ricorreva alle preghiere, o agli esorcismi.

Io riflettendo, che gli abbrucciamenti infestavano solo le paglie, ed i fieni, e non le materie più consistenti, e ne meno le carne secche, mi avvidi, che le fiaccole incendiarie erano un non so che di mezzo tra i fuochi, e i fosfori. Inoltre notai, che gl' incendimenti accadevano di notte, e non di giorno, non subito dopo le piogge abbondanti, e non mai spirando venti gagliardi. Venivano ammorzati dalle nevi cadute dal Cielo, liquefatte le quali, tornavano ad inferocire. Egli è manifesto, che un Agente soprannaturale non è legato dai vincoli delle presate condizioni, e che abbiamo anzi gli occhj un palese lavoro della Natura. E la ragione fisica è in pronto; conciossiachè l' esalazioni sulfuree già maturate dal tempo, che svaporavano dalla terra, e si spandevan per l' aere per produrre i nocivi effetti, doveano acquistare un grado speziale di densità

e di

e di confiftenza: lo che veniva ad effe contraftato dal calore del Sole, che rarefava, dall'impeto de' venti, che le diffipavano, e molto più dalla soverchia umidità delle piogge, e delle nevi, che le attutiva. Di più il caso non è tanto singolare, che lo Storico Cornelio Tacito d' un similissimo intervenuto a' suoi giorni nel Belgio non ci abbia tramandata la memoria.

II.

Una gran copia di miracoli suole divulgarsi concernenti le guerigioni dalle infermità disperate. In tali congiunture non si usa mai una bastante circospezione, imperocchè c' entran di mezzo le forze robustissime della fantasia, e l' imperio dell'anima sopra i suoi organi ne' straordinarj commovimenti. Di ciò ho favellato nell'antecedente Cap. I. Non c'è cosa più facile, quanto confondere la credulità colla Religione, e le operazioni della Grazia con quelle della Natura. Fin a tanto che siamo in vita, tutto è pervio, tutto è in movimento, è tutto in azione. I solidi oscillano, i fluidi circolano, e sta nascosta dentro di noi una miniera di conati, o di forze morte, le quali alle occasioni si destano, e si sviluppano. Sono oltre ogni credenza maravigliose le crisi, e le metastasi, che in noi si fanno molte fiate in virtù d' una riscaldata immaginazione, e talvolta per opera della macchina corporea, che da sestessa si risente, e forte si scuote.

Se un ammalato ad intercessione di qualche Uomo dabbene si libera da morbo incurabile, e ricupera la salute, siamo proclivi a giudicare il fatto miracoloso. Ed in vero a prima vista non apparisce la debita naturale corrispondenza fra la causa, e l'effetto. Ma chi può sapere, che mossa gagliardamente dalle iterate insinuazioni, e da un efficace desiderio di guarire la fantasia, non si sconvolgano da capo a fondo i sensorj, e lo stato del corpo in meglio, e talora in peggio non si trasformi? Se ciò, come suol dirsi, a sangue freddo sovente interviene, non abbiamo criterio fermo, onde arguire, che con più ragione una vigorosa apprensiva non possa operar altrettanto, e che di conseguenza l' evento, che può pullulare da doppia radice, non ci lasci sospesi, ed ambigui. Sebbene in dubbio io crederei, che dalla parte della Natura deggia piegar la bilancia; imperocchè la Chiesa Cattolica non fa pompa di miracoli incerti.

III.

A questo propopsito mi narrava il Cavalier Vallisnieri, che mentre assisteva in Padoa alla cura d'una buona Donna aggravata da doppio insanabile incomodo, cioè da un prolapso d'utero, e da uno scirro da lungo tempo indurito, gli accadette uno strano emergente. Costei, perduta la speranza di sua salute, e dubitando giusto il costume delle femmi-

nette

nette di qualche malìa, si raccomandò ad un dotto, e prudente Sacerdote, che dopo averl'assicurata, che nulla c'era di soprannaturale, la esortò ad implorare caldamente il divino soccorso. Postisi amendue di conserva in orazione appena passata un'ora, saltò improvvisamente la Donna in piedi, e gridò, ch'era appieno risanata. Stette alquanto sopra di se il Religioso, ma sentendo, ch'ella giubilante confermava il suo detto, la incaricò a porgere i suoi ringraziamenti all'Altissimo, e le suggerì alcune cautele per non rendersi indegna del benefizio. La stessa mattina venne il Medico, ed udito il successo, volle col tocco certificarsene, e trovando che ambo i malori erano svaniti, ne rimase soprasfatto. Nel divulgarsi del supposto miracolo molti l'interrogavano, cosa egli dicesse, ed altra risposta non diede se non che, Dio voglia, che duri. In fatti due soli giorni dopo fu richiamato alla visita, e rinvenne la femmina assalita da una febbre d'indole pessima, che, nulla giovando i rimedj, in una settimana la condusse al sepolcro.

Quì il dotto Fisico, sapendo per una parte, che non tornavano in detrimento de' pazienti i miracoli, e che per l'altra la Donna potea portare i suoi morbi per qualche anno pria di soccombere, congghietturava, che gli umori peccanti depositati provvidamente dalla Natura nelle parti affette, in virtù d'uno sforzo violento dell' immaginativa erano stati riassunti, ed assorbiti dal sangue, e ne aveano infettata la massa; onde insorto un male assai peggiore de' primi giusto il pronunziato d'Ippocrate *ex morbis morbi fiunt*, era seguita l'irreparabile perdita.

IV.

Abbiamo un saggio, fin dove possa giugnere il vigore della fantasia, e parecchj altri egualmente mirabili stanno registrati nella Storia medica. Per la qual cosa, non essendoci conceduto di misurarne le forze, conviene appigliarsi ad un altro partito, e risuggire ad esattamente discutere i modi, e le circostanze, facendo uso de' canoni superiormente insinuati. Altrove ho notato, che nell' artifiziosa macchina de' nostri corpi c'è un principio di riparazione giusto il detto d'Ippocrate *Naturæ morborum medicatrices*, viene a dire la Natura massime avvalorata dall'Arte medica guarisce i malori; ma per legge ordinaria si cammina a lenti gradi, passando dalla malattia alla convalescenza, e dalla convalescenza alla perfetta salute, e, trattone qualche caso insolito, così si procede. Ed appunto questi rari avvenimenti, che non sono rari, quanto alcuni si danno a credere, tengono gli Uomini prudenti, e discreti in sospeso, ed in bilancia, onde non si arrischiano a definire, se un fatto particolare sia naturale, o miracoloso. All'incontro non ci ha sanità provenuta da un vero prodigio, che non sia accompagnata da' seguenti requisiti; debb' essere intera, perfetta, e durevole, ed inoltre proccurata con maniere insusitate, ed in breve spazio di tempo, attesochè il tempo modifica le azioni naturali, e non le divine. Appresso quanto meno operano le cause seconde,

de, tanto più si accresce la probabilità del miracolo. A cagion d'esempio se un infermo deplorato all'improvvista perfettamente guarisce, mentre è sopito da un profondo letargo, o è caduto in isfinimento, o in delirio, e lo stesso dicasi d'un pazzo; almanco non si potrebbe ricorrere all' efficacia della immaginazione. Se poi il languente senza dir nulla di ciò, che a suo pro viene operato, ricupera la salute in virtù d'una preghiera, o d'un precetto emanato in lontananza, siccome avvenne al servo del Centurione sanato da Cristo, e massime se l'ora puntualmente si accerta, il prodigio è indubitabile; imperciocchè la Natura manca, qualunque volta fra la causa, e l'effetto non ci passa una fisica connessione. Conchiudo, che in tal sorta di avvenimenti bisogna andar guardinghi, e non precipitare il giudizio.

V.

Fa d'uopo altresì non lasciarsi aggirare dalle imposture degli Uomini. Io mi andava fingendo in testa un capriccioso Romanzo, e fra me diceva: se taluno de' nostri capitasse per avventura in un paese abitato da gente zotica, ed empiamente presumesse di farsi adorare per Dio, avrebbe a mettere in pratica alquanti mirabili artifizj a noi noti, che da quel popolo ignorante sarebbero ricevuti, e venerati, come altrettanti portenti. Dovrebbe ungersi col fosforo liquido di Balduino, e comparir risplendente; indi colla lanterna magica far passeggiare sulle pareti gli spettri, e le immagini de' defonti. Non mancherebbono cento altri prestigj di simil fatta, onde costui venisse reputato cosa piucchè mortale, ed alzato al posto sublime d'una Deità.

Dico ciò, perchè di lunga mano erano più grossieri gl'inganni, per cui i Sacerdoti gentili si facean beffe ugualmente della plebe, e de' magnati, ed a lor talento gli seducevano. Quinci siamo ammoniti, che non si vuol prestare facil credenza ai racconti superstiziosi, ed assurdi, che ci ha tramandati l'antichità. Presentemente in tanta luce della scienza fisica queste minute fraudi sono passate in retaggio de' giocolari, e de' ciurmadori per divertimento della bassa plebe, e delle curiose donnicciuole: sebbene talvolta si fan vedere certi scherzi tanto reconditi, e fuori dell' aspettazione, che danno che meditare anco ai più sagaci. Mi raccordo di colui, che dopo aver bevuta una larga copia d'acqua gittava fuori per la bocca vini d'ogni sorta ad altrui piacimento, acque odorose, e per due spille nel tempo stesso latte, ed inchiostro, e sino sorbetti gelati. Trasse costui in ammirazione tutta l'Europa, ma non so, se sia mai stato svelato il secreto, e stimo, che l'arte sia perita col suo Artefice, perchè da molti anni in quà non se n'è più udita novella.

VI.

VI.

Chi non vuol esser deluso, dee tener dietro agli andamenti di coloro, che sono sospetti d'impostura, e non perderli unqua di vista. Ne sarà difficile il coglierli; conciossiache le trame dolose quantunque occulte richiedono d'essere industriosamente preparate, onde nasca la meditata illusione. Siccome gli Uomini non anno per se medesimi il potere di far un vero miracolo, così accade bene spesso, che i finti maliziosamente s'intrudano: lo che non si ottiene, se prima non si dispongano i mezzi opportuni per far giocare la macchina. Osservo, che gli antichi impostori appostavano i luoghi, ed i tempi, e le altre circostanze adattate ai loro disegni, vale a dire boschi tetri, e deserti, spelonche inaccesse, cave sotterranee consecrate dalla superstizione, e dallo spavento. Si aggiugnevano dense tenebre, cupo silenzio, cerimonie misteriose, suffumigj, unzioni, beveraggj narcotici; ed in due parole tutto ciò, che c'è di artifiziato, e di naturale per prevertire la fantasia. Gl'iniziati ne' misterj potevano ben accorgersi, che sotto il grand'apparato stava nascosta la fraudolenza, ed in fatti i più astuti non si lasciavano raggirare.

Anche ai giorni nostri i barattieri calcano presso che la stessa strada. Non mancano apprestamenti, prevenzioni, accordi segreti, e scelta di persone deboli fatte a posta per ricevere le dolose impressioni, che tenacemente si stampano nelle immaginative acuite dalla credulità, e tal fiata da una Religione superfiziale. Al contrario i germani miracoli procedono con candore, e con semplicità. Non ci si ricercano sagaci preparamenti, e studiati artifizj, ne si chiamano in ajuto i naturali prodotti. Lungi tutto ciò, che dà un qualsivoglia indizio di frode: anzi gli Uomini dabbene, e sinceri per lo più non sanno, che in quel loco, in quel tempo, in quella occasione abbia per loro mezzo a spuntare un portento. Piglinsi a ponderare i segni narrati dalle Sacre Carte, e massime gli operati da Gesù Cristo, e vedrassi di qual momento per segregare i veri dai finti sia l'accennato criterio.

Non se ne dee trasandare un altro di pari importanza, e che mai non falla. I furbi prendon sempre di mira un qualche fine obliquo, che non è talmente velato dall'ipocrisia, che una volta, o l'altra non traspariſca. Se dunque odorano costoro di ambizione, o d'interesse, o di disonestà, restano senz'altro scornati, e si è tolta loro dal viso la maschera, perchè ripugna, che i miracoli savoriscano i vizj. Quella Dama Romana, di cui fa menzione Giuseppe Ebreo, non si sarebbe lasciata cucculiare dai Sacerdoti d'Iside, e non avrebbe fatto getto della sua pudicizia, se avesse avvertito, quanto mal si accordi colla Divinità la lascivia.

 VII.

VII.

Gli spiriti buoni, o rei slegati dalla materia, fra quali conto le anime separate dai propj corpi, costituiscono una parte del nostro Sistema. Quanto agli Angioli, ed ai Santi uniti intimamente con Dio, e fedeli ministri, ed esecutori de' supremi comandi la Santa Scrittura non ci permette di dubitare, ch'eglino s'impiegano in effetti maravigliosi. Vegliano alla custodia di noi mortali, ci stimolano al bene, ci ritranno dal male, a nostro pro impiegano le lor preghiere, e si legge, che coll' apparire in forma visibile talvolta consolano gli Uomini pii, ed illustrano le menti colle rivelazioni. Al potere degli Angeli è stata altresì commessa la Divina vendetta, come la morte de' primogeniti d'Egitto, e la strage dell' esercito Assirio. Un Angelo ha trasportato per aria il Profeta Abacuc dalla Palestina fino in Babilonia in grazia di Daniel racchiuso nella cava de' Leoni: un Angelo ha scortato Tobia per lungo, e periglioso viaggio: una schiera d'Angioli ha ristorato nel Deserto il Salvatore dopo il lungo digiuno. Ma siccome questi Spiriti eletti non sono autori d'illusioni, ne di menzogne, così su tal proposito non ho che aggiugnere.

VIII.

Mi danno molto più da piatire i Demonj puri spiriti a Dio ribelli, e corredati di proprietà alla lor natura confacenti. Costoro, come m'insegna la Fede, fanno ogni sforzo per mettersi in uno stretto commercio cogli Uomini, e si arrogano sulle cose terrene un indebito dominio, facendo valere coi lor prestigj quella limitata potestà, che di usare a tempo, e luogo viene loro da Dio concessa per fini occulti, ed imperscrutabili. Quindi non rifinano di sedurci colle tentazioni, di perseguirci, di tormentarci, e si usurpano il divin culto, le adorazioni, i sagrifizj persino di vittime umane. Ne paghi di ciò si servono degli empj per vessare gl' innocenti; e da questo fonte è surta l'arte magica, le malìe, gli stregoni, le fattucchiare con tutti i sacrilegj, e le sceleraggini, che si tira dietro il detestando mestiere.

Su tal soggetto negli ultimi tempi sono usciti alla luce parecchj libri, ed il Lettore può consultarli. Approvo la sentenza del Signor Tartarotti, che si ride delle scorribande di Diana, e di Erodiade tanto famose ne' secoli barbari, e de' recenti notturni congressi delle lamie, e mi muovono assai più i fatti addotti, che le ragioni allegate. Veggasi il P. Melabranche, dove nella Ricerca della verità parla del contagio delle forti immaginazioni. Il Signor Conte Carli prende motivo di dubitare d'ogni sorta di stregoneccio, ma secondo me porta troppo avanti la cosa. Il Signor Marchese Maffei, che non nega gli Energumeni de' nostri tempi, vuole, che dopo la morte di Cristo, snervato totalmente il potere del Diavolo, siano cessati i maliardi: ma un caso dà mano all' altro, ne so comprendere il motivo dell'eccettuazione. Alcuni dotti Teolo-

logi si son opposti alle premesse opinioni, siccome nuove, e sospette in linea di Religione, ed io abbraccio il lor parere, purchè non si allenti soverchio il freno ad una puerile credulità. Io mi attengo al partito di mezzo, e dico, che bisogna in prima purificar bene i fatti, che saranno più rari di quello, ch'altri si pensa, e separarli dalle fraudi, e dalle illusioni (conciossiachè io non adotto tutte le favoluccie raccolte dal Gesuita Martin del Rio nelle sue magiche Disquisizioni) e poi por mente, se ci possa aver parte la sola malizia umana coi veleni a tempo, che prevertono i nostri organi, ovvero coi narcotici, che guastano la fantasia. Così ci verrà fatto di recare un retto giudizio degli avvenimenti straordinarj, che si chiamano preternaturali, che al Demonio ragionevolmente si attribuiscono. Per la qual cosa le regole d'una discreta critica m'an persuaso, contro il sentimento de'Signori Vandale, e Fontanelle, che gli Oracoli del Gentilesimo non erano tutti mere imposture, e che sovente gli spiriti maligni s'impossessavano delle Donne fatidiche, o delle statue per prendersi giuoco de'popoli, e de'Sacerdoti medesimi, e per confermarli nell'Idolatria.

IX.

Non ho compasso per misurare le tremende forze de' Demonj. So di certo, che sono circonscritte, e non giungono all' esorbitanza immaginata da' nostri Romanzieri

Ed ho talor con semplici parole
Mossa la Terra, ed ho fermato il Sole.

Non vorrei, che coll' accrescerle a dismisura, e coll' accordare ai Diavoli una piena libertà di usarle a lor capriccio s'introducesse un semimanicheismo; imperocchè da questo principio l' assurda setta ha tratta la sua prima origine. La Santa Bibbia ci dà alquanti saggj della possanza Diabolica. Iddio concede al Demonio di sfogar la sua rabbia contro Job, ma colla condizione *verumtamen animam illius serva*. Viene percosso il buon Uomo con una gravissima infermità giudicata probabilmente dal celebre medico Bartolini nel Trattato de *Morbis Biblicis* un ulcere Siriaco. Quinci Satana si vale de' mezzi umani, e spigne i masnadieri a spogliarlo delle sostanze, indi de' naturali, suscitando un turbine, che atterra la casa, ed opprime sotto le ruine i di lui figliuoli. De' Magi di Faraone terrò fra poco ragionamento. Intanto nel ricorso, che fece il Re Saule alla Pitonessa, pare, che le anime de' giusti fossero soggette alla potestà del Demonio, essendo Samuele comparso ai scongiuri della rea femmina. Ma questa è una vecchia quistione discussa ne'primi secoli della Chiesa tra Origene, ed Africano. Abbiam di certo dall'Ecclesiastico, che Samuele profetò dopo morto; e se mi fosse lecito di arrischiare una mia conghiettura, direi, che la vil donnicciuola campava miserabilmente la vita a forza di ciurmerie. In fatti

quando Dio per castigo del Re, che precipitava di delitto in delitto; suscitò l'anima del Profeta, avvenne ciò, ch'ella non si aspettava; laonde attonita esclamò: Ecco i Dei, che surgono dalla Terra: lo che non avrebbe fatto, se l'evento fosse stato uno de' soliti effetti dell'arte magica da lei professata.

E' noto il caso deplorabile degli Sposi di Sara, che fu poi moglie del giovine Tobia, uccisi l'un dopo l'altro dallo spirito persecutore: e nel nuovo Testamento oltre i frequenti indemoniati prosciolti da Cristo si ha, che il Diavolo tentatore trasportò per aria lo stesso Gesù sul pinnacolo del Tempio, indi sulla vetta d'un alto monte, dove gli fece vedere apparentemente tutti i regni del Mondo, e la loro gloria. Sin qui posso render un qualche conto delle forze demoniche, ma non già di ciò, che succederà nel fine de' tempi quando verranno da Dio slegate le mani al Principe delle tenebre. Costui opererà portenti in apparenza talmente ammirandi, che saranno capaci, se fosse possibile di sedurre per fino gli eletti: e Cristo ce ne ha resi anticipatamente avvertiti, perchè gli Uomini di quegli ultimi giorni si guardino dai prestigj, e dalle imposture dell'Anticristo.

X.

Mi verrà chiesto, con quali criterj possano discernersi le fraudi diaboliche dai veri miracoli; imperocchè pare, esserci tanta somiglianza fra le une, e gli altri spezialmente nel modo, e nella sembianza, che sia cosa molto malagevole ad accertarne la distinzione. Il Demonio si studia d'ingannarci coll'imitare più da presso le operazioni Divine, e coll'emularle; ma non si trasforma mai con tal artifizio in Angelo di luce, che non ci dia palesi contrassegni della sua malignità. Siccome i prodigj, che vengon dall'alto, se sono grazie, pigliano per iscopo il bene, e se son castighi, nell'atto stesso, che puniscono gli empj, ci servon d'esempio per ritirarci dal male; così all'opposto i prestigj magici vanno a finire nel peggio, e le finzioni tutte usate cospirano nell'avvilimento, e nella perdizione del genere umano. Offerì Satana a Gesù Cristo il possesso de' regni del Mondo, e delle lor glorie, ma voleva in contraccambio essere adorato: *Hæc omnia tibi dabo, si cadens adoraveris me*. Come avrebbe costui mantenuta la sua promessa, quasi che fosse in sua balìa il sovvertire l'ordine del Sistema? Ma egli è il padre delle delusioni, e delle bugie. Mostrano i Demonj di sottomettersi agli Uomini, e di obbedirli, e ne segnano i patti, ed intanto riscuotono omaggj, ed adorazioni; perchè gli stregoni venerano in esso loro una potestà superiore, di cui sacrilegamente si abusano, e non riflettono, che non ponno operare, se non se quanto da Dio vien loro permesso. Quinci per iscoprire le ingannevoli astuzie non si badi guari agli ostenti in sestessi, ma si ponga attenzione ai fini pessimi, cui sono maliziosamente indiritti.

Ol

Oltre che gioverà confrontare le illusioni fataniche coi Divini portenti. Una volta nelle fagre carte per nostra istruzione pare, che il Diavolo si metta a gareggiare con Dio. I Magi di Faraone si contrappongono a Mosè, ed ai veri mircacoli si fanno incontro coi frodolenti prestigj. Se lor va fatto di convertire apparentemente le verghe in ferpenti, non an poi virtù di restituirle nella pristina forma: anzi il ferpe di Moisè divorò i mal nati spettri, o le bifcie naturali altronde trafportate. Appresso i Maliardi si fermano attoniti, e confusi a mezzo il corso de prodigj, cui non ponno tener dietro colle illusioni, e col fatto confessano la vanità della lor Arte, e l'impotenza del lor Maestro. Simone il Mago dementava i Samaritani, dai quali era venerato come una Deità. Ma a fronte di Filippo operator di veraci miracoli perdette il credito, e fu obbligato a riconoscere nell'Uomo appostolico una potestà derivata da più alto, e più efficace principio. Diede dunque mano al Cristianesimo, febbene l'empio poco dopo prevaricò. Conchiudo, che il miglior partito di fegregare gli ostenti Diabolici dai Divini prodigj consiste nel metterli al paragone, esaminando accuratamente i motivi, i mezzi, i fini, e le conseguenze.

CAPITOLO SETTIMO

Qual influsso abbiano nel Sistema del Mondo i Miracoli.

I.

I Due primi punti spettanti, uno alla verità de'miracoli, e l'altro ai criterj, per cui si distinguono i veri dai falsi, mi sono costati quattro prolissi Capitoli. Il soggetto era di tal momento, ch'io non dovea risparmiare le necessarie avvertenze, nè trascurare quelle particolarità, che spandono qualche nuovo lume sull'oscura, ed importante materia. Sarà più breve il terzo capo, in cui m'innoltro a ragionare, qualmente i prodigj influiscano nell'ordine, e nella perfezione dell'Universo. Ma prima fa di mestieri fermarsi di proposito sopra una singolarità del nostro Sistema, di cui finora non ho fatto parola.

Mi si parano innanzi alcune opere d'una sfera superiore, che fra le creature fanno una nobil comparsa, e che vincendo d'assai le forze della Natura, per questo titolo avrebbero a registrarsi nel ruolo de'più segnalati miracoli. Ma cotali non sogliono comunemente reputarsi perchè tutto dì si fan vedere, e sono da leggi stabili regolate. Me ne danno il principal esempio le anime degli Uomini, ed un secondario quelle de'bruti. E quanto alle prime: da qual fonte deggio trarre la loro origi-

gi-

gine? Forse dal seno della materia corredata di forza? Ci vuol poco a capire, che l'estensione inerte costituita in quiete, o in movimento non è capace di trasformarsi in una conscienza indivisibile, che sa d'essere, ed in un atto intimo, che sopra sestesso essenzialmente riflette: Diremo forse, che un' anima dall' altra si genera, siccome una fiaccola accende l'altra, e senza perder nulla del suo in più fiaccole si disperge? Si denno dunque ammettere anime madri, e figlie, ave, e nipoti: la qual sentenza è piacciuta a taluno de' vecchj Padri, e da cui, quasi più confacente a darci una qualche spiegazione del peccato originale, non pareva alieno S. Agostino. Intenda chi può, qualmente una conscienza unica, ed individua in molte si separi, e prenda in prestito dai corpi la proprietà di dividersi. Ciò di buona voglia affermeranno coloro, che a dispetto di quell'io impartibile, e spezialissimo, dal quale ciascun'anima si sente affetta, si persuadono, che la materia possa abilitarsi a pensare.

II.

Del pari assurde sono le opinioni di coloro, che fanno le anime preesistenti ai corpi o da tutta l'eternità, o almanco in tempo. Già si è rapportato, qual fosse il parere di Platone, e la di lui fantasia brillante d'un falso maraviglioso adorna le nostre poetiche composizioni. Dell'anima della sua Laura così cantava il Petrarca

Anzi tempo per me nel suo paese
E' ritornata, ed alla par sua stella.

Stravagante altresì è la metempsicosi de' Pittagorici, per cui si finge la perenne trasmigrazione dell'anime degli Uomini ai bruti, e al contrario. L'ipotesi è stata da Lucrezio gagliardamente impugnata. Ed in fatti bisogna ben assortire i computi; imperciocchè se il numero dell' anime è determinato, conforme debb'essere, fa d'uopo, che ci corrisponda una pari moltitudine di viventi, nè più, nè meno: altrimenti o a ciascun animale non toccherebbe la sua, oppure parecchie anderebber vagando senza rinvenire dove posarsi. Raccordo di passaggio l'armonia prestabilita dal Leibinizio, per cui dal cominciamento del Mondo si sono epilogati, e concentrati ne' semi primitivi tutti gl' inviluppi, che passando di grado in grado, e da generazione in generazione, successivamente avevano a schiudersi, e che ad ogni embrione umano sia stata assegnata la sua anima ragionevole. Il supposto soggiace a gravissime difficoltà, che presentemente non metto in vista, e ripugna del pari alla Fisica, e alla Religione.

Esclufe le opinioni erronee, dee necessariamente dirsi, che avendo Iddio statuito di abbellir l'Universo, accoppiando lo spirituale al corporeo, e di congiugnere le due sostanze di genere diverso per via d'un mutuo maraviglioso commercio; la ragione mi detta, e la Teologia m'insegna, che le nostre menti si creano in quel tempo appunto, che ai cor-

corpi si uniscono, quando cioè gli organi del feto sono bastantemente disposti, ond'elleno giusto l'intenzione dell'Autore possano cominciare ad adoperarsi, esercitando gli uffizj, a cui sono destinate. Da principio si trovano affette da percezioni confuse, ed appoco appoco passano alle distinte, e fanno uso della lor intelligenza, e della lor volontà. Quinci ne segue, che Dio non cessa tutto dì dal creare, e che la repubblica degli Spiriti vassi di giorno in giorno aumentando.

III.

Quantunque paja, che il Cronista Moisè collochi nella sesta giornata la formazione di Adamo, e di Eva: *Et creavit Deus hominem ad imaginem suam: ad imaginem Dei creavit illum, masculum, & fœminam creavit eos. Benedixitque illis Deus, & ait;* ciò non ostante, è parere di molti sacri Interpreti, che quì ci sia una spezie di anticipazione nella narrativa tanto familiare alle divine Scritture, e che solo nel giorno dopo, come si racconta nel seguente capitolo, Dio sopì Adamo con un profondo sonno, gli cavò una costa, di cui si servì come di materia per organizzare la Donna, e c'infuse l'anima da Lui in tale circostanza, e non per avanti creata. Riposò dunque il sommo Facitore nel dì settimo per ciò, che concerne la struttura del Cielo, e della Terra, e de' loro ornamenti, che nel sesto erano alla total perfezione ridotti: *Et factum est vespere, & mane, dies sextus. Igitur perfecti sunt cœli, & terra, & omnis ornatus eorum. Complevitque Deus die septimo opus suum, quod fecerat: & requievit die septimo ab universo opere, quod patrarat.*

Non così avuto riguardo agli spiriti umani, che di tempo in tempo si creano per animare i corpi organici. E quì si noti il gran divario, che ci passa tra la materia insensata guarnita eziandio di forza, e le sostanze immateriali dotate di conscienza, e di riflessione. La prima prodotta in determinata misura fin da principio, e conformata in un buon partecipato Sistema produce da se nelle sue consuete operazioni diretta dalle leggi parte di necessità, e parte d'arbitrio dal Creatore ai fini intesi opportunamente applicate: laddove nelle seconde mette l'onnipotente mano il Divino Artefice, cavandole ad una ad una dall'abisso del nulla, e di tempo in tempo accrescendone il numero. Per la qual cosa la presente costituzione, quantunque unica, si rende vie più mirabile, perchè in essa il permanente fa lega col successivo. Per dar l'essere all'estensione inerte, e alla forza attiva, e per ordinarle a dovere bastò una parola creatrice, ed il Mondo materiale tutto in una fiata è comparso. *In principio creavit Deus cœlum, & terram.* Ma le anime razionali fanno di se mostra una dopo l'altra, e quanto più si moltiplicano, tanto maggiormente si aumenta la perfezione del Mondo fino a quel termine, che dal suo Sapientissimo Autore è stato provvidamente prescritto.

Ed ecco che verso il fine de'miei divisamenti mi si offre quasi impensatamente una singolar particolarità per avanti non avvertita del nostro Sistema. Dio non solo conserva ciò, che ha creato nella prima origi-

gine delle cose, ma s'impiega tuttavia a creare, facendo uso continuo d'una prerogativa, di cui non si può concepire la maggiore nelle operazioni al di fuori, e consiste nel massimo transito, che ad un suo cenno fanno le creature dal non essere all'essere. In questo mentre le fatture nuove, che giornalmente escono dal possibile, e vengono all'attualità, sono membri integranti della presente unica costituzione, che vassi sempre più compiendo, e gradatamente perfezionando. Appena spuntate entrano nell'economia dell' Universo, e cominciando subito ad operare, colle vecchie indissolubilmente si annodano, e fra l'une, e le altre una scambievole concatenazione s'istituisce: in quella guisa che aumentata la la copia de'cittadini, si aggiugne pregio ad un ben regolato comune.

IV.

Potrebb'essere, che ci si svelasse qualche altra particolarità del Sistema, se delle anime de'bruti, e delle loro interne affezioni si avesse una più chiara contezza. Per mancanza de'dati nulla di preciso può stabilirsi; imperciocchè ci converrà procedere per via d'una lontana, e poco intesa analogia. Per una parte gli organi, ed i sensorj di molte spezie d'animali irragionevoli sono talmente simili a quelli degli Uomini, che giudico un paradosso il reputarli affatto sforniti di sensazione; e non si dee porre nel nostro caso un'eccettuazione alla generale regola Nevvtoniana, che da cause sembianti non nascono effetti d' un genere totalmente disparato.

Se giusta la sentenza dell'ingegnoso Autore Spagnuolo nel libro intitolato *Antoniana Margarita* adottata dal Cartesio le bestie si fingono tante macchine, fa d'uopo dire, che sono state provvedute d'occhj per non vedere, d'orecchie per non udire, e di nervi per non sentire. Ben è vero, che tal opinione, benchè contraria al senso comune, tanto agevolmente non si convince di falsità. Dimandano i Cartesiani, se Dio potesse lavorare degli automi puramente meccanici, che nell'esterne operazioni rispondessero esattamente ai moti, che si scorgono negli animali. Il negarlo sembra una temerità ingiuriosa all' Onnipotenza. E mentre si conceda, ch'egli abbia saputo farlo, qual prova, qual indizio ci persuade, che così non abbia fatto? Il Signor Loke allega in contrario alcune plausibili ragioni di congruenza tolte dal canto artifiziale, e dalla loquela di certi uccelli sagaci imitatori delle nostre armonie, e del nostro articolato sermone. Pare, che gli ordigni a cotali uffizj preparati sieno onninamente superflui, sì perchè nulla contribuiscono alla lor natura, ed alla loro conservazione, e starne senza potrebbero; come pure perchè in pochissime di queste bestiuole vengono ad uso. Aggiungo, che se il Divino Artefice avesse dai citati Filosofi preso consiglio di costruire delle macchinette morte in vece dei viventi sensitivi, per me penso, che, attesa la discrepanza de'mezzi, e de'fini, sarebbero usciti alla luce automi dalla struttura del corpo umano totalmente dissimiglianti, conciossiachè avendo a nascere azioni analoghe bensì, ma da differenti principj, do-

doveasi supplire colla maestria degli ordigni a quella sorta di movimenti, che in noi dall'anima immediatamente procedono, e che siccome confacenti alla loro costituzione anco ne' bruti si osservano. Diasi un'occhiata all'erbe, ed alle piante, nelle quali, acciocchè allignino, crescano, e si propaghino, essendo bastante un artifizioso meccanismo, nè vedendosi in esse alcun vestigio di senso, anno sortita un' organizzazione da quella degli animali affatto diversa.

V.

Per la parte opposta accordato una volta alle anime delle bestie l'intimo principio del senso, ne segue, che ragionevolmente deggiono crederfi immateriali, ed indivisibili, e di conseguenza spiriti più, e meno perfetti di differenti spezie, e di varie percezioni dotati giusto l'esigenza delle lor diverse nature. Possiamo, quanto ci piace, distillar la materia inerte ne' lambicchi Aristotelici, che non arriveremo mai ad estrarne una quinta essenza di sensazioni, quantunque pigre, ed ottuse. In questo mentre ci passa un gran divario fra i sentimenti, e le azioni d'un'ostrica, o d'un zoofito, e quelli d'una simia, o d'un elefante. E quì viene a sesta la scala de' viventi corredati di senso raccordata dal Signor Vallisnieri, per cui si poggia di grado in grado dai piantanimali ai nicchj marini, e terrestri parte immoti, e parte mobili, indi al popolo innumerabile degl'insetti, e poi de' serpenti, quinci ai pesci, e per ultimo ai volatili, ed ai quadrupedi di più fina solerzia guarniti. Nè poss'io persuadermi, che l'anime delle bestie siano tutte d'una pari perfezione dotate, e che la diversa sagacità deggia soltanto ascriversi alla struttura degli organi più, o meno magistralmente lavorati. Io le credo varie di genere, e differenti nei gradi dell'eccellenza, parendomi consentaneo alla ragione, che si prenda indizio della loro speziale natura dalle affezioni più svegliate, o più torpenti, di cui son capaci. Per la qual cosa Iddio, che non opera indarno, ad un zoofito, che appena vive, e sente, non applica un' anima di sfera superiore atta a reggere le membra d'un animale di più fini sentimenti dotato.

Alcuni Filosofi troppo arditi anno sollevate le anime de' bruti alla dignità delle umane: anzi c'è stato chi alle nostre le ha preferite, siccome quelle, che vivono paghe del loro assai più semplice stato, e nelle lor operazioni pigliano unicamente norma dai dettami della Natura. Con gran pompa di eloquenza il Signor Bail si è ingegnato al suo solito di dar corpo al paradosso di Girolamo Rorario. E' curioso il motivo, che indusse costui a comporre il suo famoso libro su tal proposito. Si trovò in un' adunanza, in cui un Uomo per altro dotto si lasciò uscire di bocca, che l'Imperator Carlo Quinto non uguagliava gli Ottoni, e ne tampoco Federico Barbarossa. Non ci volle di più, perchè Rorario desse nelle smanie, e che raccolti molti fatti singolari sopra l'industria de' bruti, e sulla malizia umana, compilasse il suo Trattato, in cui fa ogni sforzo per pro-

vare, che le bestie sono degli Uomini assai più ragionevoli. Fors'egli si è accinto a stabilir la sua massima sull' esempio di se medesimo inteso a rinnegare il buon senso: sebbene nell' atto stesso di sofisticare mostra, quanto fosse superiore agli animali. Ma viene smentito dai fenomeni, che accuratamente, e senza prevenzione considerati, ci fanno toccar con mano, *quid distent æra lupinis*.

E' vaglia il vero, ponghiamo attenzione ai moltiformi lavori, parti giornalieri della sagacità umana, e cerchiam brevemente, onde traggon l'origine. Ognuno vede in sestesso, che ci si richiede intelligenza accompagnata da iterate riflessioni, che ci ammoniscono, quai partiti, quai mezzi abbiamo a scerre in ordine ai fini, che ci siamo prefissi: lo che non si otterrebbe, se non ci fosse in noi una libera facoltà di determinarsi ad operare talvolta meglio, talvolta peggio secondo le circostanze. Quinci si rende ragione della varietà, che si ravvisa intorno le costumanze, le lingue, e le fatture degli Uomini in tempi diversi, ed in differenti paesi, le quali di giorno in giorno si mutano, e nel medesimo stato non perseverano. All'opposto l'inalterabile uniformità di agire, che ne' bruti si mantiene in ogni secolo, ed in ogni clima costantemente, da altri principj senza fallo dipende. Sono eglino fedeli attori d'una rappresentazione, in cui nulla ci metton del propio siccome diretti da un Artefice superiore, che gli fa giocare nel teatro dell'Universo. Ed in fatti quando mai son giunti a comunicarsi per mezzo de'segni esterni gl'intimi lor sentimenti; quando a tramandare in iscritto a'posteri le notizie degli antenati; quando a procacciarsi i comodi, e le delizie? Sono forse d' un' altra struttura gli alveari delle pecchie Moscovite da quegli delle Italiane; ed i nidi de' canerini dell' isole Fortunate da quelli della Colonia trapiantata in Toscana nell' isola d' Elba per occasione d' un accidentale naufragio?

Queste particolarità, ed altre di simil fatta mi danno chiaramente a conoscere, che le bestie sono di lunga mano inferiori agli Uomini, perchè mancano d'atti riflessi. In esse non opera la forza dell' arbitrio, di cui non si ha alcun ben accertato indizio. Per la qual cosa la vera natura di cotali spiriti unicamente consiste in una imperfetta consçienza, che sopra sestessa non si ritorce, e che si tira soltanto dietro una serie di affezioni sensibili derivate dagli impulsi degli obbietti esterni, e temperate dalla varia struttura degli organi. E se sono dotate di senso, e di percezioni, e conseguentemente non materiali, come anno pensato parecchj illustri Filosofanti, ed in ispezie dopo S. Agostino il Pontefice S. Gregorio nel proemio posto in fronte al quarto libro de' suoi Dialoghi; pare, che le anime irragionevoli sciolte dai loro corpi si rendano affatto inoperose, ed incapaci d'esercitare qualunque uffizio vitale. E se così fosse, attesochè la Natura non ammette sostanze oziose, ed onninamente inutili, le quali colle altre, di cui si compone il Sistema, non sono nè punto, nè poco in commercio; e di più fatta la riflessione, ch'esse non an vigore di distruggersi da se medesime, non si dipartirebbe forse dal verisimile colui,

lui, che credesse, adoperarsi continuamente l'Autore delle cose a tempo, e luogo nel predurle, e nell'annientarle: lo che nascerebbe di conseguenza probabile da quella individuale sostanza, e da quelle relative affezioni, di cui son corredate, e nella lor essenza costituite.

Il Conte Lorenzo Magalotti nella lettera vigesimaquarta dopo aver rapportato il detto di S. Bernardo, che le anime de' bruti intanto son anime, inquanto vivificano, e lasciano d'essere anime, quando cessano di vivificare, soggiugne: Ora chi dicesse, che Iddio siccome creò da principio una mole immensa di materia maggiore per avventura di quella, ch' Egli impiegò in usi determinati in quel primo dirozzamento del Mondo; così potesse creare ancora un numero infinito di spiriti d'infima sorte maggiore altresì di quello, ch'Egli impiegò ne'corpi di quei primi animali creati, avrebb' egli a passare per Origenista? Ripiglia poscia: ma dove, mi direte, relegò Egli questi spiriti oziosi? e risponde, che potrebbe taluno darsi ad intendere, che sparsi, e seminati gli spiriti per così dire infiniti degl' irrazionali per ogni parte dell' Universo, alla prima opportunità, che si offerisca loro di rinchiudersi in una massa di materia conveniente alla loro condizione, quivi solamente, e non altrove comincino ad essere anime. Quindi per ultimo conchiude: tutta la fabbrica di questo propriamente castello in aria non ha appresso di me altro fondamento, che l'immitigabile avversione, ch'io provo in figurarmi la materia atta ad esercitare la minima di quelle funzioni animali, che volgarmente si attribuiscono all'anime degl'insetti i più storditi. Sin quì il lodato Autore, e pare, che la sua opinione facilmente ricada nella Pittagorica Metempsicosi, mentre però non si stabilisca una legge in Natura, che una di queste anime in potenza dopo essere stata abilitata ad adempiere i suoi uffizj, congiugnendosi ad un corpo organico, si renda affatto inetta per informare il secondo. Orsù io su questo punto oltre modo perplesso non ardisco di arrischiare il mio sentimento.

VI.

Ritorno agli avvenimenti straordinarj comunemente stimati miracolosi, perchè di rado, e fuori del corso naturale succedono. Presentemente da' puri fatti non mi diparto: e ben sanno gl'Increduli, che i prodigj avverati, i quali sormontano il potere del caso Epicureo, e della necessità di Stratone, ci danno un' infallibil testimonianza, che c'è Dio; mercè che da Lui solo, e non da qualunque altra escogitata cagione posson prodursi. Per la qual cosa coloro, che non an coraggio di riderseне, e di sfacciatamente negarli, s' ingegnano a tutto costo d'inorpellarli, ed oppongono: I portenti, tali quali si spacciano dai cultori della Divinità, mettono a soqquadro l'economia del Sistema, e conseguentemente caricano Dio di difetti, e d' imperfezioni; quasichè non abbia egli saputo assortire un Mondo, che da sestesso si regga, ed in

cui non si avesse di quando in quando a mettere la mano ammendatrice per ristorarlo. Adunque non c' è Dio, e non ci sono miracoli, i quali vogliono ascriversi alle forze della Natura, ed agl' insoliti accoppiamenti delle cause secondarie.

Qualora io mi accingo colla debita sommessione, e cautela a ragionare della mirabile simetria dell' Universo, fa d' uopo, ch' io tenga sempre un occhio fisso al Facitore, e l' altro alla fattura. Deggio per una parte guardarmi, che non mi esca di bocca qualche inconsiderata proposizione, che direttamente, o per obliquo vada a ferire la Divinità, spogliandola di taluno de' suoi supremi attributi. Con ciò accaderebbe, che per tener salda la struttura da me mal ideata dell'opera perderei di vista l' industria del lavoro con ingiuria dell'Operiere. Dall' altra parte non ho da fingermi una costituzione mondana fabbricata di mio capriccio. Conviene, ch' io la concepisca tal quale in fatto si è senz' aggiugnerci, o toglierci per mio conto qualsisia particolarità, di cui va corredata. Bisogna dunque ben accertare i fenomeni, e ben usarli nel dedurre le conseguenze, conforme io mi sono ingegnato di fare in tutto il corso di questa mia fatica. Così posto a confronto il sapere, e la possanza del Creatore coll' ubbidienza delle creature, mi anderà fatto di combinare il disegno coll' esecuzione, e di liberar l' Architetto, e l' edifizio da que' disordini, che vengono tutto dì esagerati da' Miscredenti.

VII.

Ed in prima Dio non sarebbe Dio, se non esercitasse un pienissimo dominio sulle fatture uscite dalle sue mani: imperciocchè qual è quella sostanza limitata, che possa sottrarsi al suo imperio, ed all' ordine della sua Provvidenza? Niente dunque succede, ch' egli non voglia; e siano pure le cose prodotte fornite di ragione, e di libertà, non si permette loro di servirsi di tali prerogative, usandole, ovvero abusandole salvo che sino a quel segno, che da Dio è stato prescritto.

In secondo luogo il cumolo de' mali morali, ch' entrano nel presente Sistema, siccome preveduto, e permesso non può ricrescere, ne scemare; attesochè ogni mutamento porterebbe in sestesso, e nelle sue conseguenze una diversa economia. Egli è vero, che un Uomo, valendosi del suo libero arbitrio, è capace di qualunque misfatto, ma nol commetterà; perche non verrà messo in quelle speziali circostanze, che colla provvidenza prestabilita non si confanno. Per la qual cosa S. Agostino con un' espressione degna di lui chiamava Dio regolator delle tenebre.

In terzo luogo se per divina disposizione nel nostr' ordine di cose tutti gli avvenimenti tanto simultanei, quanto successivi, tanto quegli, che dipendono dalle cause necessarie, quanto gli altri, che derivano

vano dalle libere, sono prefissi, ed inalterabili, egli è manifesto, esser unico il Sistema dell' Universo; imperocchè non soggiace a variazione, e nulla d' impensato in esso si genera. Perciò un Mondo non corre dietro l' altro, e non si dà luogo a riforme, ed a pentimenti.

VIII.

In questo mentre chi poteva vietar a Dio di far uso della sua infinita libertà non solo nella primitiva origine delle cose, scegliendo una particolare costituzione a suo beneplacito, ma di più mescendo in progresso, e di quando in quando le sue straordinarie operazioni colle consuete della Natura, e colle libere delle sostanze razionali. Chi sarà così coraggioso, che ardisca negare, non aver Lui potuto, o voluto prefiggersi alcuni fini occulti, che chiamassero per mandarli ad esecuzione degli effetti superiori ai soliti magisterj delle cagioni seconde? Ed appunto questi sono i miracoli, i quali numerati, distribuiti, ed ordinati a loco, a tempo, ed alle occasioni del Sistema in cui siamo collocati, immediatamente appartengono, ed al suo vero compimento il riducono.

Se Dio si fosse disposto in qualche singolar circostanza ad operar un prodigio prima da Lui non pensato, e non preveduto, e si fosse comportato a guisa degli Uomini, cui senza premeditazione, ed all' improvvista viene in capo di cavarsi una voglia, e di mettere a campo una novità; so ancor io, che nascerebbero gl'inconvenienti allegati dagli Avversarj. S' interromperebbe il corso regolare delle azioni, e degli effetti, e si diversificherebbe l'armonia dell' Universo. Ma il disordine in fatto non si verifica, essendo falsa l' ipotesi, che temerariamente si assume. E' un intollerabil assurdo, che Dio, cui tutto è presente, muti proponimento, e si determini ad impiegarsi a giornata conforme le circostanze, che gli si affacciano: Egli, il quale conosce la serie di tutte le particolarità ad una ad una concernente la costituzione di cose, che a preferenza di qualunque altra si è compiacciuto d' eleggere.

Ci basti senza interrogarlo perchè così abbia fatto, e non altrimenti, aver Lui deliberato di crear un Sistema giusto i suoi fini, che di penetrare non ci è conceduto, in cui cospirano varie maniere di operare, e nel quale si accoppiano il necessario, ed il libero. Se poi ha decretato di frammetterci anche i prodigj in numero, ed in misura, poste da canto le visioni degli Atei, fermamente si creda, non esser questi un non so che di sopraggiunto, e di estrinseco, ma bensì requisiti indispensabili, e parti integranti del Sistema medesimo, che non si ponno toglier di mezzo, se non si cangia scena, ed il nostro Mondo in un altro affatto diverso non si trasforma.

A ca-

A cagion d' esemplo fingasi, che il popolo Ebreo perseguitato dagli Egizj non fosse stato difeso da Dio con uno stupendo portento, e con aprirgli il passaggio a traverso del mar rosso; anzi che i nemici l' avessero tagliato a pezzi, o ridotto nella primiera schiavitù, egli è manifesto, che dalle innumerabili conseguenze indi nascenti si sarebbe introdotto un altr'ordine di cose, e di eventi onninamente disparati da quegli, che in fatto sono accaduti. Ma perchè Dio non gli ha voluti siccome alieni dal Sistema nella sua mente prestabilito, appunto perchè non seguano, e perche non si muti la serie degli avvenimenti, si dovea interferire un miracolo: il quale tanto è lontano, che sconcerti l' economia del nostro Mondo, quanto che è stato opportunamente impiegato per conservarla.

E quì si noti per così esprimermi; che i prodigj son passeggieri nella causa, e nell'effetto permanenti. Voglio dire, che ottenuto l' intento, cessa l'azione miracolosa, ma dura il benefizio conseguito. Richiamato Lazzaro da morte a vita, più non fece uso Gesù Cristo della sua Onnipotenza, ed il risorto continnò a vivere, e ad operare giusto le leggi comunemente praticate dalla Natura. Ben è vero, che dal portento antecedente, per cui si rifece il corpo organico, e coll' anima di nuovo si congiunse, le susseguenti operazioni vitali trasser l'origine.

IX.

Si può muovere una quistione, cioè se i miracoli accrescano le perfezione dell'Universo. Io non ne dubito punto. La dignità dell' Agente, i modi straordinarj di operare, ed i fini sublimi, per cui si mesce il naturale col prodigioso, mi convincono appieno, che resti di molto migliorata la condizione del Sistema. In fatti non saprei capire, che per peggiorarla Iddio c'impiegasse sovente la sua superiore possanza. E s'Egli ad ogni altra l'ha liberamente anteposta, non mi si darà ad intendere, che l' elezione sia caduta sulla più difettosa.

La Natura è un continuo generale miracolo regolato da leggi costanti: laddove ciascun fatto portentoso richiede un particolar insolito magisterio. E benchè io non ne sappia render conto, inferisco però, che tanto è più perfetto il complesso delle cose, quanto più vi si adoprano tal fiata intorno de'singolari artifizj. Se mi fosse lecito per compimento del mio subbietto proporre una mia congettura, direi, che per fare un miracolo nulla si crea, e nulla si distrugge in Natura di ciò, che appartiene alla quantità della materia da principio prodotta, ed all' aggregato delle forze ad essa comunicate. Non c'è motivo di disfare, perchè Dio delle sue fatture non si pente, nè di far di nuovo, perchè non opera indarno; e le Sacre Carte mi ammoniscono, che compiuti i suoi lavori nel sesto giorno per quello concerne i producimenti materiali, levò la mano dalla tavola, e *requievit ab omni opere, quod patrarat*. Conseguentemente non si perturbano l'intime essenze delle sostan-

ſtanze, lo che ſarebbe un annientarle, ma ſi alterano ſoltanto le modificazioni, e ſi fanno ſervire ai diſegni le leggi naſcenti dalla neceſſità, e dall'arbitrio, in un modo inuſitato al fine propoſto congruamente applicandole. Per la qual coſa non ſarei alieno dall'opinare, che una buona parte de'miracoli conſiſteſſe nel dar tratto tratto nuove organizzazioni alla materia, e nel trasferire le forze da corpo a corpo. I primi da me ſi appellano prodigj di ſoſtanza, ed i ſecondi di modo; ſiccome io mi ſono di ſopra ſufficientemente ſpiegato. Ci ſaranno de' meccaniſmi ancor più reconditi, e degni della Divina Sapienza, ma io ſono perſuaſo, che Dio in qualunque incontro operi per le ſtrade più facili, e ſemplici, e che meno, per quanto è poſſibile, ſi diſcoſti dalle maniere uſate nella creazione del Mondo; perchè così richiede la ſua intelligenza, e la ſua coſtanza.

X.

Fa di meſtieri deporre un pregiudizio, che ſuole bene ſpeſſo turbare, e confondere i noſtri concepimenti, ed è appunto l'idea della novità, che per lo più è uno ſpettro fabbricato dalla noſtra ignoranza. In Dio non ci ha nè recente, nè antico, e per ſarmi intendere mi vaglio d'un appropiata ſimilitudine. Nelle ſceniche rappreſentazioni riesce nuovo agli Spettatori il veder comparire in palco un perſonaggio dopo l'altro, ed un dietro l' altro gl' inaſpettati mirabili avvenimenti. Ma non così al Poeta, che gli ha legati inſieme, e nella ſua mente ha ben digerita la ſerie de'ſucceſſi accoppiati con un artifizioſa unità. Facciam conto d'eſſere noi gl'aſtanti alla grand' azione, che ſi recita nel teatro del Mondo. Ogni coſa, che accada d'inſolito, e fuori delle regole naturali, che ci ſtanno ſempre anzi gli occhj, ed a cui ſiamo aſſuefatti, ci ſorprende, e ſi giudica un'innovazione, perchè non aſpettata all' improvviſo ci colpiſce. Tale però non è riſpetto il Sommo Facitore, il quale ha sì fattamente concatenati inſieme gli eventi, che la varietà ſi uniſce coll'uniformità, e nulla mai ſpuntando d'impenſato, tutti in un ſolo ben concertato Siſtema mirabilmente coſpirano.

Ho notato nel Cap. II Lib. II. Part. II. non eſſerci ripugnanza, che dagli ſteſſi materiali diverſamente diſtribuiti, e da' primi elementi variamente organizzati ſi formi un'altra almeno in parte differente ſtruttura. Due volte ſi è notabilmente mutata la faccia della noſtra Terra, la prima dopo la prevaricazione di Adamo, la ſeconda dopo l'univerſale Diluvio. Si ſta aſpettando la terza nel fine delle generazioni, che ſiccome l' ultima, e la maſſima riformerà da capo a fondo la Terra, ed i Cieli. Non ſi creda però, che ſi apra un'altra ſcena, e che la vecchia coſtituzione di coſe in una novella ſi converta. L anteriore è talmente conneſſa colla poſteriore, ch' entrambe ad un ſolo compoſto appartengono, ed una progreſſione di ſucceſſi ben ordinati coſtituiſcono. Poſto, che le accennate particolarità non ſi adempiano

giuſto

giusto i disegni del Supremo Autore, ne segue, che non si tien ferma l' economia dell' ideato Sistema, il quale, mancando le suddette trasformazioni, non risponde all'intenzione dell'Artefice, che in solido l' ha prescelto, ed alla debita perfezione condotto. E perchè egli è evidente, che la Natura, facendo uso de' suoi soliti lavori, non ha forza bastante per procurarsele, e per passare da stato a stato, convien dire, che Dio ci metta del suo, e che questi mutamenti siano altrettanti miracoli di prima classe, che s' insinuano a luogo, e a tempo per dare intero compimento alla fabbrica premeditata, e voluta.

XI.

Sia l' ultima conclusione, che trattandosi de' miracoli basta, che bene si accerti il fatto, ed inoltre gli aggiunti, da cui è preceduto, e seguitato, e guari non importa, che se ne sappia il come si pervenga all' esecuzione. Se non arriviamo a comprendere per la maggior parte i lavori della Natura, quanto manco ci riuscirà di penetrare ne'magisteri più reconditi, in cui Dio c' impiega uno straordinario artifizio. Alle volte gli Uomini ne' lor maggiori bisogni chiedono a Dio una grazia, e non si prendono altro pensiero, lasciando a Lui la cura del rimanente. Ma tal fiata il fervore gli trasporta ad indicarne persino il modo: nell'esaudirli tocca a Dio l'eleggere la maniera più confacente. Giosuè vedendo gl' inimici a darvolta, e a cedere il campo, bramoso di sterminarli comandò con una piena fiducia, *Sol contra Gabaon ne movearis, & Luna contra vallem Ajalon*. Pensò egli col trattenere il Sole sull' Orizzonte, e di conseguenza la Luna, da cui potea trarre poco profitto, di dar l' ultimo compimento alla sua vittoria.

Del fatto non si muove quistione, ma intorno i mezzi non van d' accordo i Maestri in Filosofia, e in Divinità. Alcuni, che non possono persuadersi, aver Dio messa l'onnipotente destra ne' rivolgimenti delle sfere celesti, e nella gran macchina del Mondo, ricorrono, chi ad una insolita propagazione di luce, chi ad un'Aurora Boreale, e chi ad un Parelio comparso in sembianza del vero Sole. Il sacro Testo ci assicura, che non si vide mai un dì più lungo nè prima, nè poi, alla qual notabil circostanza le addotte immaginazioni mal soddisfanno; imperciocchè non si sarebbe, tramontato il Sole all' ora consueta, prorogato il giorno, ma bensì illuminata straordinariamente la notte.

I Pittagorici, ed i semi-Copernicani si tirano facilmente d'impaccio, dicendo, che bastava fermare, o rallentare la vertigine giornaliera del globo terracqueo intorno il suo asse, onde il Sole o stesse immobile a mezzo Cielo, o non pervenisse se non più tardi all' occaso. Nell' ipotesi di Tolommeo s' incontra un qualche intoppo, massimamente dappoichè ha notato l' acutissimo Galileo, che, arrestato nell' Ecclittica il movimento propio del Sole, il dì doveva accorciarsi in vece

vece di prolungarsi. Per la qual cosa affine di ottenere l' intento conveniva scerre uno de' due partiti. O facea mestieri dirigger l'imperiosa parola al primo mobile, piuttosto che al Sole, e alla Luna, e fermarne il rapidissimo giro, che in ventiquattr'ore si compie, e con seco quello di tutte le stelle fisse, ed erranti: ovvero aveasi ad impedire, che i due maggiori luminari non venissero strascicati dalla diurna circolazione; anzi riposassero immoti, mentre tutti gli altri gran corpi non erano frastornati dal continuare il comune viaggio.

In qualsisia foggia siasi Dio adoperato nel produrre il segnalato portento (conciossiachè ad un Agente d' infinita possanza dotato è del pari facile ogni maniera) pare, che al rigore della lettera star non si deggia, e che nella narrazione ci sia un so che di apparente, e di popolare, che palesandoci chiaramente il successo, del modo non ci dia sufficiente contezza.

APPENDICE.

CAPITOLO PRIMO

Degli errori de' Filosofi intorno le particolarità del Sistema.

I.

DAppoichè io mi sono affaticato a misura delle mie forze per mettere in vista alcuni pochi requisiti, ch'entrano nella presente costituzione dell'Universo, avvegnachè i più reconditi in gran parte nel profondo della Natura stanno nascosti, e si sottraggono alle nostre indagini, do l'ultima mano al mio subbietto col sottoporre ad un accurato esame le varie opinioni delle filosofiche famiglie. Egli è vero, che i Fisici antichi, e moderni anno battuta tutt'altra strada, e da quella, ch'io mi sono agevolata, talmente diversa, e del mio metodo ho reso conto nella mia Introduzione: non pertanto nel fabbricare i loro Mondi ipotetici non an potuto trasandare i materiali, di cui si sono serviti per architettarli a loro talento senza punto badare ai fenomeni, ed alla retta ragione. Alcuni spogliano la Natura di certe sostanze integranti, ed indispensabilmente necessarie, tolte di mezzo le quali, non può sussistere l'economia delle cose, ed in tal guisa s' alza un edifizio mancante di fondamento Altri si adoperano in togliere ai corpi, ed agli spiriti le proprietà essenziali, e sovvertono da capo a fondo le leggi naturali, che danno norma alle cagioni, e agli effetti. Ci sono poi coloro, che alle verità più palesi inavvedutamente si oppongono, ed urtano tratto tratto in assurdi, e in contraddizioni. I disordini procedono principalmente dalle ipotesi arbitrarie, che mal si assumono siccome basi de' nostri divisamenti, e ch'essendo o false, o per lo meno incerte, delle strane illazioni si tiran dietro, e quanto più col discorso si progredisce, tanto maggiormente si moltiplicano gli errori.

II.

Chi si sarebbe mai avvisato, potersi trovare una sorta di cervelli stravolti, che ardissero di negare assolutamente i criterj del vero, e del falso? Eppure è giunta a tal eccesso la nuova Accademia in più Sette divisa, sebbene costoro non van d'accordo. Gli Scettici non riconoscono alcuna nota, che ci palesi la verità, ma ammettono almanco gl' indizj del più, e del meno verisimile, e non si accorgono, che la probabilità, la quale occupa soltanto la nostra mente, e che bene spesso di giorno in giorno si muta, come ne siamo ammoniti dall'interna sperienza, non istà scritta sul libro della Natura. Per la qual cosa non ragionano eglino coerentemente ai loro principj; imperciocchè è molto più probabile, che si accertino i segni del vero immutabile, che quegli del verisimile a variazioni soggetto.

Pirrone, ed i suoi Discepoli troncano il nodo, cui non sanno scioglierе, ed addossano una pari incertezza a tutte le umane apprensioni, senza che mai si possa discernere il vero dal falso, ed il verisimile dall' inverisimile: anz' interrogati, se almeno sappiano conforme la celebre sentenza di Socrate di non saper cos'alcuna, francamente rispondevano, che anco su questo punto erano ambigui, e che dubitavano della loro stessa dubitazione, e se fosse vera, o probabile l'opinione, che acremente sostenevano. Quali pessime conseguenze nascano da cotali delusioni, e massime per ciò, che riguarda la società, ce le ha indicate S. Agostino ne' suoi dottissimi libri contro gli Accademici, che meritano d'esser attentamente letti, e ponderati, piuttosto che l'articolo del Bayle concernente Pirrone. In fatti disputandosi con calore a cagion d'esempio, se il furto, l'adulterio, l'omicidio siano buone, o ree operazioni, se misfatti, o virtù, se giovevoli, o nocive al comune, nè essendoci motivo, che per una parte, o per l'altra ci liberi dalla perplessità, i Pirronisti staranno sempre in bilancia di commetterli, o di astenersene. Ma eglino vivevano come gli altri cittadini, e si guardavano dal turbare i diritti della società; laonde le loro sottilissime specolazioni erano filosofiche inezie, e meri giuochi d'ingegni presuntuosi.

Ha data occasione allo spuntare di questa Setta la soverchia confidenza de' Dommatici, ne' quali era intollerabile l' arroganza di saper tutto, quasichè le loro cognizioni andassero del pari coi lavori della Natura. Quinci gli Scettici per farli arrossire, e per convincerli della lor superba ignoranza si sono gittati dal partito diametralmente opposto. Se si fossero contenuti entro i termini del ragionevole, ed avessero detto, che non basta vestirsi del pallio filosofale per soddisfare su due piedi ad ogni quisito; conciossiachè quel pochissimo, che si arriva a comprendere, è una parte infinitamente picciola di ciò, che rimane a sapersi, si sarebbero conformati al modesto detto Socratico, *Hoc unum scio, quod nihil scio*, per cui fu riputato il sapientissimo fra gli Uomini della sua stagione. Mancavano forse proposizioni erronee, ed assurde da impugnare

fra

fra le numerose Sette, che allòra in Grecia fiorivano? Così avrebbero acquistato il merito di purgare le scienze dagli equivoci, e dai paradossi. Per troppo intraprendere anno perduto il credito, e la loro scuola contenziosa, e sofistica prima delle altre è andata in dimenticanza; e se a'giorni nostri da qualche bell'umore è stata richiamata a nuova vita, ciò è stato fatto in grazia della sua antichità, e per una spezie di condescendenza.

E vaglia il vero, il mostrarsi sospeso, ed irresoluto sopra ogni cosa, anche delle più certe, e per così dire palpabili; il dubbiare, se ci sia Mondo, oppure se ciò, che si vede, e si tocca, sieno tutte illusioni; peggio il tergiversare persino sulla propia esistenza, ed immaginarsi, che siamo incerti del nostro medesimo essere, io le reputo esorbitanze tali, che non credo, che ci sia persona discreta, che possa mai credere, che costoro le credessero. Nell'Anfitrione di Plauto quel buon servo di Sosia raggirato in mille guise da Mercurio, per modo che non sapeva più in qual Mondo si fusse, si contentava in sestesso, e fra se diceva: io certamente penso; dunque io sono, e sono Sosia, cioè io son io. Voglio, che un Empirico consumi l'intiera sua vita in cercare inutilmente l'evidenza, che non giugne mai ad afferrare, ingombrato da una invincibile perplessità; ne segue perciò, che nell'atto stesso, che inquerisce, non sappia d'inquerire, e di dubitar, mentre dubita, e che non sia patente la legittima conseguenza, che nel tempo medesimo sa infallibilmente di essere?

Questa verità è inconcussa, su cui non si può gavillare, se non se da chi rinnega la propria conscienza, e mentisce sestesso, qualora si sforza di rinnegarla. Per la qual cosa ottimamente Renato Cartesio dopo S. Agostino ha assunto l'addotto principio siccome base solidissima delle nostre cognizioni, e che irreparabilmente gitta a terra le sofisticherie de'novelli Accademici. Bramerei, che costoro senz'aggirarsi quà, e là, e senz'andar in traccia delle quistioni più oscure per dar colore alla lor affettata incertezza, si fossero ristretti a contemplare le lor intime percezioni, e gli atti riflessi, che le accompagnano; e so ben io, che si sarebbero accorti, che da questo fonte fluiscono le idee semplici, ed originarie, e le verità capitali, a cui siccome a tanti irrefragabili assiomi i nostri raziocinj si appoggiano. Basta il riflettere, che in noi le affezioni si van mutando, che l'una all'altra succede, perseverando noi ad esser noi, e subito ci formiamo un distinto concetto delle sostanze, e de'modi, del tempo, dell'ordine, dell'unità, e de'numeri. Se poi badiamo alle sensazioni, che rappresentano gli obbietti estesi, figurati, mobili, e forniti di parecchie altre proprietà, di cui non siamo a parte salvo che nel concepirle, non è egli manifesto, che nella nostra mente s'insinuano le nozioni della trina dimensione, della forza, del moto, delle azioni, e delle reazioni, delle cause, e degli effetti. Ed in ordine a ciò cominciano a pullulare i primi germogli delle scienze matematiche pure, e miste, ed eziandio della Fisica, e delle facoltà subalterne. Dovea dunque Sesto Empirico risparmiare le sue fallaci sottigliezze contro

i Geo-

i Geometri, i quali senza prendersene fastidio an proseguito a lavorare le loro dimostrazioni.

III.

Succedono gli Ateisti, i quali intesi a guastare l'economia del Sistema mondano riconoscono l'opera, e non l'Operajo. Ad un principio infinitamente saggio, possente, e libero ci sostituiscono due vocaboli, che nulla significano in realtà, viene a dire un'ignorante, e fiacca necessità, ovvero il caso irragionevole, e capricciofo. A detta di costoro in Natura altro non c'è che materia, la quale, quantunque sia una sostanza imperfetta siccome d'intelligenza sfornita, contiene però nel suo seno una virtù tanto efficace, che si è da se medesima ab eterno prodotta, e si è conformata o necessariamente, o per fortuna in una ben regolata costituzione. Lo Spinosa, che ha raffinato il Cartesianismo, adottata la massima, che in nessun modo la materia inerte composta di parti possa abilitarsi a pensare, ha preteso di compiere il nostro Sistema col fingersi una conscienza universale, dal cui fondo inesausto le particolari traesser l'origine, e con esso lei dopo la morte de' viventi tornassero ad incorporarsi. Quì dico io, o questa generale conscienza consiste in un atto unico, ed indivisibile, per cui sa di essere, oppure va riposta tra quelle sostanze, che della lor esistenza non sono consapevoli. Nella prima ipotesi importa contraddizione, che in moltissime coscienze si smembri affette da percezioni diverse come il suono, ed il caldo, ed eziandio direttamente contrarie, come il piacere, e il dolore, Nella seconda sarebbe un mero nulla, perchè non parteciperebbe nè delle proprietà de'corpi, nè di quelle degli spiriti.

Il citato Autore prese in prestito la sua visione degli antichi Filosofanti, che si credettero il Mondo materiale da una mente informato.

Mens agitat molem, & magno se corpore miscet.

Platone, che la separò dalla materia, e la considerò non come forma, ma come un'intelligenza direttrice dell'Universo, e produttrice de'spiriti inferiori, ebbe una sufficiente contezza di Dio Ottimo Massimo, e ce ne lasciò un bel riscontro nel suo Timeo. Gli Stoici fecero del Mondo un grand'animale, an però tenuta salda la provvidenza, e ad essa appoggiate tutte le sciocchissime fogge di presagire il futuro. Pare, che i Filosofi della Cina confondano l'anima del Mondo colla forza, e distinguano la materia in due classi, una pigra, e grossiera, e l'altra spiritosa, ed attiva; un'atta nata soltanto a patire, e l'altra ad operare: e ciò posto, il famoso Ly de'Cinesi non è diverso dalla luce, o dal suo veicolo, ch'è il massimo materiale stromento della Natura,

Ho

Ho premessi sul cominciamento della mia Opera alcuni Teoremi, che convincono di falsità le immaginazioni de' miscredenti. Si è provato, esserci una geometrica ripugnanza, che la materia poggj per un verso all' immenso, e per l'altro pervenga all'individuo, e che da se medesima *ab æterno* non poteva prodursi; laonde non ci sarebbe l'università delle cose, se in tempo non fosse stata creata. Appresso sussistendo indispensabilmente l'estensione inerte sotto una particolar dimensione, e partimento, la sua pienissima indifferenza avea doppiamente a limitarsi con una congrua partecipazione: lo che richiede una suprema causa determinante, che sappia, che possa, e che voglia, prerogative, che in nessun modo convengono al caso fortuito, o alla stupida necessità. Conchiudo pertanto, che se non c'è Dio, non ci è Mondo, e se ci è Mondo, c'è Dio.

IV.

Mi verrà opposto, ch' essendoci stata indispensabilmente qualche cosa da tutta l'eternità; imperocchè se nulla ci fusse stato, sarebbe onninamente impossibile, che una volta, o l'altra, o più presto, o più tardi il Mondo avesse fatta la sua improvvisa comparsa; è molto più consentaneo alla ragione, che la materia, che si vede, e che si tocca, e della cui esistenza siamo sicuri, non abbia avuto principio, piuttosto che una sostanza infinita dotata di sapere, di piacere, e di arbitrio, la quale altro non è se non se un nudo, e negativo concepimento escludente le immaginate imperfezioni, a cui se un reale subbietto ci corrisponda, prudentemente almanco si dubita. E' facile ritorcere l'argomento contro gli Avversarj. Bisogna concedere, vogliasi, o non vogliasi, che ci sia stato un ente *ab æterno*, e resta ad investigarsi, se la materia fornita de' suoi essenziali attributi poss' arrogarsi la trascendente prerogativa d'aver dato a sestessa l'essere, ed un essere assoluto, indipendente, e senza origine, e cominciamento. Non è egli più chiaro della luce del Sole, che le sue proprietà, o meglio le sue imperfezioni, e spezialmente la tante fiate inculcata indifferenza, che richiede d'essere determinata, in nissun modo il consentono. Chi la conosce intimamente, e ne scandaglia il fondo, ben comprende l'insanabile contraddizione, che si tira dietro l'addossare ad esso lei un privilegio, che sente del divino. Inoltre non possiamo tergiversare di riconoscere una eterna conscienza; imperciocchè se tale non si ammette, capisca chi può, come la necessità antecedente abbia condesceso, che in progresso dopo secoli, e secoli si generi all'improvvista. Ora il dare a sestessa un'esistenza vitale, necessaria, e consappiente è una perfezione, di cui non si sa escogitare la più sublime, e da essa siccome da radice pullulano tutte le altre, viene a dire la sapienza, la possanza, e la libertà. Questa preeminenza intima, ed essenziale è di sua natura infinita assolutamente, ed accoppiandosi con una rigorosa unità, non è circoscritta da limiti, e dee indispensabilmente poggiare ad una infinità metafisica. Ma quando si dice Dio,

Dio, altro non s'intende se non se una conscienza trascendente, in cui l'essere, l'esistere, ed il sapere d'essere, e di esistere sono un atto medesimo, ed indivisibile; dunque necessariamente c'è stato Dio da tutta l'eternità. Quindi si muova l'ultimo passo, e mi si dica, cosa sia più ragionevole, o che la menzionata conscienza siasi estratta dal povero grembo della materia, oppure che la materia sia scaturita dal fonte inesausto della divina libera Onnipotenza. Il dubbiare su questo punto è un rinunziare al buon senso, e ad ogni dettame di retta ragione. In poche parole stringo l'argomento, ed invincibilmente conchiudo: per una parte non ci ha dubbio, che ci sia stata qualche cosa da tutta l'eternità, e per l'altra egli è certo del pari, che questa entità debb'essere eminentemente somma, infinita, ed unica, la quale altronde che da sestessa non può riconoscere la sua essenza, e la sua esistenza, e che non si copula coll'indifferenza, e non si accoppia coll'indeterminato. Per la qual cosa ripugna, che si determini come la materia degli antichi Fisici, o che si modifichi come la conscienza universale del moderno Spinosa. Hassi dunque *ab aterno* una sostanza trascendente, ed indivisibile, che intimamente nel suo vero, e perfettissimo essere costituita per vivere una vita uniforme, interminabile, e beata è soltanto a se medesima debitrice. E tale si è l'idea sincera, e purissima di Dio Ottimo Massimo, che ogn' intelletto non pregiudicato, e che dell'innato suo lume voglia far uso, dee necessariamente formarsi.

V.

Propongo in succinto un altro argomento di pari evidenza dedotto dai canoni della probabilità, L'Aritmetica m'insegna, che la moltitudine delle combinazioni, con cui ponno diversamente raccozzarsi, e disporsi le innumerabili particole elementari, che il nostro Mondo compongono, è d'una infinità superiore, ed incomprensibile messa a confronto colla copia degli atomi. Che questi si conformino in un ben concentrato sistema, piuttosto che in altri contraffatti, ed irregolari, c'è una molto infinitesima verisimiglianza. La necessità di Stratone ha operato una sola volta da tutta l'eternità; ed intenda chi può, qual antecedente necessità l'abbia costretta a preferire alle possibili disgustate la presente unica, e ben ordinata costituzione. Gli Epicurei confessano, che ciò innumerevoli fiate è accaduto, ma che finalmente a forza di replicar sempre mai i successivi combinamenti sia surto il nostro Sistema. Ma costoro mal si nascondono nel bujo dell'eternità passata; imperocchè paragonata la moltitudine degli accoppiamenti oltre ogni credere sterminata col numero degli atomi quantunque infinito, e nulla facendo all'intento il il tempo eterno preterito, non si salderanno mai le partite.

Per maggiormente stringerli hassi a riflettere, che il Mondo, in cui siam collocati, giusto la lor sentenza una volta, o l'altra debbe disciogliersi per dar luogo a quegli, che in progresso faranno la lor comparsa. Ora dimando, se può mai darsi il caso, ch'esso in avvenire torni e ri-

na-

nascere? Rispondo risolutamente che no, e la ragione è in pronto Per quanti secoli corrano l'un dietro l'altro, il tempo futuro non uscirà mai dai termini del finito, ed intanto si dic'eterno, in quanto non avrà fine, ma non perchè sia per fare il gran salto dal finito all'infinito. Ciò posto, egli è onninamente impossibile, che il nostro Universo bello, ed intiero si restituisca; mercè che la copia delle combinazioni a quella degli anni venturi ha una proporzione di qualunque data esorbitamente maggiore. Mi tiro un passo indietro, e giacchè secondo Epicuro il Mondo è nato in tempo, a cagion d'esempio cinquanta, o cento secoli fa, i quali sono una picciolissima cosa rispetto quei, che verranno; io dico, che sin d'allora non era possibile, che spuntasse, militando in contrario le leggi irrefragabili della possibilità.

Quinc'io ricavo un importante corollario. Se c'è Dio, sono sicuro, che mi è stato preparato un domicilio ottimamente costrutto, e degno della Sapienza del sovrano Architetto. Se poi mi raccomando al fato, o alla fortuna, aspetto d'essere pessimamente alloggiato, e quando io per buona sorte ci fossi, lo che non è verisimile, di meglio non potrei promettermi; attesochè a favor del buon ordine c'è una infinitesima, o vogliam dire nulla probabilità, e più che infinitamente infinita per il disordine. Eppure nel decorso della mia Opera ci si sono manifestate parecchie maravigliose particolarità, che adornano il Sistema, in cui mi ritrovo, le quali ci danno una piena testimonianza della incomprensibile industria di colui, che l'ha fabbricato. Inferisco dunque di bel nuovo, che un intelletto, il quale non ammorzi in sestesso ogni lume di ragione, non sa quietarsi se non se in Dio, riconoscendolo siccome l'unico Autore di tutto il creato.

VI.

Ascoltiamo ciò, che sogliono dir gli Avversarj. Vanno esagerando a piena bocca, che se arrivassero a capire, cosa sia Dio, non ricuserebbero di ammetterlo; ma che reputano una scempiaggine il credere a guisa di fanciulli ciò, che non s'intende. Così protestavasi quel Cavaliere, ch'era in commerzio di lettere col Conte Lorenzo Magalotti. Il detto dell'antico Simonide, su cui si è compiacciuto di trattenersi a lungo il Signor Bail nel suo gran Dizionario, è il primo articolo nel simbolo dell'Ateismo. Interrogato il Filosofo, che cosa fosse Dio, domandò replicatamente tempo a rispondere, ed alla fin fine conchiuse, che quanto più meditava sopra il quisito, tanto meno ne intendeva.

Bramerei, che gli Oppositori si fermassero ben in testa una massima dell'ultima perspicuità, Altro è l'intendere un subbietto a misura della nostra capacità, ed altro l'esaurirlo, ed il comprenderlo in tutta la sua estensione. Su questa avvertenza, che tutto dì viene ad uso, il sapere umano unicamente si fonda, e chi la neglige, s'arrola sotto le insegne de' Settici. La scienza per noi s'acquista sto per dire a sorso a sorso, e da una proprietà della cosa considerata all'altra si fa passaggio, e così successiva-

sivamente. Quante più se ne svelano, tanto più le nostre cognizioni si accrescono: anzi siamo così corti, che bisogna raccomandare alla memoria le conclusioni principali; attesochè il giro, con cui si sono dimostrate, bene spesso svanisce, e forse non ritornerebbe a palesarsi, se non si conservasse in iscritto.

Non ci ha figura geometrica, non prodotto fisico, che non partecipi dell'infinito, e non porti con seco l'impronta del grand'Artefice, siccome guarnito d'innumerabili passioni e assolute, e relative. Per quello appartiene alla nostra maniera di ragionare basta, che se ne conoscano alquante, e spezialmente le capitali, che la cosa dalle altre si distingua, che ad essa si ascriva ciò, che le conviene, e le si neghi ciò, che ci repugna; quantunque siamo all'oscuro d'infinite particolarità, che le convengono. Una scienza squisitissima, che niente lascia indietro di ciò, che può negarsi, a Dio solo è riserbata. Si renderebbe ridicolo quel Matematico, il quale opinasse di non aver alcuna idea per esempio del circolo, perchè di tutti i suoi attributi non ha una compiuta contezza: Ora se intorno qualsivoglia soggetto, che da noi si piglia ad esaminare, di vantaggio non si presume, e ci appaghiamo di quelle poche notizie, che ci vien fatto sviluppare, le quali sono una molto menomissima parte delle altre, che ci si nascondono; non è egli un indiscretezza, o meglio una insoffribile petulanza degl' Increduli, che pretendono di esaurire una Natura trascendentemente infinita, e perchè a lor modo non l'afferranno, sfacciatamente la negano.

A sufficienza dunque s'intende Dio, sebbene non si comprende, ogni qual volta si concepe dotato di tutte l'escogitabili perfezioni in grado assolutamente eminentissimo, in cui l'essenza è una cosa medesima coll'esistenza, e che ha per natura l'essere, ed un essere sommo, esclusa qualunque limitazione. Da questa primitiva, ed originale idea fluiscono spontaneamente le legittime illazioni, che Dio è fornito di Sapienza, di Possanza, di Libertà, e d'altre infinite prerogative, che poggiano ad un infinito supremo, al quale per sollevar l'intelletto ci servon di scala gl'infiniti relativi, che ci propone la sublime Geometria. Invito i Miscredenti a dimostrare invincibilmente, che le menzionate proprietà epilogate in una perfettissima unità sieno talmente repugnanti, che vadano a terminare in una insanabile contraddizione: lo che non si è fatto finora, e non si farà in avvenire; attesochè militano in contrario delle dimostrazioni inconcusse, cui non si darà mai adequata risposta.

Intanto i nostri rispettosi discorsi intorno la Divinità alle premesse nozioni si appoggiano, e gli stessi Avversarj, quando lor torna conto, le fan valere. Benchè si protestino, che non intendono Dio, e che questo è un nome misterioso senza soggetto, che ci corrisponda; non pertanto conoscono chiaramente, che per annientarlo fa d'uopo spogliarlo delle sue perfezioni: nel che mettono ogni sforzo, addossandogli l'ignoranza, e l'impotenza per aver tollerati nella mal fatta struttura i mali fisici, e morali. Ma su questi punti altrove si è favellato, e si è assolto dalle maligne calunnie e l'Opera, e l'Operiere.

Io

Io confesso, che nell'abisso della Divina Essenza si cela un fondo incomprensibile d'attributi onninamente incogniti, e me lo insegna la Fede, che di alcuni impenetrabili dalla ragione umana mi dà contezza. Moltissimi si riservano alla vita futura, quando Dio ci si svelerà faccia a faccia; e ce ne porge un saggio S. Paolo, che assunto al terzo Cielo vide *arcana verba, quæ non licet homini loqui*. Ma ciò non ha che fare colla presente ispezione; imperciocchè so di certo, che le perfezioni occulte colle cognite essenzialmente si legano: laonde le ignote mi ammoniscono bensì della mia ignoranza, ma alle note non opponendosi, in nissun conto perturbano i miei ragionevoli divisamenti. E vaglia il vero: dopo avere scoperte, e dimostrate alquante passioni d'una linea curva, verbigrazia della quadratrice di Dinostrato, non mi caderà mai in sospetto, esserci delle proprietà recondite, o almanco poterci essere, che le ritrovate distruggano. Se ciò ci fosse possibile, trionferebbe il Pirronismo. Per la qual cosa volgendo a Dio le nostre meditazioni, ha luogo la stessa regola di raziocinare, da cui non dobbiam dipartirci, perchè ad essa la nostra sicurezza s'appoggia.

VII.

Poco dirò intorno i più ritenuti Deisti, e non parlo già degli Ariani, e de' Sociniani, che riconoscono l'autorità delle sacre carte, sebbene a lor modo le interpretano. Ma la piglio con coloro, che scosso il giogo della Religion rivelata, per non incorrere nell'odio, che si tira addosso l'Ateismo, non negan Dio, ma se lo fingono a lor genio mite, cortese, non curante d'altrui, e soltanto pago di se medesimo: in una parola ozioso, stupido, e simile a quelle sognate Deità, che ne'suoi Intermondj avea collocate Epicuro; indi conchiudono, ch'Egli

Nec bene pro meritis capitur, neque tangitur ira.

anno in abborrimento il Dio de'Cristiani Autore della pena, e del premio, siccome quello, che si prende troppi fastidj. Per il primo capo l'odiano in figura di crudele, e per il secondo il disprezzano; quasichè si renda soverchio familiare alle sue Creature, e voglia amare, ed esser amato.

In tal guisa si forma un fantasma di Divinità, che secondo me altro non è se non una maschera, che copre l'Ateismo. Ed in vero nell'atto stesso, che colla bocca si confessa un Dio modellato a capriccio, coll'intimo concepimento dell'intelletto irreparabilmente si annienta; attesochè si spoglia de'suoi essenziali attributi provvidenza, giustizia, e misericordia. Ha forse prodotte le anime umane fornite di coscienza, di ragione, e di libertà per poi non curarsene, e lasciarle in abbandono a somiglianza di que' spietati genitori, ch'espongono i loro parti? Perche ha sollevato il nostro discorso a conoscerlo, se non a fine, che l'amassimo come Padre, il temessimo come nostro Giudice, ed il ringraziassimo co-

me nostro Benefattore? A che oggetto ci ha dotati di libero arbitrio, ed ha innestato nella nostra mente un senso interno di rettitudine, mentre non ci aveva ad essere alcun divario fra le buone, e le ree operazioni? Un si fatto Dio sarebbe assai da meno degli Uomini, i quali distinguono le virtu dai vizj, e lodano, e rimunerano quelle, e questi biasimano, e castigano. A Lui, ch'è tutto ordine, non può aggradire il disordine, ne può comportarsi Egli con una indifferenza fra il bene, ed il mal morale; laonde alle probe azioni si debbe il guiderdone, ed all' improbe la pena di giustizia Umana, e Divina. Io volo a mezz' aria, e non mi sollevo oltre i confini della ragion naturale, che si è fatta sentire a Socrate, a Platone, agli Stoici, ed a tutti i Legislatori, e che senza rimorso in noi non può cancellarsi, e ne meno in coloro, che si prendono a gabbo la Divinità. Mi ha mosso orrore un caso rapportato dal Signo Nievventit nella Prefazione del suo famoso Trattato, in cui si dimostra l'esistenza di Dio per mezzo delle Creature. Intanto il Sistema superiore della Grazia, che trascende la presente ispezione sia riservato ai Maestri di Divinità.

Io non mi piglio la briga di confutare seriamente l' Idolatria, la quale popola il nostro Mondo d'un esercito non so se di mostri, o di Divinità. Espone all'adorazione del volgo Dei universali, e municipali, Dei giovevoli, e nocivi, Dei reali, e fantastici. Estolle al sublime posto le Stelle in Cielo, e i Pianeti, ed in Terra gli elementi, gli Uomini, gli animali, a cui s'aggiungono le cose insensate, cioe i fiumi, i fonti, i boschi, e persino gli aglj, e le cipolle:

O sanctas gentes, quibus hæc nascuntur in hortis
Numina . . . . .

Ma si poteva immaginare più stravagante esorbitanza? Del puro nulla, viene a dire delle mere privazioni, a cagion d'esemplo delle tenebre, del silenzio, della morte, e di tutte l'idolopee uscite dalla fantasia de'Poeti, cui s' è dato corpo, e spirito, si sono fatte tante Deità. Non verrei mai a capo della mia inchiesta, se mi facessi a tesser il catalogo de' Numj vecchj, e recenti, ai quali dalle diverse Nazioni in varj tempi s'èdato, e tuttavia dassi culto. I soli nomi empirebbero un gran Dizionario.

In questo mentre i più fra Greci, e fra Latini, rimproverati spezialmente da' Cristiani delle accennate sciocchezze al senso comune diametralmente contrarie, per tener in credito la ridicola superstizione da lor professata si sono ingegnati a tutto potere d'inorpellarle. E giacchè i sutterfugj agli Uomini di mente non mancan mai, e massime ai Filosofi gente contenziosa, e sofistica, si sono eglino immaginati, che sotto il denso velo degli assurdi, e delle sconvenevolezze affatto incredibili ci stassero nascosti de'profondi misterj. Ma siccome non c' era orma di verisimile, non che di vero, così non è maraviglia, che costoro abbiano battuti differenti sentieri. Alcuni anno spacciate delle lontanissime allegorie; e perchè con tali interpretazioni si dice tutto quel, che si vuole, e succede sem-

sempre mai, che tra subbietti onninamente disparati si trovi una qualche ombra di analogismo, an preteso di darci ad intendere, che le favole contengano in sestesse appiattati i principj della Metafisica, i segreti della Natura, le massime della Morale, e i dogmi della più sublime Teologia. Manco male, che non ci anno comprese le matematiche dimostrazioni. Altri poi, e forse con miglior apparenza si sono indotti a credere, che le visioni de' Gentili fossero tanti simboli derivati dagli antichi Egizj, per cui con geroglifici appropiati ci venisse risvegliata la rimembranza de' segnalati benefizj, che Dio liberalmente ci conferisce per mezzo delle sue fatture, ed animate, ed innanimate: e cotali sono Apollo, Diana, Cibele, Giunone, e che so io, che ci rappresentavano ciò, che a pro del genere umano, operano tutto dì il Sole, la Luna, la Terra, e l'aere. Pensam noi, che il comune degli Uomini badasse a sì fatte sofisticherie? Io so, che imitavano con compiacenza le azioni infami consecrate dai Numi, e spezialmente le dissolutezze di Giove, e me ne fa testimonianza quel giovine sfacciato introdotto sulle scene di Roma dal Comico Terenzio. Per ultimo raccordo coloro, che vogliono, che dall'Esser Supremo siano state prodotte le Deità minori, e subalterne per valersene nel governo delle cose inferiori, che secome di manco importanza ad una subordinata Provvidenza si settopongono. Questa sentenza vien da Platone, e ne abbiam un riscontro nel Timeo. Fa d'uopo tessere delle curiose genealogie per abbracciare una Democrazia di Divinità, ed è di gran lunga mancante la famosa Teogonia d'Esiodo, ne si capisce da chi, e come sieno stati procreati due Numi onnipotenti il fato, e la fortuna. Orsù vergasi ciò, che an saputo idearsi Marco Varrone, il Medico Celso, il Filosofo Porfirio, Giuliano l'Apostata, e dopo costoro l'Africano Apulejo.

Ma dove lascio l'antichissima ipotesi dei due principj di pari possanza dotati uno buono, e l'altro cattivo insieme perpetuamente pugnanti colle arme del bene, e del male? Opinione, che nata fra gli Orientali, e di cui non si può accertare l'origine, più tardi in Occidente si è propagata dai Manichei, Setta oltre ogni credere assurda, ed infame, e che andata presso noi in totale dimenticanza, dal Signor Bayle, il quale milita sotto ogn'insegna, si è fatto un grande sforzo per ristorarla. Non so, qualmente un sì strano paradosso sia caduto in mente d'Uomini di ragione forniti, ne come, messi da canto molti argomenti invitti, che il combattono, una rea, e maligna Divinità possa aver parte in un ben regolato Sistema. Adunque i mali fisici, e morali, che secondo gli Avversarj infettano il nostro Mondo, e che circonscritti dai loro limiti nascono dall' imperfezione delle creature dotate di senso, e di libertà, anno ad accrescersi all'infinito, raccogliendoli in un Oceano immenso, che non ha lidi, ne fondo, e da cui sgorgano a ruscelli per deturpare la presente costituzione. Appresso se in un principio di sua natura pessimo, ma eterno ed immenso stanno epilogate tutte le imperfezioni eziandio non escogitabili, ed è il centro di tutti i mali, e di tutti i disordini, egli è transcendentemente imperfettissimo, e tale non può essere, se non si riduce ad un mero nulla, o meglio ad un' assoluta impossibilità, di cui cosa più difettosa,

e

e mancante non può concepirsi. Chi non s'avvede, che mentre i menzionati Settarj si sforzano di crearsi in mente un fantasma senza soggetto, coll'addossare ad esso lui una infinità d'imperfezioni irreparabilmente l'annichilano, e fan sì, ch'equivochi coll'impossibile?

VIII.

Liberati dall'esposte stravaganze veggiamo, qualmente dalle altre Sette più riputate venga trattato il Sistema Mondano. Il fenomeno finora non esplicato della reciproca unione fra l'anima, e il corpo ha fatto nascere delle curiose opinioni, le quali in ciò si accordano, che spogliano l'Università delle cose d'una qualche notabile parte integrante. Gli Epicurei tolgon di mezzo gli spiriti, gl'Idealisti la materia, ed alcuni Cartesiani la forza. I primi convinti dall'interna sperienza del vicendevole commerzio fra due sostanze onninamente disparate, e persuasi, che ciò non possa farsi senza un mutuo contatto;

Tangere enim, & tangi sine corpore nulla potest res,

si sono indotti a spiritualizzare la materia, accozzando insieme atomi menomissimi, lisci, rotondi, ed agitati da tali movimenti, onde si formasse una mente capace di sentire, di pensare, e di volere: giacchè per non defraudarla del privilegio della libertà si sono immaginati un tal quale deviamento d'atomi introdotto per appagare altrui con una parola, e di cui dicea Cicerone, ch'essendo ritrovata d'Epicuro, ben mostrava l'imperizia dell'inventore.

Io confesso, che il subbietto porta per un verso, e per l'altro delle gravissime perplessità. Ma finalmente la difficoltà incontrata dagli Atomisti consiste nell'incorporare due sostanze affatto disgiunte, che senza ripugnanza non possono unirsi; laddove giusto la comune sentenza cade semplicemente sul modo dell'operare, il quale quantunque ignoto non si tira però dietro incongruenze tali, che vadano a terminare in aperte contraddizioni. Quinc' i Cartesiani ricorrono alle cause occasionali, ed il Leibinizio alla sua prestabilita armonia. Sono questi due gran postulati, che da molti, cred'io, si adottano, perchè finora di meglio non si è trovato, onde soddisfare in qualche maniera all'astruso fenomeno.

Io per me giudico, salva sempre la più accertata opinione, che tra l'anima, e il corpo ci passi un vero reciproco influsso, e non meramente occasionale, e che sieno reali, e fisiche le azioni, e le reazioni a vicenda esercitate. So, che dovrei astenermi dall'ardua perquisizione; con tutto ciò non mi sia vietato di proporre una mia congettura, o piuttosto una non repugnanza, tal quale si possa essere. Chi ha detto a'Materialisti, che non si dà azione tra le cose componenti il nostro Sistema se non se per via d'un immediato toccamento? E' infallibile, che Dio muove i corpi a suo beneplacito in una maniera onninamente diversa da quella, per cui un corpo all'altro il movimento comunica. Mi si risponderà, che dee necessariamente seguire l'effetto, qualora vi s'im-

s'impiega a produrlo un'infinita Possanza, ed un'infinita volontà. Ottimamente: ma mancano forse a Dio altri mezzi reconditi di partecipare agli spiriti creati una tal facoltà colla debita limitazione? Che così siasi fatto, non me ne lascia dubitare la quotidiana esperienza.

Quì mi fermo per poco a contemplare in qual modo un pezzo di materia imprima il moto in un altro pezzo, che in se lo riceve. La materia è per se stessa inettissima al moto; imperciocchè siccome dotata d'inerzia repugna a qualunque cangiamento di stato. Bisognava dunque vincere la sua ritrosia, ed animarla colla forza, per cui si rendesse abile ad agire, e a patire, e nascessero tutte le mutazioni, che in Natura si osservano. Ora la forza non è certamente materia, ma un non so che di spiritoso, una virtù superiore innestata sulla trina dimensione inerte, ed impenetrabile, che ne poteva star senza. Ed ecco la sorgente, onde scaturiscono i movimenti locali, e generalmente gli effetti, che non escono dai confini del corporeo.

Porto un passo avanti l'analogia, e soggiungo. Avendo Dio deliberato di copulare in una sola costituzione differenti generi di creature, era conveniente, che fra le possibili scegliesse quelle, che meglio alla sua intenzione si confacessero. Veggiamo, che per una parte all'estensione solida ha egli addossata la forza: restava dunque, che per l'altra le sostanze immateriali si provvedessero d'una potenza analoga alla lor natura appropiata; per guisa che, mi sia permesso di così esprimermi, ciò, che c'è di più spirituale nella materia, si collegasse con ciò, che c'è di più materiale negli spiriti; laonde s'introducesse opportunamente una spezie di continuità, e si verificasse il pronunziato, che *summum infimi attingit infimum supremi*. E perchè è consono alla ragione, che l'entità incorporee si separino nelle loro classi per via delle intime percezioni, da cui ponno essere modificate; ci si presenta una scala, per cui si sale di gradino in gradino dagli animali d'ottusissimo senso guarniti alle spezie in serie de' più svegliati, e perfetti, indi alle menti umane, e per ultimo alle angeliche distribuite nelle lor Gerarchie.

Chi pon attenzione alla nostr'anima, si avvede, esser lei un complesso di affezioni, le quali benchè sostenute dalla stessa stessissima conscienza sono tuttavia di due ordini tanto differenti, che non ci si scorge qualsisia barlume di analogia. Non an punto che fare le nozioni pure colle torbide sensazioni, a cagion d'esempio l'intendere, e il dubitare coi suoni, e coi colori. E se così è, conviene dire, che se non altro nel modo di svegliarsi nel nostro interno da un principio estrinseco traggan l'origine, siccome sentimenti di tal indole, che da noi in nessun conto dipendono, e non istà in poter nostro il formarseli, o il cancellarli. Vengono dunque al di fuori dalla materia corredata di forza, s'insinuano negli organi ben disposti, che ne ricevono le impressioni, e vanno a terminare nell'anima, che a soffrirli contro sua voglia è costretta. All'incontro un atto più, e meno efficace di volontà mette in movimento le nostre membra, e per mezzo d'esse i corpi, che ci circondano, con maggiore, o minore velocità; e per conseguire l'intento il libero arbitrio,

trio, conforme altrove si è provato, non crea già nuova forza, ma fa uso di quella, che risiede negli organi, e l'obbliga ad agire a suo senno. Ben è vero, che le affezioni in passando da subbietto a subbietto mutan natura; imperocchè un comando si converte in moto, ed uno stiramento di fibre in sensazione. In questo mentre non si vuol lasciar di riflettere, che le menzionate modificazioni spirituali, e corporee in qualche maniera si accostano, e massime quelle appartenenti alla visione, ed al tatto, che si accompagnano coll'estensione. In ciò, che si tocca, si distinguono le tre dimensioni, e gli oggetti colorati si mirano circoncinti dalle figure. Ed in ordine a ciò giudico molto probabile, esserci una qualche proprietà inerente all'anima, atta nata a connetterla, e ad associarla colla forza inserita nella materia. Di tal requisito, siccome confacente ad esplicare la stretta unione fra due sostanze tanto disparate, ebbe contezza Platone, il quale collocò tra la mente, ed il corpo un non so che di mezzo, cui diede il nome d'anima, o di veicolo. E questa sentenza è stata abbracciata non solo da'suoi seguaci, ma dai Filosofi Cristiani, ed eziandio dai Santi Padri del quarto, e del quinto Secolo. Io non ne sono alieno, purchè non si metta una real distinzione fra la mente, e l'anima, ed un attributo in una sostanza non si trasformi. Pare a me, che la difficoltà con ciò piuttosto si accresca, dovendosi istituire un doppio combinamento della mente coll'anima, e dell'anima col corpo. Oltre che so di certo, che la mia consciensa unica, ed indivisibile sostenta ugualmente le affezioni pure, e le miste, le intellettuali, e le sensibili; ne son io un altro io, quando mi si presenta una verità, o quando mi si affaccia un colore.

IX.

Comunque vada la faccenda, in un punto sì delicato io nulla ci metto del mio, e non ardisco decidere. Affermo bensì, essere apertamente falsa l'opinione degli Epicurei. Non si disputa, se ci sieno in Natura corpi, e conscienze; si cerca, se possano congiugnersi in un sol subbietto, onde non ripugni, che il pensamento alla materia congruamente organizzata si appoggj. L'identità, e la distinzione fra le cose an dato sempre da piatire ai Filosofi, e da questo fonte parecchie equivocazioni fluiscono; mercè che se ne desumon gl'indizj piuttosto dai nostri concepimenti, che dalle cose medesime. Quante volte sotto una sola idea oggetti disparatissimi si comprendono, ed altrettanti ad un oggetto unico, che sotto diverse apparenze ci si presenta, differenti nozioni si attribuiscono?

Per isfuggire gli errori pur troppo familiari un generale criterio io propongo, il quale ci servirà di scorta in molte perplesse ricerche. Bisogna prima ben assortire le particolarità, su cui il paragone s'istituisce. Alcune sono tanto astratte, ed universali, che per abbracciare innumerabili subbietti non se ne cava costrutto; e tali sono le idee dell'ente, della sostanza, del modo, dell'atto, ed altre di simil tempra, nel ma-

maneggiare le quali i Metafisici si logorano il cervello a forza di precisioni, e si trovano alle mosse, quando si credono d'essere pervenuti alla meta. Conviene dunque discendere al particolare, ed assumere quegli attributi, che più da vicino si accostano ai soggetti, che si contemplano, e che si confrontano. Dalle proprietà ben avverate, escluse le oscure, e le incerte, si deducano con attenzione le legittime conseguenze, che vogliono accuratamente separarsi in due serie, onde non nasca la confusione, e quante più se ne caveranno, tanto meglio riusciremo nell'inchiesta. Ciò fatto, si muova l'ultimo passo, e si combinino insieme le illazioni, che all'una, ed all'altra classe appartengono, avvertendo, che le più remote dai principj assunti sono le più importanti, e le più decisive. E se avviene, ch'esse sempre più si allontanino, e passo passo si vada aumentando la discrepanza, abbiamo un contrassegno infallibile, che una cosa non ha che fare con l'altra, e che deggiono fra loro distinguersi. Per l'opposto qualora le conseguenze si avvicinano, e nello stesso scopo cospirano, per modo che finalmente si uniscano, e per così dire s'incorporino, siamo certi, che a due concetti apparentemente diversi una sola cosa risponde. Ed ecco il criterio irrefragabile della distinzione, e della identità.

Per dilucidare il metodo cogli esempj sappiasi, che gli antichi Matematici dubitavano, se le sezioni, che tagliano i due lati del cono, e del cilindro, fossero curve della medesima spezie. Il cono verso l'apice si va sempre ristrignendo fino a terminare in un punto, laddove il cilindro s'alza uniformemente, e finisce in un cerchio parallelo, ed uguale a quel della base. Pareva dunque a prima vista, che le curve indi nascenti dovessero riputarsi d'indole differente, e fornite di diverse proprietà. Come si comportò il geometra Sereno? Si fece ad esaminare le passioni d'ambo le figure ad una ad una, e dimostrò, che puntualmente si accordavano. Ne pago di ciò l'una all'altra le sovrappose, e veggendo, che perfettamente coincidevano, ne conchiuse la geometrica identità. Per abbreviar la ricerca bastava giusto la pratica de' moderni Analisti, che convenissero nella equazione locale: segno primario di riconoscer le curve, che sotto varj aspetti ci si presentano, fra le quali si conta spezialmente la cicloide, che sovente nello scioglimento de' problemi dinamici ha fatta quasi direi in maschera la sua frequente comparsa.

Applico il canone al mio principale proposito. Ed in prima svolgo l'idea della materia, ed oltre la trina dimensione, l'impenetrabilità, e l'inerzia ci ravviso partimento nelle sue porzioni o più massiccie, o più picciole, ed una innumerevole copia di figure, di posizioni, e di combinamenti. Ci aggiungo il moto, e mi si affacciano azioni, e reazioni, cause, ed effetti moderati dalle forze continuamente applicate. M'innoltro alle proprietà sistematiche, e trovo corpi rari, e densi, fluidi, e duri, molli, ed elastici, trasparenti, ed opachi. Non si trascurino le resistenze, le forze composte, i conati centripeti, e centrifughi, ed in somma tutto ciò, che c'è di attivo in Natura, e nelle leggi, che danno norma al

nostro Sistema. Quanti prodotti fisici si contano, i quali guarniti delle accennate affezioni della lor esistenza non son consapevoli?

Intanto la mente umana è tutta conscienza, dal cui fondo scaturiscono le intime percezioni, e gli atti riflessi. Quinci nascono le idee, i giudizj, i raziocinj, i metodi: requisiti, che ci guidano alla cognizione del vero. Dall'altro canto si svegliano gli appetiti, che avvalorati dal libero arbitrio ci portano al conseguimento del bene, e per ultimo le impressioni derivate dai sensi, che degli obbietti esteriori ci dan contezza. Appresso non mancano in noi concepimenti ancor più sublimi, che uscendo fuori de'confini del creato, spaziano per le regioni del possibile. In queste modificazioni della mia coscienza unica, ed individua nulla ci ravviso di materiale, nulla di figurato, e nulla di partibile: anzi so di certo, ch'ella persevera sempre la stessa, che non si muta al cangiarsi delle affezioni, e che congiugne il presente col passato, e coll'avvenire. Le proprietà dunque delle anime, e de'corpi poste a confronto ognora più si separano, e scambievolmente in vece di accostarsi si dilungano, a tal che in un solo subbietto non ponno senza repugnanza consolarsi.

Fa di mestieri aguzzar l'ingegno fino a spuntarlo per estoller la materia al di sopra delle sua natura, e de'suoi essenziali attributi, onde a pensare si abiliti, e gli atomi, di cui è composta, che da sestessi non sanno d'essere, col mescerli, e coll'accoppiarli si rendano consapienti della lor attuale esistenza, e col disciogliersi nella primiera ignoranza di bel nuovo ritornino. Voglio, che particelle scelte a dovere si riducano ad una squisitissima organizzazione, e che se ne formi una macchinetta oltre ogni credere artifiziosa; soggiacerà essa alle vicissitudini de' composti organici, i quali sono in un perpetuo moto di dissiparsi per via della traspirazione, e di ritrovarsi col nutrimento. Per la qual cosa gli atomi, che di tempo in tempo svaniscono, cessano di cogitare, ed una tal prerogativa si accomuna a quegli, che opportunamente sottentrano. Capisca chi può, qualmente i nuovi elementi, che successivamente s'insinuano, vengano ammoniti non solo delle sensazioni, che passo passo si van destando, ma sieno fatti consci de'divisamenti anteriori, che in un lungo corso d'anni ci son passati per mente. Quanto più vado esaminando la cosa, tanto più mi confermo, che l'anima è una sostanza spirituale, indivisibile, un io permanente, ed immutabile, che non ha punto che fare colla materia.

CAPI-

CAPITOLO SECONDO

Si continua lo stesso argomento.

I.

PEr non interrompere il filo delle mie discussioni ho preso da principio consiglio di assumere con una spezie d'anticipazione alcuni pronunziati, e sono, che in Natura c'è materia, c'è forza, e che le creature ragionevoli son dotate di libertà: requisiti, ch'entrano a modificare la costituzione dell'Universo. Sapeva benissimo, che questi principj non si adottano da tutti i Filosofi, e che si combatte con più calore contro il terzo, da cui trae l'origine il mal morale, e che portando con seco il premio, e la pena più dappresso appartiene alla Religione. E' tempo ormai, ch'io sgombri la strada regia da cotali pietre d'inciampo, e mi faccia a provare, che le massime, di cui mi son valso, sono vere, ed incontrastabili. Voglio sperare, che gl'intelletti ben disposti, e non preoccupati gustino i miei raziocinj, e ne traggan profitto. Degli altri io nulla mi prometto, essendomi noto, quanta sia rara fra le persone di lettere la virtù della docilità, e quanto sia caparbio l'impegno di difendere a tutto costo le proprie opinioni.

II.

Me la piglio da prima contro certi Filosofanti, cui si dà il nome d'Idealisti, fra cui si è distinto il famoso Vescovo Irlandese Barclei, i quali cacciano fuori dal Mondo la materia, e la forza, ed annichilito il Sistema corporeo, ci sostituiscono il solo ideale. Nulla dunque c'è d'estrinseco, nulla da noi separato, e distinto. Le apparenze de' sensi sono illusioni, i corpi, e le lor proprietà sono fantasmi senza soggetto, e tutta l'università delle cose, che consiste nelle semplici idee, nella nostr' anima è soltanto compresa. Il bello si è, che costoro a pari degli altri studiano le scienze, e spezialmente le matematiche, e la fisica; ma tutt'i discorsi, e tutte le perquisizioni vanno a terminare non mica negli obbietti esterni, ma nelle immagini, che pare, che ce gli rappresentino, alle quali debbe unicamente attribuirsi tutto ciò, che in Natura c'è di reale.

Non può metters'in dubbio, che il Mondo intero sia nella mente umana epilogato, e che in essa, come in uno specchio, appajano gli eventi, che fuori di noi si eseguiscono. In fatti l'anima non abbandona il

suo corpo per farsi intimamente presente alle cos'esteriori, ma ne riceve in se medesima le spezie, per cui le discerne, ed è ammonita di quanto passo passo va succedendo. Quindi le Discipline, che si apparano, dipendono solamente dalla nostra apprensiva, e dalle intime nozioni, che in noi si risvegliano, alle quali ben disposte, e combinate a dovere, il sapere umano si appoggia. E quì si rifletta, che vengono ad uso parecchie idee, che stanno concentrate nell'anima, e che al supposto Mondo materiale in nessun modo convengono, per esempio quelle, che ci espongono il numero, l'ordine, il tempo, e generalmente le relazioni, che sono le basi de' nostri giudizj, e de'nostri raziocinj. A che pio dunque per urtare in difficoltà insuperabili, concernenti massime l'unione dello spirituale col corporeo, moltiplicare i subbietti, e fingersene de' reali, ch' esercitino con esso noi un perenne inesplicabil commerzio, mentre gl' intellettuali bastano, e la conscienza ci detta, che tutta la grand' azione nel teatro della mente si rappresenta? Aggiungo posso, e lena per quanto so, e posso alla visione degl' Idealisti, e noto, che vengono in lor soccorso alcuni rigidi Cartesiani, i quali non negano assolutamente esserci corpi in Natura, ma professano, che manchino gli accertati criterj per dimostrarne evidentemente l'attual esistenza. Ed a ciò, che suol opporsi, che Dio c'ingannerebbe, rispondono, che da noi procede la delusione; perchè affascinati da una nud'apparenza senza badar di vantaggio prestiamo l'assenso ad un fatto, che da qualsisia prova convincente non è munito.

III.

Certe conclusioni, ch'an faccia di paradossi, sono tal fiata malagevoli ad impugnarsi, e di tal fatta si è quella, su cui ho preso a discorrere. Gli Avversarj ritiratisi in un ricinto immateriale temono poco gli assalti, e sarà difficile lo snidarli dal posto occupato colle ragioni, che sogliono dirsi a priori. Da noi non si contende ciò, che da loro si assume, cioè una università ideale di cose nell'anima compendiata: ma di ciò, che per parte nostra s'aggiugne intorno la materiale, pretendono, che non ci sia mezzo per certificarsene invincibilmente; non per via dell' interna conscienza la quale non ci manifesta se non se quanto fassi dentro di noi; non per via del raziocinio, che non ha principj originali, su cui piantarsi: laonde tutto ciò, che non siam noi, si dee trasandare siccome superfluo, e di cui non ci è conceduto d'aver una infallibile contezza.

Piglio dunque il partito di discutere a posteriori, se l'addotta sentenza possa conciliarsi coi fenomeni, e colle sensate sperienze, che mi assicurano d'alcune particolari apprensioni, che tutto dì alla mia mente si affacciano. Quante volte mi è accaduto di farmi a sciogliere un problema, che mi pareva essermi stato proposto: sebbene giusto la menzionata opinione io solo era colui, che a me medesimo il proponeva. Mi ricordo d'averlo replicatamente preso per mano, e per quanto studiè io

io ci metteffi, e per quanto tempo c'impiegaffi, non mi è riufcito mai di venire a capo. Quand'ecco mi capita apparentemente anzi gli occhj una differtazione, un libro, in cui fi contiene la compiuta foluzione del quifito, e per impoffeffarmi della verità indarno cercata altro non ci vuole, che una breve lettura. Io dunque in poche ore fono un imperito fcolare, ed un valente maeftro di me medefimo, e non arrivo ad intendere, qualmente io paffi fenza l'ajuto d'una eftrinfeca iftruzione da una pretta ignoranza ad una fcienza fquifita.

Appreffo io fo, qual fatica, e quali meditazioni mi coftino alquante poche fcoperte da me pubblicate, e quai sforzi ci vogliano per afferrare la verità. Io mi riputava un mefchino geometra, e pure mi veggio alzato ad un grado di perfezione, dove per me non è poffibile, che mai giugneffi. Tutte le cognizioni, che malamente mi perfuado, altronde venirmi comunicate, fcaturifcono dal mio fondo, e fon debitore a me fteffo, e ad una fagacità fconofciuta, che in me rifiede, delle ritrovate degli antichi, e moderni Matematici. Non bifogna, ch'io m'affatichi in penfare, perchè ne trarrò pochiffimo profitto: bafta, che m'immagini di afcoltare, e di leggere, ed allora all'impazzata mi fi prefentano belle, e compiute le più fublimi teoriche. A me, e non al Leibinizio fi afcriva l'invenzione dell'algoritmo delle grandezze infinitamente picciole: a me, e non al Keplero, ed al Nevvton le leggi, che menano in giro gli orbi celefti: ed in fomma a me, e non altrui fi dia la lode delle invenzioni, ch'io giudico fparfe quà, e là in una farragine di volumi.

Arroge, ch'io fon quello, che diffento da me medefimo. Ora medito come Platone, ed ora com'Epicuro, e m'ingegno di confermare le lor fentenze. Do il nome a qualunque filofofica Setta, e poi me ne pento. Sin a tanto che ho fotto gli occhj il Cartefio, io fono l'Architetto de'vortici: muto pofcia parere, ed adotto le Nevvtoniane attrazioni, indi le monadi Leibiniziane. Quinci entrando in mefteffo, mi fembra di raziocinare col mio intelletto, e non coll'altrui, e ripudio quelle afferzioni, che fotto i nomi alieni m'eran piacciute, e di bel nuovo ficcome parti miei le ripiglio.

IV.

Metto in non calere moltiffime fconvenevolezze, che dall' ipotefi memorata fpontaneamente fluifcono. Non mi farebbe mai venuto in capo, ch'io appena abile a comporre un mediocre fonetto, foffi fenza faperlo il più bravo Poeta del Mondo. Sono opere mie i Poemi, ch'io foglio attribuire ad Omero, a Virgilio, all'Ariofto, ed al Taffo. Mia la Commedia di Dante, e mio il Canzoniere del Petrarca. Quando efpongo i miei particolari fentimenti, e gli accompagno colle parole, o colla fcrittura, che parmi, che mi fuonino all'orecchio, o mi colpifca gli occhj, ho il mio ftile a parte, che in cento maniere trasformo, tutta volta ch'io mi creda di recitare i verfi altrui. Le forme del dire mi fono egualmente

te

te familiari, ed ora mi esprimo colla semplicità di Catullo, ora colla maestà Virgiliana, ed ora colla gonfiezza di Lucano. Adesso favello colto, e fra poco parlerò barbaro: in quella guisa appunto, ch'essendosi immaginato l'Arduino, essere stati gli Autori antichi supposti da que' buoni Monaci, che fiorivano verso il duodecimo secolo, non ha messo attenzione, che mentre costoro si studiavano di contraffare i vecchj, scrivevano con purità, ed eleganza; laddove nelle opere propie dominava la barbarie de' bassi tempi.

Io mi rallegro con meco, che in grazia de' miei Avversarj son divenuto un non so che di eccellente, e di superiore a me medesimo. Io maestro di tutte le scienze, inventore di tutte le arti, ristoratore di tutte le discipline, ed ho conseguite cotali trascendenti prerogative con pochissimo dispendio. Se ci avessi dovuto impiegare i miei consueti talenti, non sarebbero stati bastanti più secoli per isviluppare ad una ad una le cognizioni, di cui sono in possesso, ne per dettare la metà de'libri da me trascorsi. Buon per me, che senza logorarmi il cervello, e con ispenderci breve tempo, immaginandomi soltanto di comportarmi da scolare, mi è venuto fatto non già d' imparare, conforme mal ho sin quì supposto, ma di assumere la qualità di maestro, anzi di creatore.

Ecco a quai paradossi ci conducano le fantasie degl' Idealisti, ed io non comprendo, che sorta di anima si sieno ideata a capriccio, la quale delle cose, che in essa si fanno, per la maggior parte non è conscia. Ed in vero ella rende a se medesima una perpetua intima testimonianza di ciò, che in esso lei non succede. Si pensa d'essere, e non è in commercio coi corpi, che in Natura non esistono, e ne pure cogli altri spiriti, coi quali non ha modo di comunicare i suoi sentimenti. Del contrario però è internamente persuasa, e quantunque solitaria si finge tuttavia una società fantastica di personaggj, cui impone i nomi, in cui distingue i caratteri, e con cui conversa, e discorre. Questi spettri sono gli obbietti de'suoi desiderj, e delle sue azioni, o meglio de'suoi sogni, e de'suoi delirj: in somma ella si trova unicamente occupata in contemplare un Mondo immaginario, che si va fabbricando, e mentre si crede d'essere un picciolo membro d'un reale Sistema, s'inganna a partito, e per deporre il radicato pregiudizio, dee rannicchiarsi in sestessa, e riflettere, che l'intiero Universo se ne sta in lei concentrato.

V.

Alla ipotesi, di cui ragiono, molto si avvicina l'altra del P. Melabranche, il quale internatosi profondamente nella origine delle nostre idee dopo aver data l'esclusione a tutti i modi escogitabili immaginati da' Metafisici intorno la loro genesi, ha finalmente conchiuso dietro la scorta di S. Agostino, che le idee si veggono soltanto in Dio come in uno specchio volontario, che di tempo in tempo ce le presenta, e fa, che servan d'obbietti ai nostri divisamenti. A Lui dunque unico nostro Maestro

delle

delle nostre istruzioni siam debitori, e da Lui primo, ed inesausto fonte del vero sgorgano alcune stille di verità partecipata, che annaffiano, e fecondano gl' intelletti creati. E se così è, dirà il Barclei, non ci ha bisogno d'introdurre un Mondo corporeo, a cui non si volgerebbero, quand' anco ci fosse, le nostre viste; e dovea l' Autore della Ricerca della verità muovere dopo il primo passo il secondo, ed appagarsi d' un Mondo puramente ideale, eterno, infinito, ed immutabile, che tutto in se eminentemente contiene, e che a tutte le menti benignamente si comunica.

Quì mi si apre un largo campo di filosofare. Le nostre idee da tutt' altra sorgente, che dall'additata fluiscono, ed i lor difetti me ne porgono un sicuro contrassegno. Io non voglio presentemente indagare la primitiva origine dell' idee tanto intellettuali, quanto sensibili, e mi contento per ora di farci qualche avvertenza. Quando apro gli occhj, mi si affaccia lo spettro del Sole sotto l' aspetto d' un cerchio palmare, lucido, e tinto alquanto di giallo, e talvolta di rosso. Riputerà forse il P. Melabranche di mirar in Dio un' immagine così contraffatta, e tanto lontana dall'esporçi le germane proprietà del Pianeta, immenso di mole, di figura sferica, seminato di macchie, e che gira intorno il suo asse? Una tal idea è forse simile a quella imperfettissima, che in noi si dipinge, cioè priva di moto, colorata, piana, e da una picciola periferia circoncinta?

Di più ci sono in noi delle idee, che ripugna, che in Dio si rinvengano, siccome di Lui affatto indegne; perchè spuntano dalle nostre imperfezioni. Dall' ignoranza nasce quella del dubbio, e della probabilità. Ora ci sarà chi ardisca di attribuire ad un' infinita Sapienza l' ambiguità, e l' incertezza? Sì fatte nozioni a noi familiari si formano nella nostra mente, pigliando per obbietti gli atti riflessi, che accompagnano indivisibilmente le successive interne affezioni, i quali accomunati senza rischio di errare alle cose, che sono fuori di noi, ci somministrano una copiosissima miniera, donde si cavano le nostre apprensioni, che bene spesso con nuove riflessioni voglino purificarsi, e massimamente quelle, che ci vengon dai sensi.

Potrebb' essere, che sulla esposta dottrina del Metafisico Francese si facessero forti gl' Idealisti, che portano la cosa all' ultima estremità. Professeranno forse, che la nostr' anima è indissolubilmente unita con Dio da cui è stata creata, che sempre rimira Dio siccome suo centro, e che procedon immediatamente da Lui gli spettacoli, che tratto tratto le si presentano. Non è dunque maraviglia, ch' Egli si prenda la cura di ammaestrarla, e per lo più senza stento palesandole in un batter d' occhio le più recondite verità, ed abilitandola in figura di discepola d' un Maestro, che sta nascosto all' intelligenza delle più perplesse quistioni.

Mi sembra evidente, che mal si risugge ad un supremo Precettore, mentre io sono inteso ad udire le lezioni di parecchi Filosofanti fra loro discordi di Setta, e di opinione. Parmi altresì d' esser a parte di tutte le dispute critiche, morali, teologiche, e che so io, le quali tengono in per-

perpetue dissensioni la Repubblica de' Letterati. Consentasi per poco, che queste sieno illusioni, e che tutto ciò, che ad altri attribuisco, a me solo appartenga; qual conseguenza se ne deduce? Non altra certamente, se non che miei, e non d'altrui saranno gli errori, le falsità, e le contraddizioni. Ora approverò le sentenze, che per avanti ho condannate, ed ora mi pentirò d'essermi troppo inavvedutamente disdetto. In tal guisa tra il sì, ed il nò mi anderò continuamente aggirando, facendomi autore di tutte l'esorbitanze, che sono agli uomini venute in pensiero, e che dal mio fondo, e non altronde procederanno. Egli è un patente assurdo l'addossare a Dio le sconvenevolezze, e le ripugnanze, che alla giornata m'ingombrano, e che da Lui mi s'insinuino opinioni diametralmente contrarie; quasichè si prenda gioco di deludermi, e di circonvenirmi. Dalla mia mente dunque, che non trova dove quietarsi, e da' suoi irregolari divisamenti, che a nissuno scopo diriggonsi, e non da Dio traggon l'origine le perplessità, ed i paradossi indicati nell'antecedente articolo, da cui sono sopraffatti gli Avversarj, ed a quali toccherà loro di soddisfare con una adequata risposta.

VI.

I fautori delle cause occasionali si guardano dal metter mano nella materia, tolgono però dal Mondo la forza, spogliando l'estensione impenetrabile, ed inerte di qualunque attiva proprietà. Secondo costoro l'agire è talmente proprio della Divinità, che alle creature o spirituali, o corporee non si comunica. Sin a tanto che si tratta della mirabile unione tra l'anima, e il corpo, non mi stupisco, che ai naturali meccanismi si sieno sostituite delle regole arbitrarie, che dalla volontà del Sommo Facitore unicamente dipendono, in cui tra la quasi cagione, ed il quasi effetto, che così mi piace d'esprimermi, non si ravvisa fisica corrispondenza. Anco gli uomini dotati di libertà, frequentemente si vagliono di cotali segni, che sogliono chiamarsi ad placitum, e che dinotano la cosa significata, non perchè con essa siano in qualunque modo connessi, ma perchè così si è stabilito, e convenuto. Mi servan d'esempio i suoni articolati, e le scritture, che in realtà non an punto che fare cogl'interni sentimenti altrui, che in virtù del patto precedentemente istituito ci si palesano. In simil guisa c'è una grandissima sproporzione tra un comando della nostr'anima, ed il movimento d'un membro, che prontamente ubbidisce; tra la distensione delle fibrille organiche, e le sensazioni, che in noi si svegliano, verbi causa fra la puntura, e lo spasimo indi nascente. In ordine a ciò facea di mestieri andar in traccia di qualche vincolo, che legasse insieme sostanze, ed affezioni di genere totalmente diverso, ed appresso investigare le leggi della scambievole comunicazione. Alquanti Filosofi Cartesiani dopo aver guardato l'oscuro subbietto da tutti i lati sono rimasti convinti, che il mutuo passaggio sormonti di gran lunga le forze della Natura, e che quasi un continuo miracolo indispensabilmente richieda, che Dio vi si adoperi alle occasioni, movendo la materia

teria ai cenni dell'anima, ed ai moti della materia imprimendo nell'anima le sensazioni. Il mirabile magisterio si eseguisce per via di canoni sin dall'origine delle cose opportunamente prestabiliti, i quali pajono naturali, sebbene ad un ordine superiore appartengono.

Io non voglio piatire su questo punto, avendo in altra congiuntura detto tutto ciò, che ho saputo. Presentemente soggiungo, parermi, che mal si concilii l'ipotesi delle cause occasionali colla somma maestria, che si ravvisa nella costruzione de' sensorj. Ad un Fisico non sono ignoti gli artifizj stupendi, con cui sono stati lavorati gli occhj, le orecchie, il cervello, ed in una parola la macchina del nostro corpo. Ora se Dio unicamente s'impiega a mantenere il divisato commercio, e se i movimenti de'corpi, e le affezioni dell'anime sono effetti immediati della sua onnipotente volontà; bramerei, che mi si dicesse lo perchè abbia Egli posto uno studio a prima vista superfluo nel fabbricare i nostri organi con tanta industria. Aveva forse bisogno di prepararsi le molle, e gli ordigni per venir a capo de'suoi disegni? Bastava a cagion d'esempio alla presenza del Sole stamparne nella nostra mente l'immagine senza che i raggi, facendosi strada a traverso gli umori dell'occhio, la dipingessero squisitamente nella retina, indi nel senso comune, e poscia nell'anima. Qual motivo c'era, per cui Dio nelle sue operazioni si prefiggesse una legge inviolabile di andar del pari colle imperfezioni degli organi, per guisa che questi o ben disposti, o disguisati dessero a Lui la norma di produrre in noi le apprensioni ora distinte, ed ora confuse, e tal volta totalmente ce ne privasse, come succede ne' sordi, e ne'ciechi rispetto i suoni, e i colori? Mi sovviene una curiosa osservazione del Signor Mariotte, ed è, che dove il nervo ottico s'inserisce nel fondo dell'occhio, ivi manca il senso della visione; laonde una qualche parte dell'obbietto senz' accorgersene si perde di vista, ommettendo Dio d'imprimerla nella mente, attesa la notata circostanza. Quinci si moltiplicano fuor di modo, e si accumulano le cause occasionali; perchè ogni picciolo difetto del sensorio è un requisito, per cui Dio si dispone ad operare diversamente, e a far uso di regole a qualunque caso particolare adattate. Le premesse conghietture mi confermano nella mia opinione, che per quanto sia recondito il congiugnimento del corporeo, e dello spirituale, tuttavolta si faccia fisicamente per via di reali azioni, e reazioni.

VII.

Ma di ciò non paghi alcuni Seguaci del Cartesio danno negli eccessi, e professano, che le menzionate cause occasionali entrino nel transito usuale de'movimenti da massa a massa. A detta di costoro non c'è altro agente fuori che Dio; e la materia per sestessa inerte non è capace se non se di patire, e di ricevere nel suo seno le azioni, che vengono dall' alto, cioè dal supremo potere, e dalla sovrana volontà. Quando dunque un corpo in moto urta nell'altro costituito in quiete, e dopo il congresso procedono entrambi, o siano perfettamente molli, od elastici, o guarniti

d'una imperfetta virtù di molla, con quelle velocità, e con quelle forze, di cui sono note le leggi; io dimando, qualmente in tal' incontri Dio si comporti. A Lui serve di occasione il moto precedentemente comunicato al mobile, e la quantità della materia, che in ambo i corpi risiede; onde tolto di mezzo il primiero movimento, Egli si determini con canoni fermi a metter in essere una novella economia di trasportamenti.

Le creature pertanto sono affatto svestite di forza, e corredate semplicemente de' loro passivi attributi, e tutto ciò, che di attivo si rinviene in Natura, procede immediatamente dal Creatore. Io quì non ci veggo la vantata sproporzione fra le cagioni, e gli effetti, e chiaramente comprendo, che innestata da Dio la forza sulla materia fin dalla prima origine delle cose, hanno a nascere di legittima conseguenza i fenomeni tutti, che alla giornata ci si presentano, senza che si debba metafisicar di vantaggio, e ricorrere alle cause occasionali. M'ingegnerò di porre in buona veduta il subbietto, discorrendo nella seguente maniera. Il corpo A cammini per linea retta con moto equabile impresso da Dio, e vada a colpire direttamente nel corpo B, che si suppone in riposo, ed amendue sieno di pari squisita mollezza forniti. Assumo, che Dio nulla ci metta del suo, e lasci le cose nello stato, in cui si ritrovano, astenendosi dal produrre nuovi moti, e dall'annientare il precedentemente partecipato, e mi viene in mente d'investigare, quali effetti siano per succedere in via di mera Natura.

Ed in prima io noto, che l'impenetrabilità, e l'inerzia son due, o piuttosto una sola proprietà passiva della materia, e talmente ad essa essenziali, che non ne può restar priva, senza che vegna onninamente distrutta. Quinci ne segue per una legge di precisa indispensabile necessità dipendente dall'essenza del subbietto, che la sfera A non può proseguire il suo viaggio, se non caccia di luogo la massa B, e nel tempo stesso si generi una reciproca contusione. Diremo forse, che la palla A nell'atto della percossa di botto si ferma, e perde tutto il suo movimento? Ma potendo io accrescere, quanto mi piace, la quantità della materia nel mobile A, mantenendo l'altro B invariato, ne nascerebbe l'assurdo, che questo fosse guarnito d'una infinita repugnanza al cangiamento di stato. Diremo forse, che dopo l'urto amendue i globi progrediscono colla velocità primitiva? Allora non essendomi vietato d'aumentare ad arbitrio la massa B, ed essendo assioma inconcusso, che quanto è più grande la massa, tanto è maggiore la forza sotto pari celerità, si dedurrebbe, che l'energia dell'effetto superasse infinitamente quella della propia cagione.

Chi non dà di penna ai pronunziati di metafisica, e geometrica evidenza, e non abbraccia il Pirronismo tanto ingiurioso alla Divina Sapienza, che ci ha creati ragionevoli, ed ha sparsi in noi i primi semi del vero, dee rintracciare, come, seguita la collisione, si modifichino le velocità, e le forze vive: lo che non si conseguirà mai, se non si tengono salde le dignità capitali, e non si scoprono le leggi inviolabili, che prescrivono la norma al meccanismo dell cause seconde.

VIII.

VIII.

Diamone un breve saggio, non partendoci dall'esempio proposto. A buon conto senz'assumere qualsisia principio dinamico concernente la misura delle forze mi è venuto fatto di dimostrare a tutto rigore per via della sola teorica de' moti traslati, che denominata V la velocità, da cui è animato il globo A, le due masse A, B dopo il congresso camminano di conserva colla comune celerità esposta per $\frac{AV}{A+B}$, che moltiplicata per la somma delle massime medesime m' insegna, che la quantità del moto AV indi risultante si mantiene illesa, ed alla primitiva s'agguaglia; e di più mi si palesano alcuni teoremi spettanti al moto invariato del centro di gravità, ed alla conservazione delle velocità relative.

Ora dove ho parlato delle forze, si è fatto vedere, che quella, la quale nel caso nostro unicamente risiede nella palla A, in qualunque modo si esprima, e che si può contrassegnare per la spezie F, nell' atto del colpo si parte in due, ed una porzione passa in morta, ch'io chiamo g, e si spende nella reciproca ammaccatura, e l'altra $= f$ si conserva viva, e promuove il movimento de'due corpi A, B procedenti colla velocità trovata $= \frac{AV}{A+B}$. Quinci essendo un assioma superiore ad ogni eccezione, che l'energia della causa è uguale all'aggregato degli effetti, nella generazione de' quali totalmente si consuma, avremo la canonica equazione $F = g + f$.

Aggiungo, che la forza viva f, che si mantiene dopo l'urto alla morta g, che nella doppia contusione s'impiega, risponde in qualche maniera colla relazione, che passa fra le masse A, B. Stia costante il solido A, e la velocità V, ed appoco appoco si vada minorando l'altro B fino a diventare una magnitudine infinitesima. Allora la velocità V non si diminuisce se non se per una quantità inassegnabile, e di conseguenza persevera adequatamente intatta, finita l'azione. Ma non alterata punto la massa A, ed insensibilmente la celerità V, la stessa forza viva sussiste; dunque la morta g col vie più minorarsi svanisce. In questo mentre la Natura non opera a salti; dunque aumentandosi passo passo la forza viva f, passo passo altresì si estenua la morta g. Ed in ordine a ciò quanto è più grande la proporzione della massa A alla B, altrettanto è maggiore il rapporto della forza viva f alla morta g. Per lo contrario crescendo il corpo B fino a pervenire ad una grandezza infinita, ambo le sfere dopo il congresso si fermano, e la forza totale F si converte nella morta g, e la f onninamente si dilegua; perchè, come vedremo in appresso, la forza viva, che sussiste, terminata la comunicazione del moto, è una quantità infinitamente picciola: dunque quanto è più menoma la ragione di A : B, altrettanto scema la forza viva f rispetto alla morta g. Per la qual cosa

l'abitudine tra le due forze f, g prende in qualche modo norma dalla relazione fra le due masse A, B.

Inoltre l'analogia fra la forza viva f, e la morta g vuole esprimersi relativamente alle masse A, B con funzioni tali, in cui molti elementi non c'entrino: lo che si ottiene, elevando generalmente le forze f, g ad una potestà indeterminata da determinarsi poscia nel progresso delle operazioni, ed istituendo l'analogismo $A : B :: f^{\frac{1}{r}} : g^{\frac{1}{r}}$, ovvero $f : g :: A : B^r$ assunta la massa A siccome unità. Se così non va la faccenda, facciamo uso d'una funzione di più nomi composta, e sia verbigrazia $f : g :: A^r + A^s : B^r + B^s$, e l'indice r maggior di s. Se la massa B decresce fino al minimo, stando ferma $A = 1$, la dignità B^r svanisce a confronto dell' altra B^s, ed allora avrassi $f : g :: 2A : B^s$. All'incontro se la massa B poggia all'infinito, la potestà B^s si dilegua, e sta salda la B^r: dunque $f : g :: 2A : B^r$. E perchè da un estremo all'altro si procede di passo, e non di salto, accaderebbe, che la Natura si mostrasse incostante nell'osservar le sue leggi, ed avrebbono a stabilirsi due differenti canoni, uno quando il corpo B scema, e l'altro mentre si aumenta.

Ma poste uguali le masse A, B, e ripetuta la proporzione $f : g :: A = 1 : B^r$, attesochè sono eguali gli ultimi due termini A, B^r, ognuno de' quali fa figura di unità, sarà altresì $f = g$. Quindi la forza primitiva F si divide per metà, ed una parte, cioè la morta g si perde in contusione, e l'altra f, che viva si conserva, si addossa alle due masse A, B procedenti unite colla celerità $\frac{V}{2}$.

Resta, che si segni con una congrua, e general espressione la forza originale F, che si rinviene nel corpo A affetto dalla velocità V. La massa A esposta dall'unità non ammette alterazione; alzo dunque la velocità V alla potestà dell'esponente incognito m, onde sia $F = AV^m$, ma non me la rappresento per una funzione più composta, per esemplo mettendo $F = AV^m + AV^n +$ ec. perchè di bel nuovo s'incontra nel disordine testè avvertito.

IX.

Tenute ferme le premesse posizioni, si cerca, qualmente abbia a determinarsi la forza viva F avanti il congresso, ed in che modo risponda la forza viva f alla morta g, compiuta la collisione, ed appresso qual valore debba assegnarsi agli esponenti r, m assunti sicome indeterminati, ed ignoti. Conciossiachè $F = AV^m$, ed inoltre come $A : B^r :: f : g$, ovvero come $A + B^r : A :: f + g = F = AV^m : f$, sarà $f = \frac{A^2 V^m}{A + B^r} = \frac{V^m}{1 + B^r}$, essendo $A = 1$. Perchè poi conosciuta la forza viva f d'ambo

le

le maſſe $A+B$, che congiunte camminano dopo il colpo, ſi ſcopra la loro comune velocità, divido in prima la grandezza $\frac{V^m}{1+B'}$ per la ſomma delle maſſe $1+B$, e mi ſi preſenta la quantità $\frac{V^m}{\overline{1+B} \times \overline{1+B'}}$.
Poſcia eſtratta la radice denominata dall' indice m, mi ſi rende nota la velocità cercata $= \frac{V}{\overline{1+B}^{\frac{1}{m}} \times \overline{1+B'}^{\frac{1}{m}}}$. Ma la predetta velocità, preſcindendo da qualunque conſiderazione di forze, ſi eſprime eziandio per la frazione $\frac{AV}{A+B}$; dunque ſiamo pervenuti all' equazione $\frac{V}{\overline{1+B}^{\frac{1}{m}} \times \overline{1+B'}^{\frac{1}{m}}} = \frac{V}{1+B}$, la quale dopo le debite riduzioni, dividendo prima per V, indi alzando tutti i termini alla dignità m, e per ultimo iſtituita la diviſione per $1+B$, paſſa nella più ſemplice $\overline{1+B}^{m-1} = 1+B'$.

Pongaſi ora eguali le maſſe A, B, e ciaſcuna in particolare all' unità (imperocchè egli è manifeſto, che la forza viva F, la quale riſiede nel corpo A avanti la percoſſa in neſſun modo ſi diverſifica, o ſia eſſo corpo per cozzare con una maſſa pari, o di qualunque grandezza) ed accomodata la formola ſuperiore al preſente caſo, eſſendo che $B' = 1$, naſce la ſempliciſſima equazione $2^{m-1} = 2$. E quì ſi noti, che non può mai verificarſi l'egualità, ſe l'eſponente m non è uguale al binario, e ſe le forze vive non ſono come le maſſe ne' quadrati delle attuali velocità. In fatti ſia $m = 1$ giuſto l'ipoteſi de' Carteſiani; dunque $2^{m-1} = 2^0 = 1$, ed in tal guiſa ſi cade nell' aſſurda eſpreſſione $1 = 2$. Fingaſi $m = 3$, è conſeguentemente $2^{3-1} = 2^2$, cioè $4 = 2$. Così vadaſi diſcorrendo, e ſi conchiuda, che chi non vuole urtare in formole ripugnanti, abbracci, eſcluſi tutti gli altri, il canone del Leibnizio.

Riaſ-

. Riassumo l' equazione $\overline{A+B}^{\,m-1} = A = B^r$, ed avvegnachè si è di sopra fisso l'esponente $m = 2$, sarà $A + B = A + B^r$, e perciò l'indice r s'agguaglia all'unità: dalla qual determinazione ne segue, che la forza viva f alla morta g sta in ragione come la massa A alla massa B, le quali tutte cose erano da dimostrarsi. Appresso la forza iniziale a quella porzione di forza viva, che dopo l' urto sussiste, sta come la somma delle masse $A + B$ alla massa A costituita in movimento, ed all'altra, che nella costipazione si spende, come l'aggregato delle masse $A + B$ alla massa B supposta in quiete, cioè $A + B : A :: A V^2 : \frac{A^2 V^2}{A+B} = f$, ed $A + B : B :: A V^2 : \frac{A\ B\ V^2}{A+B} = g$. In due maniere si esprime la massa viva delle masse A, B, che seguito il colpo progrediscono colla velocità comune U, primieramente per $\overline{A+B} \times U^2 = f$, indi per $\frac{A^2 V^2}{A+B} = f$; dunque sarà $\overline{A+B} \times U^2 = \frac{A^2 V^2}{A+B}$. Quinci col solo canone Leibiniziano senza l'ajuto del moto traslato si ha intorno la comunicazione del movimento de' corpi molli tutto ciò, che si andava investigando. E perchè la forza morta g spesa nella vicendevole ammaccatura, esposta per $\frac{A B V^2}{A+B}$, ne' corpi dotati di perfetta virtù di molla intiera si restituisce, premesso il teorema, che si comparta in ragion reciproca delle masse A, B, ci mette anzi gli occhj le leggi, con cui la Natura regola la comunicazione del moto fra i corpi elastici.

Essendosi nella formola già trovata $\overline{A+B}^{\,m-1} = A + B^r$ fatta A costante, ed uguale all'unità, si prenda B in qualità di variabile, ed in tal guisa correndo fra le masse A, B qualunque proporzione di maggiore, o minore inegualità, vado indagando ciò, che ne segue. Se pongo $m = 2$, $r = 1$, fra i due membri dell' espressione sta sempre salda l'uguaglianza, comunque la massa B gradatamente scemi, o ricresca. Nelle altre ipotesi ciò non si verifica, nelle quali, acciocchè sussista l'egualità dipendente da' principj stabiliti, il valore della massa B dee necessariamente limitarsi. Metto per servire alla sentenza Cartesiana l' indice $m = 1$, e conseguentemente $\overline{A+B}^{\,0} = A + B^r$: ma il primo membro è uguale all'unità, o sia ad A; dunque $A = A + B^r$, e prescritta la legge, che le forze vive sieno come le quantità del moto, le palle A, B non ponno avan-

avanzar cammino dopo l'urtò colla celerità $\frac{AV}{A+B}$, se la grandezza B^r non è infinitamente picciola, o meglio nulla la porzione della forza primitiva, che nelle ammaccature s'impiega, e così s' abbia un effetto senza cagione. Aggiungo un secondo esempio. Sia $m = r = 3$, ed in ordine a ciò $A^2 + 2AB + B^2 = A + B^3$, ed espurgata la formola, $2A = B^2 - B$: la quale equazione affetta maneggiata colle regole note ci dà due valori di B, uno negativo $= -A$, che a nulla serve, ripugnando, che ci sia una massa negativa; l'altro positivo $= 2A$, nel qual unico caso seguirebbe la comunicazione del moto giusto i canoni prefissi.

Ciò non può esser ignoto a' Geometri, che sanno far uso delle curve locali. Valendosi pertanto dei luoghi $\overline{A+B}^{m-1} = x$, $A + B^r = y$, e descritte le due curve del genere delle parabole, o delle iperbole, le coordinate variabili, delle quali siano nella prima B, x, e nella seconda B, y, stando costante la quantità A, si noti, in quali, e quanti punti si tagliano; imperocchè le intersecazioni ci daranno l'uguaglianza fra le applicate x, y, conforme richiede la nostra formola, e segneranno uno, o più valori dell'assissa comune B. Così verremo in cognizione de'casi particolari, in cui puote aver luogo la premessa equazione $\overline{A+B}^{m-1} = A + B^r$. E perchè essa si verifichi universalmente, e senz' alcuna eccettuazione, fa d'uopo, che ambo i due luoghi si uniscano, e le due curve l'una sopra l'altra ricadano. E ciò non si ottiene, se amendue non costituiscono una linea retta ripiegata ad angolo pari, e l'esponente r non sia uguale all'unità, ed m al binario. Allora le due rette nascenti dall' espressioni $A + B = x$, $A + B = y$ scambievolmente si sovrappongono, ed in una sola si confondono. In tal posizione il problema della comunicazione de' moti fra corpi molli ammette un generalissimo scioglimento, ed in tutte le altre la Natura si troverebbe imbarazzata: perchè trattone qualche incontro speziale, e privilegiato, non saprebbe come adoperarsi nel far passare le forze da corpo a corpo senza incorrere in assurdi, e in contraddizioni.

X.

Mentre i due corpi A, B animati dalle velocità $V \pm U$, o per la stessa, o per l'opposta strada si muovono, debbe avvertirsi, che nella partecipazione de' movimenti non sempre opera tutta la forza viva, di cui ambo le sfere sono separatamente fornite. Qualunque volta la palla B più pigra si sottragge in parte al colpo della più pronta A, che la persegue, si debilita l'energia della percossa, e per lo contrario si raddoppia l'azione, quando le due masse con opposta direzione s'incontrano. Qualora poi la massa B in quiete viene investita dalla massa A colla

forza

forza viva AV^2, siamo in una circostanza, che sta di mezzo infra due: Per la qual cosa dee considerarsi la forza, che realmente nell' urto s' impiega, la quale si determina, elevando al quadrato la somma, o la differenza delle celerità $V \pm U$, e moltiplicandola nella massa A, ovvero B, lo che è indifferente; per guisa, che la virtù agente a cagion d'esempio si esponga per il prodotto $A \times \overline{V \pm U}^2$. Se i predetti due corpi si collocheranno in un vascello, che cammini colla velocità V, o U, e con tal direzione, che l'una, o l'altra delle due palle A, B stia ferma rispetto allo spazio immoto, si scoprirà, qual sia quella forza, a cui la comunicazione del movimento si riferisce.

Sia la forza viva avanti 'l congresso $AV^2 + BU^2$, e la relativa determinatrice dell' azione $= A \times \overline{V \pm U}^2$. Facciasi come la somma delle masse $A + B$ alla massa B, che si piglia siccome paziente, così la forza $A \times \overline{V \pm U}^2$ al quarto termine $= \frac{AB \times \overline{V \pm U}^2}{A + B}$ dinotante quella porzione di forza, che nell'atto della collisione passa in morta, e nell'ammaccare s'impiega. Questa si sottri dalla primitiva $AV^2 + BU$, e ne risulta la forza viva, che dopo il colpo si mantiene $AV^2 + BU^2 - \frac{AB \times \overline{V \pm U}^2}{A + B} = f$ ed espurgata la formola $\frac{A^2V^2 \mp 2ABVU + B^2U^2}{A + B} = f$. Ma la forza viva f si esprime altresì per il prodotto delle masse $A + B$ nel quadrato u^2 della velocità, con cui ambo i corpi, seguita la percossa, congiuntamente procedono; dunque siam pervenuti all' equazione $\overline{A + B} \times u^2 = \frac{A^2V^2 \mp 2ABVU + B^2U^2}{A + B}$, ovvero $u^2 = \frac{A^2V^2 \mp 2ABVU + B^2U^2}{A^2 + 2AB + B^2}$, ed estratta la radice prima, $u = \frac{AV \pm BU}{A + B}$, dalla quale espressione si ha tutto ciò, che concerne la comunicazione del moto tra i corpi perfettamente molli. Se poi la massa B facesse figura di agente, ed A di paziente, lo che dall' arbitrio nostro dipende, converrebbe usar l' analogia $A + B : A :: B \times \overline{V \pm U}^2 : \frac{AB \times \overline{V \pm U}^2}{A + B}$, indi tener dietro al filo dell'analisi, che ci guida alla medesima conclusione.

Om-

Ometto i corollarj quinci nascenti, e mi fermo alquanto su due verità capitali, che illustrano ciò, che da me è stato esposto intorno l'economia del presente Sistema mondano. E primieramente egli è fuori d'ogni dubbio, che le leggi regolatrici delle comunicazioni dei moti sono di precisa necessità, e non di arbitrio, e di convenienza, e lo stesso dicasi dell'altre dinamiche, e spezialmente della principale delle azioni, dappoicchè il celebre Signor Eulero ne ha dimostrata la connessione. Ed in vero qualunque altro canone si sostituisca a piacimento al Leibiniziano, che misura le forze vive dalle masse moltiplicate ne' quadrati delle attuali velocità, ho fatto vedere, che ci si parano innanzi assurdi analitici, e geometrici, ed insanabili contraddizioni, che sono i germani caratteri dell'assolutamente impossibile.

In secondo luogo, che bisogno ci ha di ricorrere alle cause occasionali, e spogliar il nostro Mondo di forza, mentre c'è tanto capitale nella materia solida per esplicare i giornalieri fenomeni, e per matenere indenni le azioni, e le reazioni, e l'analogia fra le cause, e gli effetti? Se un corpo è fornito d'un dato grado di forza da Dio procreata, quand' anco egli più non ci metta del suo, e non operi con volontà particolare, come pretendono i Cartesiani, bastando la sola generale di conservarla; non per tanto, conforme ho provato, deggiono indispensabilmente succedere le mutazioni, che in Natura successivamente si osservano. Per toglierle di mezzo sarebbe di mestieri, che il Creatore distruggesse la forza una volta impressa: altrimenti sin a tanto che sussiste, la materia è dotata d'una proprietà passiva, ed essenziale, viene a dire della inerzia, la quale quantunque non generi, e non annienti la forza, ha però la facoltà innata di distribuirla con leggi inviolabili fra massa, e massa. Ad un mobile corredato di forza, che continuerebbe il suo viaggio per il vano con equabile celerità, vi si oppone l'impenetrabilità de'corpi, che lo circondano o solidi, o fluidi, i quali deggiono cacciarsi di luogo, ed a questo cangiamento di stato ripugna la lor inerzia, la quale si lascia vincere da una forza proporzionata alla sua ritrosia. Per la qual cosa la forza primitiva fra le masse affette si comparte in guisa, che stia saldo il gran principio dell'uguaglianza tra la cagione producente, e gli effetti prodotti; onde quanto la causa perde di forza, altrettanto gli effetti ne acquistano. Il meccanismo è palese, ed i canoni, a cui si appoggia, sono d'inevitabile necessità. Egli è dunque soverchio, e fuor di ragione il chiamar Dio in macchina ad operare ciò, che da sestessa può far la Natura:

Nec Deus intersit, nisi dignus vindice nodus.

XI.

Ho detto altrove, che la nostra costituzione di cose è un misto di necessario, e di libero. Quì mi si fanno incontro i Fautori del fa-

to, e massime i seguaci dell' Obbes giurati nimici della libertà. Co-
storo si lasciano legare tanto strettamente dalla catena delle cagioni effi-
cienti, che non sanno sciogliersene, e sono talmente accecati da un fal-
so lume che rinnegano per sino gl' interni sentimenti, da cui di ope-
rar a lor senno sono pienamente convinti. E' mirabile, come si aggi-
ri il citato Autore per isnervare, se fosse possibile, una testimonian-
za radicata nella propia conscienza, e si lusinga d' uscir d'impaccio coll'
esempio dell' ago calamitato, che si finge dotato di senso, e che si
crederebbe di diriggersi verso il polo liberamente, e con suo compia-
cimento, mentre sarebbe costretto a mettersi in tal positura da un fi-
sico insuperabile meccanismo. Io giudico, che i menzionati Filosofi sia-
no stati sedotti dal non aver ben accertate le proprietà della materia,
e dal non aver saputo discernere, come, sin a quanto, ed in quali cir-
costanze essa conservi la sua indifferenza.

A buon conto non si può negare a Dio il pregio d' una infini-
ta libertà. Nel mio primo Capitolo ne ho addotta una prova convin-
centissima; conciossiachè chi ha determinata l' indifferenza della materia
di sua natura indeterminabile, se non se un Agente supremo, e libe-
ro da lei distinto, e valevole a limitarla nella mole, nella partigione,
e nel tempo della sua comparsa? Non si è però tolta di mezzo con
queste prime determinazioni la sua totale indifferenza; imperocchè se-
guita ad esser tale per ciò, che concerne gli attributi massimamente
passivi, a cagion d' esempio le figure, e le posizioni. Se dunque in
Dio c' è libero arbitrio, mi sembrano oltre modo coraggiosi coloro, i
quali non vogliono, aver Lui comunicata alle creature ragionevoli
una sì nobile prerogativa. Bella si è l' avvertenza dello Scolastico Scoto,
che le proprietà delle cose ad una delle Divine perfezioni necessaria-
mente si appoggiano, atteso che Dio è la sorgente inesausta d'ogni rea-
lità. E se così è, egli ha potuto farci liberi, siccome ci ha resi con-
sapevoli di noi medesimi, e toccherà agli Avversarj il render ragione,
perchè non abbia voluto.

Per decidere la quistione convien dare una scorsa ai fenomeni. A
lungo ho spiegato, quanto influisca nella faccia della nostra Terra la
libertà umana, come abbia saputo servirsi a suo pro di ciò, che ha
trovato d' indifferente nella materia, e qualmente sia giunta a far uso per
fino delle leggi necessarie, a' suoi disegni opportunamente applicandole.
Non mi resta dunque salvo che di aggiugnerci alquante riflessioni.
Non so conciliare l' andamento di questo fantasma, cui si dà nome di
necessità coll' economia del Sistema, e con parecchie particolarità, di cui
si è fatta menzione. Dovrebb' esso procedere con una fatale uniformità,
ne interrompere nè punto, nè poco il solito corso delle cause seconde
operanti giusto le leggi fin *ab aeterno*, non si sa come, prefisse; per modo
che le picciole varietà, che di quando in quando pare, che si frammet-
tano, avessero a comparire con regolati periodi, de' quali si verrebbe in
cognizione, se da' nostri maggiori ci fosse stata trasmessa una esatta sto-
ria della Natura. Ed in fatti la cosa non potrebbe altrimenti succedere;
mer-

mercè che dove domina il necessario, l'ordine de' prodotti fisici è inalterabile, e costante, e ne abbiam innumerabili saggj nelle rivoluzioni de' corpi celesti, nella successione delle stagioni, nel generarsi de' viventi, e ciò, che più importa, nello stile uniforme, che dà norma alle azioni degli animali irragionevoli.

All'opposto qualora io volgo lo sguardo alla condotta degli Uomini, ci ravviso da per tutto una perpetua incostanza, che non può unirsi in lega colla fatalità, e che da un altro principio infallibilmente dipende. Ogni secolo ha le sue mode, e di tempo in tempo si muta scena. Ci si cangiano sotto gli occhj le arti, le scienze, le leggi, le costumanze, e persino gl'idiomi, mentre agli antichi, che muojono, i moderni sottentrano, che in avvenire daran luogo a quegli, che nasceranno. Aggiungasi, che in differenti paesi la maniera di vivere, le religioni, i riti, i governi, le lingue sono affatto discrepanti; attalchè pare, che la Terra sia abitata da tante diverse spezie d'Uomini, quante son le regioni: lo che de' bruti non si verifica. Ora che sorta di necessità è mai questa, che va alla foggia, e che alla giornata cangia vezzo? Fa d'uopo, ch' essa si scordi d'esser immutabile, e posto in non calere il suo consueto tenore, abolisca i canoni vecchj per sostituirne de' nuovi, ed a suo dispetto alle umane ritrovate si accomodi, ed al nostro arbitrio ubbidisca. Tale si è la necessità di Stratone, di cui si fa tanto rumore: necessità, che ripugna a sestessa, mentre ogni dì muta faccia, ed a ricevere innumerevoli modificazioni è necessariamente costretta. C'è dunque un fato superiore, e signoreggiante, che introduce la varietà, e che scioglie il concatenamento delle fatali, annodate cagioni. E questo agente poderoso altro non è, che il libero arbitrio atto nato a vincere l'indifferenza.

XII.

Un forte argomento a favore della libertà si ricava dalle operazioni dell' intelletto, messe per ora da canto quelle della volontà, le quali non ci somministrano una prova del pari manifesta. L'anima viene frequentemente stimolata dalle affezioni sensibili a tal segno gagliarde, e lusinghiere, che non sappiamo appena discernere, se il nostro assenso sia volontario, o forzato: e su questo punto non rifinano gli Avversarj di far valere le loro sottigliezze. Ma il libero arbitrio, che domina con più quiete nel progresso delle nostre cogitazioni, sopra cui abbiam agio, e tempo di posatamente riflettere, ci convince appieno, che non ci può aver luogo la decantata necessità. Quì dimando, se possa mai credersi, che siano parti della sua cieca stupidità i raziocinj, le dimostrazioni, i metodi, e le ingegnose ritrovate degli Uomini. Saranno forse surte dal suo sterile fondo tante bell'opere, che sono uscite, ed escono giornalnalmente alla luce, per esempio gli Elementi di Euclide, i Conici di Apollonio, i Poemi di Omero, di Virgilio, di Dante, le Storie di Tucidide, e di Livio? Chi non vede, che in sì fatti mentali producimenti

ci si richiedono lunghe meditazioni, maturo consiglio, provvida elezione, e conseguentemente pienissima libertà?

Provoco all'interna esperienza di qualunque accurato Scrittore, e lo scongiuro a dirmi con ingenuità, quanta fatica, quanti pentimenti, quante correzioni gli costino pochi fogli di carta, a cui raccomanda le sue studiate perquisizioni. Fa d'uopo scandagliare il soggetto, pensare al metodo, bilanciare i discorsi, e poi scerre le parole, ond'esprimere nettamente i conceputi sentimenti. Ma ciò non basta: bene spesso ci troviamo delusi, e dopo avere scoperti con nostr' ammirazione gli errori, conviene risarsi da capo, cancellare ciò, che si è scritto, maneggiar la materia per altro verso, e tal fiata dedurre le giuste conclusioni da più rimoti principj. Io, che so a prova il gitto de' miei divisamenti, mi rido, e mi stupisco, quando mi sento a dire, che m'inganno, qualora parmi di liberamente operare.

E vaglia il vero: deriva per avventura dalle impressioni tumultuarie de'sensi, confuse, contraffatte, e procedenti senza ordine tutto ciò, che nelle scienze si è scoperto e di buono, e di bello, e le verità, che a nostro profitto si sono rese comuni? Che vuol dire, che dalla serie de' pensamenti d'un pazzo, d'un delirante, d'uno, che sogna, non si tragge costrutto? Gl'impulsi esterni, e le interiori irregolari oscillazioni delle fibre, da cui costoro son dominati, non si combinano mai in una tollerabile disposizione. Per la qual cosa fa di mestieri, che l'anima eserciti potestà sopra i suoi organi, e che questi a suoi comandi ubbidiscano. Dee dunque a suo beneplacito ripudiare le affezioni mal confacenti a' suoi disegni, richiamare al suo cospetto quelle, che fanno a proposito, purificarle, correggerle, accoppiarle, ed esaminarne la dipendenza, e la connessione. In somma ha da comportarsi in maniera, che ne' suoi lavori ci si vegga un esatto metodo, ed una studiata corrispondenza. Nè mi si opponga, che nulla si fa senza ragion sufficiente, e che ogni effetto è indissolubilmente legato colla propria cagione; per guisa che si urta in una palese contraddizione, quando si pretende, che posta la causa, si generi ad arbitrio un altro effetto diverso da quello, che indispensabilmente dee generarsi. Chi non si accorge, che quì s'incorre in una manifesta petizion di principio; perchè gratuitamente si assume, non darsi in Natura altre cagioni fuorchè le necessarie, nè altra ragion sufficiente, salvo che la fatale? Ma nel nostro Sistema vogliono fare la lor comparsa le cause arbitrarie, conforme c'insegnano i fenomeni testè indicati; e l'indifferenza, che si ravvisa nelle cose create, non può esser vinta se non se da una ragion sufficiente appoggiata alla libertà.

CAPI-

CAPITOLO TERZO

D' alcune particolarità, che mal da' Fisici al Sistema si attribuiscono.

I.

IO non mi sono mai immaginato di costruire un Mondo a mio senno: mi sono semplicemente accinto ad accertare alquante particolarità, che a formarlo concorrono, ed ho nei due premessi Capitoli impugnati coloro, che de' suoi principali requisiti tentavano di spogliarlo. Il restante si è da me lasciato nell' abisso della divina Onnipotenza. Presentemente ho da fare con Filosofanti più liberali, che si prendono la briga di arrichir l' Universo di certe immaginazioni estratte dal cupo della lor fantasia, le quali facendosi passare dal concepimento all' atto, deturpano il sistema in vece di perfezionarlo. Egli è uno strano divisamento addossare alla Natura tutto ciò, che ci viene in mente, e convertire in vere, e reali sostanze le nostre astrazioni, e parecchie idee torbide, e confuse, che con vocaboli generali, e non significanti si esprimono, ed a cui nessun soggetto esistente fuori di noi corrisponde. Così ad un Mondo da Dio prodotto se ne sostituisce uno da noi creato, e tal fiata molti aerei, e fantastici, che ad un soffio della retta ragione si dileguano.

Di cotali nozioni metafisiche si è formato il linguaggio di coloro, che presumono di sapere, e di soddisfare ad ogni quisito con una misteriosa parola. Se ne può fare un buon uso in due casi; o quando la cosa è bastantemente dilucidata, e si contrassegna con una voce già spiegata, e libera dagli equivoci per abbreviare il discorso; ovvero quando per essa si dinota un effetto cognito di causa sonosciuta. Per altro bisogna guardarsi di mescere coi magisterj meccanici della Natura le nostre visioni, viene a dire le qualità occulte, le forme sostanziali, e plastiche, gl' istinti, le simpatie, le antiperistasi, ed altre facoltà di simil fatta, che sono tanti asili d' una ignoranza, che da scienza si abbiglia. Non è questo il metodo con cui procede la Natura, nè queste sono le leggi, che danno norma a' suoi producimenti, i quali non si lavorano a fior di astrazioni. Nel passato secolo l'incomparabile Galileo avea cominciato a purgare la Fisica dai pregiudizj invecchiati; ma la sua rigorosa maniera di filosofare appogiata ai fenomeni si è tirata dietro molti ammiratori, e pochissimi seguaci. Le ipotesi Cartesiane ann' inondata tutta l' Europa, e ne sono stati in parte ammaliati fino i suoi più fedeli discepoli. In tal guisa il Mondo reale, parto d' una infinita sapienza, si è diviso in più Mondi filosofici,

fici, , ed ogni Fisico di riputazione se n' è fabbricato in testa uno a suo genio. Oltre la struttura di Renato adombrata dall' antico Leucippo sono uscite in luce quelle del VVifton, e del Burnet, delle quali ho fatto parola, e ne trasando altre parecchie, che non sono state ricevute dal pubblico con pari applauso, ed appena surte sono andate in dementicanza.

II.

A' giorni nostri si è mutato stile, ma temo, che in vece di avanzar cammino a gran passi si torni indietro. A buon conto, cacciate in bando le qualità occulte de' Peripatetici, si è dato ricovero alle Nevvtoniane attrazioni. Io non ne abborisco nè il nome, nè l'uso sapendo benissimo, che in molte astruse ricerche servono a maraviglia, e che spesse fiate essendo noi all'oscuro de' naturali meccanismi, con profitto le chiamiamo in soccorso. In questo mentre conviene ridurre le cose a dovere, e non lasciarsi deludere. Qui mi si offre all'occhio della mente un fosco lume, che non si vuol trascurare; perchè ci fa scorta ad isvelar le più recondite verità. I Geometri nel giro de' loro discorsi ce ne anno dati alquanti saggj a luogo, e a tempo, ma non si sono curati di mostrarci a dito la sorgente, da cui derivano.

Sappiasi pertanto, che l'intelletto umano è feracissimo di concepimonti, molti de' quali, quantunque pajano falsi a prima vista, e disguisati, sono però utilissimi a chi sa valersene alle occasioni, e convertirli in proprio vantaggio. Non si creda, che le nostre interne affezioni si sveglino a sproposito, e che ben adoprate non vengano a festa o per arricchirci di novelle cognizioni, o per dilucidare le antiche. Bisogna tener conto persino de' nostri sbagli, succedendo frequentemente, che per una serie di errori si pervenga alla verità. Ora ci gioverà distinguere spezialmente due generi di percezioni. Alcune sono le più legittime, e veraci, siccome quelle, che vanno d'accordo colla Natura, e ci rappresentano fedelmente le cose, che fuori di noi attualmente sussistono; e tali sono le idee dell'estensione impenetrabile, delle figure solide, delle forze, della durezza, della fluidità, della virtù elastica, e di cento altre proprietà, che modificano la materia inerte. Altre poi nell'intimo dell'anima industriosamente si formano, ed avvegnachè nulla in sestesse abbiano di reale, e di fisico, rispondono però con relazioni appropiate agli obbietti esterni, ai quali con profitto sogliono attribuirsi, e cadono in acconcio per agevolare i raziocinj, e le dimostrazioni. Immaginati, e non naturali si reputino i centri di gravità, e di oscillazione, ed inoltre le forze sussidiarie, e le masse alterate, che alle vere usate dalla Natura opportunamente si sostituiscono: ed in ordine a ciò io chiamerò le prime nozioni di cose, e le seconde di metodo.

III.

III.

Mi faccio ad esaminare sotto quale delle due classi vadano riposte le attrazioni Nevvtoniane. Se mal non mi appongo, parmi, che questa filosofica Setta pigli un grand'equivoco, quantunque volte addossa alla materia una facoltà attrattrice, e repellente: anzi perchè non si creda, che si tornino a far rivivere le qualità occulte, si è promulgata siccome una legge generale, e dominante in Natura, la mutua azione, e reazione delle masse corporee. L'illustre Maestro ha proceduto con più cautela; conciossiachè sospettando ragionevolmente, che tutti gli effetti naturali traessero la lor origine dalle cagioni meccaniche, sebbene frequentemente il magisterio ci si nasconde, ha proposta la sua nuova ipotesi come una idea puramente matematica, piuttosto che fisica, e di conseguenza come un lavoro di metodo, coll'ajuto del quale molti fenomeni si spiegano, e molte leggi della Natura si scoprono. Ben è vero, che incoraggito da felice esito ha trasferito nell'estensione inerte i suoi mentali divisamenti, e messa da canto ogni dubbietà, si è dato a credere, che la virtù attraente sia un attributo inseparabile dalla materia al pari della impenetrabilità, e che i motivi, che ce lo persuadono, sieno più forti a favore della prima, che della seconda affezione.

E' una maraviglia con qual universale consenso, e con qual impegno le recenti viste siano state abbracciate quasi da tutta l'Europa. Assai ci ha contribuito la facilità di filosofare, e molto più, che ai supposti dati vi si applicano agevolmente i teoremi geometrici, ed i computi analitici. Intanto oggidì non si parla d'altro, che di attrazioni, e di rispingimenti; e ciò, che più mi dispiace, si è, che si trasanda il germano progresso della Natura, e non si pensa ad isviluppare gli artifizj reconditi, con cui ella si dirigge nelle sue operazioni, nè si bada punto all'uso, che fassi de'canoni derivati o dalla necessità, o dall'arbitrio, e nemeno ai fini intesi dal sommo Facitore. Io non so lusingarmi, che da cotali specolazioni sia per trarne un grand'avanzamento la Fisica; perchè ci arrestiamo a mezzo il cammino, e paghi, che ci sieno manifestate le regole, che modificano le forze traenti, del modo, con cui le cagioni influiscono meccanicamente negli effetti, guari non ci prendiamo pensiero.

IV.

Metto sotto gli occhj il novello stile di discorrere. Ci si affaccii un fenomeno, e se ci riesce o per via di replicate sperienze, o di certi indizj talvolta prossimi, e talvolta remoti di accertare qualche particolarità, che l'accompagna, si vada in traccia di quella legge speziale di attrazione, che ci corrisponde, e sia idonea a soddisfare al quisito. Fra tanti, che ci si parano innanzi, non sarà difficile il farne la scelta, e dopo averla adattata al subbietto, e, se si può, appiccaticì i computi,

si

si metta ogni studio in cavarne le conseguenze, ed in tessere una lunga serie di dimostrazioni. Vegno agli esempj, che da me con alcune brevi annotazioni saranno illustrati.

Il Keplero postosi a delineare organicamente l' orbita di Marte, collocando il Pianeta ne' siti dalle diligenti osservazioni di Ticone indicati, si avvide, ch'esso nel suo giro descriveva un ellissi Appolloniana, in un foco della quale era il Sole. Bastò il picciolo lume per farci venire in cognizione di tre importanti teoremi, che i tempi parziali sono in proporzione delle aje descritte dai raggj conduttori, ed i periodici in ragione sesquiplicata delle lontananze medie dal comun centro, e che le forze sollecitanti decrescono a misura, che si aumentano i quadrati delle distanze. La terza legge, che determina i conati centrali in proporzione duplicata dei rispettivi discostamenti d' ogni Pianeta dal Sole, e che si estende ai Satelliti relativamente ai primarj, è la regola capitale delle attrazioni, di cui si fa tanto uso nella nuova teorica Nevvtoniana. Si osservi però, che il predetto canone viene ubbidito dalla Natura sol per metà; conciossiachè essendo i corpi attratti totalmente indifferenti a camminare per l'ambito di qualunque sezione conica, non si vede lo perchè sia stata prescelta l'ellissi, che ritorna in se stessa ad esclusione della parabola, e dell'iperbola, che coi loro rami all' infinito si dilungano: anzi nell'ultima legge si ravvisa una proprietà, che la forza centripeta può cangiarsi in centrifuga. Conviene dunque ricorrere alle cause finali, e dire, che il supremo Artefice, acciocchè il Sistema non si dissipi, e coi più rimoti non si confonda, ha saputo limitare le scale delle impressioni acceleranti, onde non segua il disordine, ed i globi celesti abbraccino il comun centro colle loro replicate rivoluzioni. Il mirabile fenomeno non vuole attribuirsi alla Natura, e molto meno ad una geometrica necessità, che quì non ha luogo; ma bensì alla sapienza del Creatore, il quale, quand'anco si fosse prefisso di statuire la premessa legge, avrebbe dovuto indispensabilmente toglier di mezzo la notata indifferenza.

V.

Piglio per mano un altro soggetto. Ad ognuno è noto, che la densità dell'aere compresso è proporzionale al peso aggravante; e ciò esattamente si verifica, quando non si mettano in conto alcune minute circostanze, ed ispezie i diversi gradi del calore. L'azione della massa comprimente nasce dalla gravità, che verso il centro la spigne; ma la reazione del fluido elastico deriva dagli sforzi repellenti, o centrifughi delle particole, che vicendevolmente si scacciano. Il Cavalier Nevvton nella proposizione 23ª. del libro secondo de' suoi Principj dimostra, che se le particelle scambievolmente si fuggano con forze in reciproca proporzione delle distanze fra i loro centri, compongono un fluido elastico, la cui densità è proporzionale alla compressione. Qui si abbandona la legge generalissima già stabilita, ed alla ragione inversa duplicata

cata si sostituisce la semplice, eppure la prima domina del pari nelle forze centripete, e centrifughe, come c' insegna il citato Autore alla proposizione 12ª. del libro primo. Il motivo di tale incostanza è palese; imperciocchè per andar d' accordo colla sperienza si dovea mutar canone, ed appigliarsi a quello, che si confaceva all' intento, obbligando la Natura ad operare a nostro beneplacito. Ed in fatto posti i nisi repellenti inversamente come i quadrati delle distanze, si trova, che i cubi delle forze comprimenti sono come i quadrato-quadrati delle densità. Il punto sta, che non è necessario di rifuggire ai misteriosi rispingimenti, ed alle azioni in distanza, mercè che coi principj puramente dinamici si può soddisfare alla quistione.

Non veggio, che siasi mai fatto uso delle forze centrali in ragion reciproca delle lontananze dal centro, perchè le curve indi nascenti sono inettissime per essere applicate agli effetti fisici, siccome quelle, che sono infinite parte analitiche, e parte trascendenti, le quali o per un verso si accostano al centro senza mai giugnervi, e per l'altro si discostano all' infinito, ovvero per l' uno, e l' altro verso si avvicinano al centro. Non così dee dirsi della proporzione inversa quadruplicata, dalla quale prendono norma le attrazioni magnetiche. Io prima d' ogni altro me ne sono accorto, e ne ho avvertiti i Filosofi, pubblicando molti anni fa nel Giornale d' Italia la mia novella scoperta. L' ho desunta da un indizio, che non poteva ingannarmi. Osservava, che la limatura di ferro sparsa all' intorno d' una calamita sferica si affrettava ad unirsi in copia ad un polo, e a discostarsi dall' altro, per guisa che si disponeva prossimamente in una curva similissima alla più semplice fra l'epicicloidi, che si genera, quando un circolo mobile si gira sopra uno stabile, ed uguale, e compie un' intiera rivoluzione. Preso dunque il polo traente per centro, mi diedi ad investigare la legge delle forze sollecitanti, e le trovai in ragione reciproca quadruplicata delle distanze.

Ed ecco in campo un terzo canone di forze attrattrici corredato di singolari proprietà, che da me si giudica matematico, e non fisico. La menzionata determinazione è di limite, a cui ci si avvicina nelle più robuste calamite senza mai giugnerci, non che oltrapassarlo, come si ha dagli sperimenti de' Signori s' Gravesande, e Muschembrock. Per altro giusto le osservazioni dell' Inglese Taylor nelle più deboli si muta stile almeno in apparenza; conciossiachè talvolta la Natura si attiene all' inversa de' cubi, o de' quadrati delle lontananze, ed a parecchie proporzioni intermedie. La causa dipende dalla varia imperfezione del magnete, e pare, che la gran Maestra sia ambigua, qualmente abbia a valersi delle sue forze. Il bello si è, ch' ella costante nelle sue operazioni della legge fondamentale, e primaria testè stabilita unqua non si dimentica. Può scemare secondo le circostanze il vigore attraente ora più, ed ora meno, e diversificarsi di conseguenza l'indole delle scale determinatrici delle sollecitazioni, che ciò non ostante, vedremo sempre mai la scobe ferrea a conformarsi in una epicicloide. Per la qual cosa io crederei, che il fenomeno fosse regolato da un anteriore sconosciuto mecca-

:onde dalla linea del vertice. Dalle accuratissime osservazioni, che nella or relazione si leggono, siamo assicurati, che l'attrazione del globo terracqueo non era così forte, che affatto cancellasse quella della gran massa, per modo che del suo vigore attraente non desse qualche picciolo indizio. Orsù convien ammettere attrazioni centripete, attrazioni superfiziali, attrazioni in distanza senza che alcun mezzo vi si frapponga, attrazioni, che nel solo contatto esercitano il lor potere, e più oltre non si dilatano, attrazioni magnetiche, ed elettriche, ed attrazioni di doppia faccia, che ad una determinata lontananza si trasformano in repulsioni. Dei canoni poi, dai quali esse prendono norma, alquanti se ne sono indicati, e molti restano da scoprirsi; ed io son persuaso, che se ne amplierà il numero a misura, che si adatterà a nuovi fenomeni la teorica delle forze attratrici. C'è ancor di vantaggio: siamo astretti ad usarle, conforme ci torna meglio, nulla badando alla incoerenza della dottrina. Un effetto richiede, che si stendano a menomissimi discostamenti; un altro, che le stesse stessissime particole materiali operino a pochi palmi di distanza; un terzo, che l'azione si propaghi da un capo all'altro del Mondo: si adotta la più confacente supposizione, ed a guisa degli architetti di Lesbo la norma all'Edifizio si accomoda.

Io non ci trovo altro divario tra le qualità occulte de' Peripatetici, e le moderne attrazioni, se non che le prime si proponevan affatto nude, ed espresse soltanto con un vocabolo filosofico, per esempio di simpatia: laddove alle seconde si appiccano alcune leggi cavate dai fenomeni, indi si prende motivo di stabilire in Natura un canone spacciato per generalissimo, con cui non si scorge finora, qualmente per la maggior parte si connettano i secondarj. E se in amendue i metodi altro non ci si mette sotto gli occhj, salvo che effetti conosciuti dipendenti da cause incognite, pare a me, che senza introdurre nella scienza naturale concepimenti immaginarj, le leggi, che ci riesce tal fiata di scoprire, avessero fuori d'ogni esitazione ad attribuirsi ai veri, e reali impulsi delle potenze successivamente applicate, di cui non c'è per anco noto il meccanismo.

Mi viene in mente uno sforzo poco dissimile del Galileo. Egli non s'era liberato dal pregiudizio, che la Natura abborrisse il vacuo, ed ammonito da un Operajo, che l'acqua succiata da un'antlia pneumatica poggiava fino ad una determinata sublimità, e che giunta a tal segno non seguitava più l'embolo, ed ivi fermavasi, si avvide, che il decantato orrore del vano aveva i suoi limiti, e si mise di proposito ad investigarne le regole. Se avesse saputo, che i fluidi montano ad altezze tali, che sono in proporzione reciproca delle loro specifiche gravità, gli si sarebbono affacciate due conseguenze: l'una, che i liquidi quanto sono più pesanti, e fra questi l'argento vivo, tanto manco si estollono, e più presto cessa l'abborrimento del vano; l'altra, che lo stesso liquore in pari distanza della superfizie terrestre ugualmente s'innalza sopra il livello, e che l'effetto non dipende nè dalla capacità dei tubi, nè dalla lor inclinazione, ma piglia soltanto regola dal poggiare ad una costante sublimità verticale. Se poi si fosse accorto, che l'acqua nelle cime de' monti man-

co si solleva, che nelle basse pianure, e che coll'allontanarsi dal centro l' odio del vuoto va gradatamente scemando, e ne avesse accertata la legge; non ci sarebbe stat' apparenza, di cui con un principio falso non gli fosse andato fatto di render una plausibil ragione, che da tutt' altra causa deriva, dovendosi giusto la bella scoperta del Torricelli ascrivere unicamente alla pressione, ed alla virtù elastica dell' aere. Io formo un pari giudizo delle favorite attrazioni; perchè finalmente rinviene allo stesso, o che la Natura operi in grazia del vacuo, o che il vacuo sia il veicolo delle sue azioni.

VII.

E vaglia il vero: quanti fenomeni si osservano in Fisica, nella spiegazione de' quali ne meno i Seguaci stessi del Nevvton alle potenze attrattive, e repellenti ricorrono? Chi si è mai immaginato di farne uso nella comunicazione de' movimenti, nelle forze composte, ed equipollenti, negli equilibrj, ed in cento altr' incontri, che alla giornata ci si parano innanzi? Nell' urto de' corpi il moto si trasferisce da massa a massa per via d' impulsi, ed io superiormente ne ho fatto parola. Di più in altra occasione dal costipamento de' misti, e dalle forze morte, e dai nisi, che in essi risiedono accoppiati colla quiete ho dedotta l'energia delle molle, e credo, che il secondo principio ad altri subbietti del pari astrusi poss' applicarsi. In una parola quando siam giunti a diciferare coi canoni noti l'occulto magisterio, non si tien conto delle attrazioni, le quali ci servono d' un pronto rifugio ne' soli casi disperati. E queste, che non an nè punto, nè poco che fare coi lavori della Natura, adoperate in via di metodo ci fanno scorta a svelare bene spesso alcune sublimi, e recondite verità. Ne abbiamo degli illustri esempj, e spezialmente il singolare del celebre Signor Clairaut, che per due strade, cioè per la teorica della gravità, e per mezzo delle mutue attrazioni ha dimostrata la figura sferoidale della Terra.

Si vuole dunque inferire, che se per ipotesi gli elementi materiali fossero corredati di forze attratrici dirette negli eventi particolari da certe leggi appropiate, si produrebbero quegli effetti, che in fatto ci si presentano; e che in ordine a ciò delle inaspettate consegnenze indi nascenti verranno a palesarsi, le quali s' accordano puntualmente coll' esperienza. Ne le cose ponno altrimenti succedere; imperocchè ad una potenza reale se ne sostituisce una ideata, ma equivalente: in quella guisa appunto che i Geometri alle forze, ed alle masse naturali le immaginate, ed equipollenti surregano. Un Pianeta sia spinto verso il Sole da una scala d' impressioni sollecitanti, nulla rileva, che stando ferma la legge da cui piglian norma, si chiamino, o impulsi, o attrazioni. Ne posso essere ragionevolmente tacciato, se mi vaglio della seconda espressione, la quale appoggiandosi ad un supposto, ed assumendosi siccome un postulato, mi disobbliga dal render conto del vero meccanismo della cagione, anzi senza curarmene comincio a mezza strada il cammino. Il male si è, che i nuovi Filosofanti

paghi

paghi della legge universale delle attrazioni, dominante secondo loro nei lavori della Natura, non si piglian pensiero di volgersi indietro, e di montare alla primitiva origine delle cause, riducendo le cose alle fondamentali proprietà della materia, e della forza, ed ai germani principj della Dinamica.

Molte fiate non conseguiremo l'intento, ed in tal' incontri abbiamo a contentarci d'una scienza dimezzata. Ma non bisogna perdersi d'animo, e non conviene guardar con disprezzo gli sforzi de' Fisici meccanici. Confesso, che si prenderanno innumerabili sbagli, e pur non dispero, che una volta, o l'altra esca alla luce qualche segnalata scoperta; e gli esempj, ch' ho sotto gli occhj, mi dan coraggio. Intanto guardiamci dall'abusarci della teorica delle attrazioni, che non vuolsi chiamare in sussidio, se non se quando de' più accertati principj siamo all' oscuro: anzi io dico, che quanto più la Fisica diventerà perfetta, tanto meno avrassi a rifuggire alle forze attraenti. A che pro introdurle, qualora siamo sicuri, che l'effetto per via di soli impulsi si compie?

VIII.

Il Cavalier Nevvton me ne porge un esempio. La luce, che ferisce uno specchio, si riflette con un angolo uguale a quello dell' incidenza, e con tale aggiustatezza, che nel lucimetro, stromento, in cui si replicano le riflessioni, non ci si scorge alcuna mancanza, come accade negli altri corpi, in cui l'angolo riflesso è sempre minore dell'incidente. I Cattotrici convinti dall' analogia si sono dati a credere, che le particole luminose urtino nel cristallo, e che impedite di più oltre procedere dall'opacità della foglia, ed essendo massime dotate d' una squisita virtù di molla, tornino indietro per quella strada di mezzo, che viene ad esse segnata dall'obliquità della forza primitiva, che si risolve in due, una normale, e l' altra parallela alla superfizie del vetro. Ma secondo il citato Autore la cosa non va così, e l' addotta spiegazione meccanica mal corrisponde ai fenomeni; conciossiachè non si dà uno specchio tanto squisitamente pulito, che non sia scabro, ed un composto di minime prominenze diversamente inclinate. Per la qual cosa gli atomi lucidi, che in esse colpiscono, deggiono irregolarmente riflettersi, e dispergersi per ogni verso. Fa d'uopo dunque rifuggire ad un magisterio più recondito, per cui il raggio in vicinanza del cristallo, e prima di toccarlo soffre un ribattimento, che l'obbliga ad incurvarsi, e a descrivere una curva di due rami uguali col vertice prossimo alla superfizie del vetro, che lo ributta. Quinci liberato in picciola distanza dall'azione della suddetta forza continua il suo viaggio per linea retta, cioè per la toccante della curva, ed in tal guisa si pretende di dimostrare l'uguaglianza fra gli angoli d' incidenza, e di riflessione. Veggasi il Cavalier Nevvton nel primo libro de' Principj alla 96.ª proposizione.

Io

Io non ripugno alla deduzione, ma mi sembra strano, che ad un meccanismo semplice, e schietto e conforme al genio della Natura se ne surroghi un altro appoggiato a supposizioni, che si adottano in grazia del sistema generale delle attrazioni, le quali si fanno entrar da per tutto, quantunque nel caso in quistione non vengano a festa, e nè meno in via di metodo; perchè coi principj noti facilmente si soddisfa al problema. E' forse nuovo in Fisica, che i corpi, esercitando un mutuo commerzio, vengano a percuotersi, e del contatto ci diano segno colle reciproche contusioni? Gitto contro il nostro specchio delle menome sferette di vetro talvolta tinte d'inchiostro, e mi accorgo dal suono fievole, dalle picciole ammaccature, e meglio dalle macchiette impresse, che il moto riflesso dal tocco, e dalla collisione unicamente dipende: anzi tal fiata se l'impeto è gagliardo, e la lamina sottile, il cristallo non resiste, e si spezza. In tali effetti nè punto, nè poco an che fare gl'immaginati rispignimenti. Ora chi sa dirmi lo perchè, trattandosi della luce, s'abbia a porre alla regola universale una eccettuazione? Titubava il lodato Scrittore, se il lume fosse per avventura un non so che d' immateriale, ma che risentisse del corporeo: *Interea de natura radiorum, utrum sint corpora, nec ne, nihil omnino disputans, sed trajectorias corporum trajectoriis radiorum persimiles solummodo determinans.* Con sua buona licenza sì fatte controversie ai giorni nostri non sono più di stagione.

Ciò, che si può passar per la mente, si è, che l'estrema picciolezza delle particelle luminose faccia sì, che gli urti convertansi in repulsioni. Ma sarà sempre inesplicabile, come la Natura, che non procede di salto, si disponga a mutar legge, e qual miniamento di corpicciuoli vi si richieda; ed inoltre come prima che le due leggi totalmente si disgiungano, vadansi l'una coll'altra contemperando, onde in un solo effetto medio un doppio meccanismo cospiri. Per me giudico, che col mescere magisterj tanto disparati si oscuri la scienza fisica in vece di rischiararla.

Resta, che si sciolga la proposta difficoltà, la quale milita egualmente contro ambedue le sentenze. Se le superfizie irregolarmente ripiegate rimandano il lume, che in esse fa colpo, per tutte le direzioni, e lo dissipano, un pari sconcerto dee nascere nella virtù attrattiva, e ributtante del vetro; perchè ad ogni piano mutandosi l'angolo dell'incidenza, vuolsi adattare una curva speziale. In fatto sono rarissimi i cristalli ottimamente spianati, e le inegualità, da cui sono deformati, disguisano più, o meno le immagini. Gli Specchiaj usano l'artifizio di collocare lo specchio in maniera, che non possa guardarsi se non se in mediocre distanza, onde il difetto, che ne' maggiori discostamenti ci si palesa, al senso non apparisca. Ma fa d'uopo avvertire, che nelle riflessioni de' fluidi le menzionate anomalie in parte si correggono; conciossiachè investendo essi gli ostacoli solidi con un filone di particelle flaccate, ognuna delle quali da se sola per la sua strada particolare progredirebbe, avviene, che si contrastino, e si sostengano scambievolmente, e siano obbligate a camminar di conserva per una media direzione, la quale se il corpo, che vi si oppone, è quanto basta liscio, e pulito, dalla nota legge Cattotrica

ficamente non si allontana. Oltre i raggj del lume, di cui favello, me fan prova le onde aeree ripercosse dalle muraglie, e dalle rupi, che nandano i suoni articolati, e formano l'eco più fiate replicata; ed apesso le correnti de' fiumi, che rodendo una sponda sono spinte verso opposta, e riflettendosi cagionano la seconda corrosione.

Io mi sono adoperato, non so con quanto profitto, per imprimere 'miei Lettori, qual uso abbia a farsi delle attrazioni, e de' rispignienti. Queste nozioni di metodo se ne stiano nella mente, e negli scritti 'Fisici, dove son nate, ed an sortito il lor domicilio, e dove con altri nili ideali concepimenti servono talvolta a dirigere, e a facilitare i ostri raziocinj; ma non escano al di fuori ad ingombrar la Natura, e on si mescano con i reali, ed integranti requisiti, che concorrono a cotuire il mondano Sistema. Lungi dai naturali lavori le azioni in distana, senza che alcun mezzo vi si frapponga, tanto abborrite da' Filosofi, e ungi il vano, che le sostenta, e siccome veicolo le trasferisce da corpo a orpo.

Per ultimo se parte de' fenomeni fisici debbe ascriversi agli urti, ed gl' impulsi, e parte alle attrazioni, io non so con quale stromento tirare una linea di divisione tra le due differenti maniere di filosofare. Non starò perplesso, qualora comprenderò chiaramente, che l'effetto nasce lalle impressioni esterne, e mi valerò de' soli principj meccanici, come in alcuni esempj da me superiormente considerati, ed a contrattempo chiamerei in ajuto le forze attrattive, qualmente oggidì si tenta, ad ogni soggetto, dove non an luogo, indebitamente applicandole. All'incontro quando questo metodo principale mi abbandona, ricorrerò al secondario, e mi servirò secondo le occasioni delle varie leggi, che ad una sconosciuta virtù attraente, e ripellente sogliono attribuirsi, e talvolta con molto profitto. Mi resterà però sempre fisso nella mente uno scrupolo, se per avventura l'effetto, cui si accomoda una imperfetta, ed ipotetica spiegazione, tiri la sua più alta origine dai canoni fondamentali della scienza dinamica. Veracemente così richiede la costanza della Natura, che procedendo ne' suoi lavori con regole ferme, non fa uso di due disparati magisterj, e non mesce, e confonde insieme due generi totalmente diversi di meccanismi. Per la qual cosa il separare in due classi le naturali apparenze, sottomettendone una parte alla giurisdizione degl' impulsi estrinseci, ed un'altra al dominio delle interne attrazioni, è un sutterfugio, che proviene soltanto dalla nostra ignoranza.

IX.

Il celebre Leibinizio ha arricchito l' Universo d' un altro genere d'entità, che stanno di mezzo tra lo spirituale, ed il corporeo, a cui ha dato il nome di monadi. Ed appunto le ha cavate dai concetti astratti, e metafisici dell'unità, e della semplicità. La materia secondo lui inquanto estesa non è semplice, e non è una, inquanto è divisibile. Per la qual cosa in cotali attributi secondarj, e di conseguenza il nostro intelletto non

dee

dee fermarsi, ma proceder oltre coll'ultima analisi, sin a tanto che perv venga all'uno, ed al semplice. E da questo principio si è dedotta la necessità d'introdurre in Natura le monadi, sostanze primitive, pure, ed indivisibili, le quali servon di base alla materia sensibile, e ne contengono eminentemente le proprietà più composte, che dal loro fondo in una maniera impercettibile scaturiscono.

Io mi credeva, che l'unità, e la semplicità, idee, che alla nostra mente soltanto appartengono, e fuori di noi realmente non sussistono, fossero nozioni relative, e non assolute. In fatti la Natura non numera i suoi prodotti, nè si prende cura a qual grado di semplicità si sollevino. Essa intesa unicamente a' suoi consueti lavori piglia norma da quelle regole, che dal suo onnipotente Facitore le sono state prescritte, nelle quali per discernere il migliore, ed il più semplice ci vuole discorso, e bisogna istituire i confronti col peggiore, e col più complicato. Per la qual cosa l'unità, e la semplicità deggiono corrispondere alla speziale indole delle creature; e se la materia è di sua natura quanta, e partibile, si reputi nel suo essere a bastante perfetta, e mal le si addossa quella stretta unità, e semplicità, che conviene ad una consciencia. A che pro dunque assottigliarla, e per così esprimermi spiritualizzarla, onde per ultimo nelle monadi si risolva, ed all'individuo pervenga?

A questo passo io dimando cosa sieno sì fatte monadi, di cui per quanto io mi sia logorato il cervello, non ho mai saputo formarmene un distinto concetto. Sarebbero per avventura punti geometrici privi di parti? Ma so d'aver dimostrato, che la trina dimensione a tal estremo partimento non giugne, che si tira seco la contraddizione. Certamente le monadi non sanno d'essere: almeno i Leibiniziani finora non ann'avuto il coraggio di attribuire ad esse una così segnalata prerogativa. Saranno dunque un non so che nè spiritale, nè corporeo, a cui può ascriversi tutto ciò, che ci viene in fantasia. Diremo, che ognuna da per se non ammette divisione, ma che unite insieme compongono i corpi divisibili. Diremo, che non sono corredate di forza, e nè tampoco d'inerzia, ma che, ciò non ostante, regolano i cangiamenti di stato. Diremo col VVolfio, ch'esse sono l'uniche sostanze direttrici del Sistema materiale, e che l'estensione inerte, e la forza, che fra le vere sostanze non vanno annoverate, deggiono piuttosto appellarsi fenomeni sostanziati.

Quinci chiamando nella scena del Mondo la rigorosa ragion sufficiente tanto inculcata dal Leibinizio, che lega del pari con vincoli indissolubili la Natura, e l'Autore, e che togliendo l'indifferenza, e l'arbitrio, dal fato di Stratone non è guari diversa, delle stupende cose si narrano intorno le monadi. Ciascuna da per se è in commercio con tutte le sue compagne, e contiene in sestessa epilogato tutto ciò, che fassi nell'ampio giro dell'Universo, e copula il presente col passato, e con l'avvenire a guisa d'un giocolatore nascosto, che muove i suoi fantocci. Abbiamo dunque a distinguere due sistemi, che in un solo si congiungono: il primo composto di misteriose unità fornite di mirabili prerogative, che la natura delle cose create di lunga mano trascendono; il secondo,

che

che ci mette anzi gli occhj le apparenze sensibili, le quali intanto fanno la lor comparsa, inquanto sono dalle monadi sostentate, e da esse traggon l'origine. Ma se la materia quanta dall'indivisibile, non si sa come, scaturisce, io non ci veggio ripugnanza, per cui dal medesimo fonte non possano sgorgar le conscienze, e le sostanze spirituali, che colle menzionate monadi più da presso convengono nel comune attributo della indivisibilità. Per laqual cosa l'addotta sentenza mi è stata sempre sospetta in linea di Religione; conciossiachè portata un passo avanti va a terminare nello Spinosismo, cioè nella conscienza universale, che da taluno potrebbe appoggiarsi alle presate unità.

Dalla teorica delle monadi io non ho mai tratto costrutto nè in via di natura, nè in via di metodo. Qualora mi accingo a svolgere un quisito coi principj meccanici, i canoni capitali dinamici delle azioni, e della conservazione delle forze vive non mi abbandonano: e quando sono astretto a servirmi delle sussidiarie attrazioni, almanco dai fenomeni cavo le leggi ferme, a cui i miei raziocinj si appoggiano. Ma rivolto all' entità Leibiniziane non mi si presenta alcuna regola, che dirigga le loro azioni, e che mi palesi la debita corrispondenza fra le cagioni, e gli effetti. Veggio tutto dì nuove mutazioni di stato nella materia, urti, collisioni, comunicamenti di forze, e di moti fra massa, e massa, e mi vien detto, che da principj semplicissimi traggon l'origine. In questo mentre niuno mi addita il modo, qualmente ciò si eseguisca, nè come l'azione, senza cui nulla si fa, passi da monade a monade, e si trasfonda ne'corpi: misterj onninamente impercettibili, ai quali non rispondono salvo che parole affatto vuote di senso.

Qualunque volta io dimando cosa sia una monade per formarmene una idea distinta, non aspetto, che mi si assegni una proprietà assoluta, e positiva, che me la determini, e da tutti gli altri subbietti me la distingua. Farà d'uopo, ch'io mi contenti di sapere ciò, ch' essa non è, viene a dire nè corpo, nè mente; ed al più si produrranno certi attributi generalissimi d'unità, d'indivisibilità, che niente conchiudono, ed eziandio alcuni relativi riguardanti la materia, e la forza, che sono tante supposizioni arbitrarie nè dimostrate, nè dimostrabili. E vaglia il vero: i Seguaci del Leibinizio, e spezialmente il VVolfio fan valere le monadi nella Cosmologia, e con astrazioni puramente metafisiche s'ingegnano di darcele in qualche maniera ad intendere: sebbene non an mai potuto entrare nel mio ottuso cervello, non ostante il grand' apparato di ragioni, con cui si propongono. Ma quando discendono alla Fisica, s'incamminano eglino per tutt' altro sentiero, e postele totalmente in dimenticanza, siccome inutili, ai metodi comuni si appigliano. Basta dare un' occhiata alle belle Dissertazioni del Leibinizio sparse quà, e là per esserne appieno convinti. Ed io sono persuaso, che per quanto avesse maneggiate le sue predilette monadi, non sarebbe mai uscita in luce la maravigliosa scoperta, che le forze vive de'corpi in moto deggiono misurarsi dalle masse moltiplicate nel semi-quadrato dell' attuale velocità. Intorno la pre-

detta sentenza si è detto bastantemente per escludere le immaginate entità dall'economia del nostro Sistema.

X.

Ne'divisamenti umani, che non an freno, signoreggia l'incostanza, e perciò non è da stupirsi, che le nuove teoriche si seppelliscano, e che le vecchie risorgano. Negli ultimi tempi si è tentato di richiamare dall'obblivione almeno in parte la famosa omeomeria d' Anassagora, cui ha dato polso, e lena il celebre Medico, e Chimico Sig. Boerave seguitato dall'Autore dello spettacolo della Natura, che quasi ad ogni pagina la fa valere. Distinguono eglino i corpi naturali in due classi, cioè in semplici, e composti, e siccome i secondi si risolvono ne'lor principj, e tutto dì sotto gli occhj ci si cambiano, e pigliano diversi aspetti; così i primi sin dalla prima origine delle cose sono stati creati tali, quali in fatto sussistono inalterabili, ed immutabili, ed affatto differenti nelle intime proprietà sostanziali. Fra questi vogliono annoverarsi i quattro elementi di Empedocle, ed inoltre parecchj altri prodotti, per esempio i metalli, il vetro, i sali, e gli olj. Per discernerli dai misti si propone il criterio, che di lor natura non sono atti nè a generarsi, nè a corrompersi, per modo che una stilla d'acqua, una particella d'oro, o di ferro, che abbiamo alle mani, è nata a pari col Mondo, ed intatta tuttavia persevera, e durerà nello stato, in cui si ritrova, fino alla fine de'secoli. Di sì fatte sostanze, che non soggiacciono a variazione, alquante finora se ne assegnano nella nostra Terra, e forse col tempo se ne amplierà il numero, a misura che si multiplicheranno le osservazioni. Ma che diremo degli altri Pianeti, che girano intorno al Sole, ovvero anno per centro comune una Stella fissa? L'analogia m'insegna, che de'loro indissolubili producimenti non vogliono certamente spogliarsi, e conviene ammettere in essi del pari subbietti eterni, e corruttevoli di genere onninamente disparato; laonde viene ad introdursi in Natura una dimezzata omeomeria.

L'esposta opinione si fonda sull'esperienza. Per quanto studio ci abbiano posto gli Alchimisti intesi a tramutare i metalli, per quanto abbiano tormentato il mercurio, il rame, l'antimonio, e cento altre materie per convertirle in argento, e in oro, non an mai conseguito l'intento: indizio manifesto, che ciò non può farsi, perchè l'Arte avvalorata eziandio da qualunque robustissimo agente non arriva a trasformar l'una nell'altra le sostanze essenzialmente immutabili. Di tal motivo io non resto pago; imperciocchè mal si misura l'industria umana con quella della Natura, ne si debbe inferire, che ciò, che finora non ci è stato conceduto di mandare ad esecuzione, non possa una volta, o l'altra intraprendersi con buona riuscita, e molto meno che superi gli sforzi segreti de' fisici magisterj.

Su questo punto gli esperimenti istituiti in Parigi colla famosa lente d'Orleans mi avevano posto in quiete, ne dubitava, che la materia crea-

ta

ta fosse di sua natura omogenea, e che tra gli elementi, che la compongono, non ci potess'essere la supposta essenziale diversità. Collocato un pezzo d'oro su qualche corpo macro, come la porcellana, o la pasta indurita, di cui si formano i crogiuoli, ed esposto al Sole nel foco cocentissimo del gran vetro caustico in giorno, e stagione appropiata, si osservò, che in un batter d'occhio il metallo si squagliava, indi scioglievasi in fumo, dileguandosi le particelle sulfuree, che strettamente unite, e costipate per la maggior parte il costituiscono. Restava un poco di terra, che finalmente si tramutava in una spezie di vetro alquanto tinto d'azzurro. Se poi l'oro posava sopra una base impregnata di zolfo, a cagion d'esempio sul carbone, l'oro si liquefaceva, ma non isvaniva, insinuandosi lo zolfo vegetabile nella matrice terrea, e supplendo in tal caso alla perdita del minerale. Per la qual cosa conchiudevano i dotti Sperimentatori, che gli zolfi quantunque estratti da varj soggetti erano tutti della medesima indole, nulla importando, che l'uno si sostituisca in cambio dell'altro. Aggiungo, che trasferito l'oro nel pianeta di Mercurio, e lo stesso dicasi degli altri metalli, non reggerebbe, e dissipandosi si convertirebbe in misti totalmente diversi. Ma il citato Scrittore dello Spettacolo della Natura nega il fatto, e dice, che in altr'incontri non è riuscito, ed io rispondo, che dipendendo l'esito da certe minute circostanze o non avvertite, o trascurate, si dee prestar fede a quegli, che ci assicurano d'aver veduto, piuttosto che a coloro, che sono stati defraudati nella loro aspettazione. E poi c'è il Sole, c'è la lente d'Orleans, c'è l'oro, ed i valenti Accademici di Francia non mancano di sagacità: dunque si può replicare l'osservazione, e del successo accertarsi.

XI.

Intanto ascoltiamo ciò, che la ragione ci detta, e per camminar con piè fermo si istituisca una rigorosa analisi della materia, e delle sue proprietà. Ed in prima conviene spogliarla di quegli abbigliamenti, che appartengono all'anima, e le vengono indebitamente indossati, accomunando ad esso lei le affezioni sensibili, che nella nostra interna coscienza unicamente risiedono. I corpi dunque non sono nè freddi, nè caldi, non lucidi, e colorati, e non di suoni, o di sapori, e di odori forniti. Se queste particolarità fossero innestate nell'estensione inerte, avvegnachè siccome estranee non la modificano, si potrebbe ragionevolmente sospettare, che tra misto, e misto ci passasse una essenziale differenza. Ma liberati dall'error popolare non abbiamo a trattenerci salvo che alquanto su quegli attributi, che dalla natura della materia quanta, e corredata di forza immediatamente derivano. E tali sono le grandezze, le figure, le posizioni, a cui si accoppiino il raro, ed il denso, il fluido, ed il duro, l'opaco, ed il trasparente con cento altre qualità di simil fatta, per le quali un prodotto dagli altri si distingue. E se così piace non si mettano in non calere i conati, i

Hhh 2 mo-

movimenti, le azioni, le resistenze, la virtù elastica, l'elettrica, la magnetica, ed in somma tutto ciò, che di puramente meteriale si ravvisa in Natura. Sin quì io nulla ci trovo, che mi obblighi a riconoscere ne' varj producimenti un sostanziale divario, piuttosto che accidentale; conciossiachè le notate discrepanze ponno nascere del pari da un dissimile combinamento delle particole elementari, che mutate di sito, di figura, di densità, che separate dalle contigue, e con altre, che altronde vengono, opportunamente copulate, deggiono senza fallo comparirci sotto un diverso aspetto.

Certamente la forza, che alle masse si addossa, non introduce un' essenziale disparità; imperocchè senza punto alterarle talvolta le abbandona, e s'impiega soltanto nel farle passare da stato a stato, cioe dalla quiete al moto, o al contrario. Parrebbe, che alcune proprietà più notabili, di cui c'è ignoto il meccanismo, si radicassero nell'essenza delle cose, a cagion d'esempio che avesse a porsi una totale discrepanza fra i corpi molli, ed inerti, e gli elastici, e risentiti. Ma chi non sa, che colla gagliarda compressione, e con un forte costipamento la virtù delle molle si genera, e colla rarefazione si toglie. Io vorrei, che mi si additasse, in che la immaginata differenza fra le sostanze precisamente consista? Altro non sento intuonarmi all'orecchio, se non che l'oro è sempre oro, ed il ferro sempre ferro: e quì direbbe Anassagora, che il vino è sempre vino, ed il sangue sempre sangue. Ma dato, e non conceduto, che l'economia del Sistema richiedesse, che certi prodotti, i quali si spacciano per semplicissimi non si sciolgano in elementi ancora più semplici, ne segue forse, che il sommo Facitore non gli abbia cavati dalla medesima pasta, viene a dire dagli atomi primigenii varj di grandezze, e di figure, e non tutti lavorati ad un tornio, ne' quali si è stabilita la partecipata divisione della materia creata? Ne abbiamo un chiaro indizio nella Genesi, dove si narra, che Dio, posto in essere il Cielo, e la Terra nella prima giornata, da queste masse indigeste ha estrato ne' dì seguenti tutte le creature, di cui si è compiacciuto di adornare successivamente la sua grand' Opera,

Appresso se i corpi si distinguono fra loro per mezzo di attributi fondati su differenti sostanze, egli è consentaneo alla retta ragione, che ad essi siano state prescritte leggi onninamente diverse, siccome dipendenti dall'essenza, da cui necessariamente fluiscono. Eppure i canoni generali della Dinamica in qualunque incontro persistono invariati, e non importa, che si assumano pezzi di materia duri, o molli, solidi, o liquidi, ed eziandio di quegli, che si reputano semplici; imperciocchè non si muta stile nelle regole della comunicazione de'moti, nè nella teorica delle forze morte, vive, ed equipollenti. Oltre che abbiasi alla mano o acqua, o aere, o vetro, o metallo, sempre si verifica, che l'inerzia, attributo essenzialmente costitutivo dell'estensione impenetrabile, è proporzionale alla massa, la quale quanto ricresce, e scema, senza pigliarne altronde le misure si aumenta, e si minora la ripugnanza al cangiamento di stato. E questa inviolabile uniformità convince di falso l'opinione del Boer-

Boeravè, e mi persuade, che la materia sia in tutte le sue parti sostanzialmente simile, ed omogenea.

XII.

Quì mi si apre l'adito di ragionare degli atomi primordiali, che ridotti a dovere dal prescelto congruo temperato sono la base del presente corporeo Sistema. Tra Fisici io non trovo, chi abbia maneggiato meglio questo soggetto del pari difficile, ed importante, quanto il Cavalier Isacco Nevvton. Impariamo dunque sotto il valente Maestro una dottrinale lezione, con cui chiuderò tutto ciò, che ho saputo dire intorno le singolarità, ch'entrano nella nostra mondana costituzione. Secondo lui Dio ha prodotta la vasta mole della materia divisa sin da principio in corpicciuoli solidi, duri, massiccj, ed impenetrabili, di tali grandezze, e figure, in tal numero, in tal quantità, ed in tal proporzione collo spazio vuoto, che meglio si confacevano ai disegni, per cui si è disposto a crearli. Queste particelle sono incomparabilmente più consistenti de'corpi porosi, che dai loro accoppiamenti risultano, e talmente dure, che non ci ha agente, giusto il corso ordinario della Natura, che possa scioglierle, e logorarle, dividendo, in parti più minute quegli elementi, che sono stati dal sommo Facitore procreati semplici nella lor origine. Sin a tanto che si mantengono interi, ponno formare nel progresso de'tempi composti della medesima spezie, e tessitura. Se poi per avventura si spezzassero, o appoco appoco si consumassero, verrebbe a cangiarsi infallibilmente la natura delle cose, che dal variamente combinarli immediate dipende. L'acqua, e la terra fatte di frammenti, o di particole vecchie, e logore non sarebbero oggidì l'acqua, e la terra, che sono uscite dalle mani del supremo Artefice, che ci aveva impiegati materiali intatti, e non guasti, o corrosi. Per la qual cosa affinchè l'Universo possa esser durevole, e nel suo stato conservarsi, le alterazioni, che si osservano, deggion consistere soltanto in disunioni, in separazioni, in nuove copule, in nuovi moti degli atomi primitivi, che a qualsisia variazione non sono soggetti. Quinci i corpi composti si rompono in que'siti, dove i primi elementi si uniscono, ed appena si toccano. Ed il nostro Autore ha ben ragione di soggiugnere, che tutte le cose materiali delle menzionate particelle sieno state organizzate da un Agente intellettuale, mercè che a Colui, che le creò, toccava ordinarle, e disporle. Non procede dunque da sensato Filosofo, chi da altri principj deriva l'origine del Mondo, e pretende, che le leggi della Natura abbiano potuto trarlo dal Caos, sebbene non ripugna, che messo una volta nel suo essere continui in virtù delle suddette leggi a durare per molti secoli.

Sin quì ottimamente il lodato Inglese, e la sua dottrina va di conserva colle massime da me stabilite, e spezialmente colla indispensabile necessità d'un ben regolato temperamento. Per vieppiù illustrare il subbietto si rifletta, che le particole primordiali dissimili nelle magni-

gni-

gnitudini, e variamente configurate sono i materiali, di cui si forma il grand'edifizio. Fin a tanto che se ne stanno miste, e confuse, nulla di buono, e di compiuto si aspetti; ma quando da un intelligenza somma, e da un potere supremo nelle lor classi si segregano, e magistralmente insieme si accozzano, e collocando ognuna a suo luogo, con uno stupendo artifizio diretto dai fini prefissi si congiungono, e si distribuiscono, spunta un ordine ben concertato, ed una perfetta euritmia: in quella guisa appunto che un bravo Architetto, apprestati prima i pezzi di marmo, e lavorati a disegno, li mette uno accosto l'altro ne' siti premeditati, e così s'innalza una regolare struttura.

Non occorre dunque maravigliarsi, che dagli elementi primigenii diversi nelle figure, e nelle grandezze, e diversamente accoppiati nascano innumerabili prodotti d'indole differente, dall'unione de' quali è surta la presente costituzione di cose, parto d'un' infinita Sapienza. Intanto l'acqua non è aere, ed il vetro non è oro, inquanto che i minimi componenti si diversificano; ed invano ci promettiamo per esempio un diamante da quegli, che sono unicamente atti a generare il mercurio. Se poi oltre alle proprietà passive della materia grandezza, figura, e posizione si pon mente alle attive derivate dalla forza, ch'io soglio chiamar sistematiche, di gran lunga si accresce la discrepanza dei misti, essendo altri fluidi, ed altri solidi, alcuni molli, e pigri, alcuni rigidi, e forniti di virtù elastica, ed in tal guisa vadasi divisando.

XIII.

Non voglio ommettere una singolare particolarità, ch'io ravviso nel nostro Sistema. Non si fa il gran passaggio dai primi semi componenti ai corpi composti se non se per via di certi producimenti, che ci stanno di mezzo, e che quanto più si accostano alla primiera origine, tanto meglio fanno figura di elementi secondarj rispetto a que' misti, ne' quali entrano siccome ingredienti parziali, e già preparati, e che perseverano illesi, quand'anche il misto si corrompe. Nello sciogliersi de' prodotti fisici non si perviene mai alle particole primitive, ed in esse non va a terminare l'ultima analisi, che si ferma a mezza strada più presto, o più tardi secondo l'orditura dei composti, e secondo l'efficacia degli agenti. Succede pertanto, che alquanti corpi sieno così contumaci, che non si lascino agevolmente vincere, e che ad onta de' chimici tentativi nel loro stato costantemente persistano. Ed in tal senso, escluse le disparità essenziali, non sarei forse alieno di soscrivermi all'opinione del Boerave.

E se così è, viene opportunamente a sesta la massima degli Aristotelici, che le azioni appartengono ai supposti, e non ai principj. Si vuol dire, che gli atomi primigenii, in cui si è terminato il partimento congruo della solida estensione, non sono stati creati da Dio, perchè si sollecitassero con vicendevoli azioni, ma perchè ai composti unicamente servissero in qualità di materiali componenti. La loro semplicità, che non ammette una più minuta divisione, la lor fermezza escludente il vacuo, e le

e le lor figure, e grandezze determinate, ed inalterabili ci manifestano, a qual uso sieno stati sin dalla prima origine destinati, e non ravvisandosi in essi salvo che il moto di traslazione, impiegano la lor forza viva non separati, e l'un contro l' altro, ma bensì unitamente, ed in solido.

Non verrei mai a capo delle mie perquisizioni, se dando una scorsa alla storia presso che infinita delle opinioni, mi prendessi la briga di discutere ad una ad una tutte le strane fantasie, di cui è stato infrascato il mondano Sistema. La sola Setta Peripatetica me ne suggerisce una caterva, viene a dire e forme, e qualità, e accidenti, a cui si aggiungano gl'istinti, gli orrori, le simpatie, le antipatie, e le antiperistasi, ed un popolo di facoltà, e di potenze, alle quali si sono imposti nomi filosofici al bisogno appropiati per velar l'ignoranza, e per non confessare con ingenuità, che si vedono gli effetti, e non se ne intendono le cagioni. Ma dove lascio le impronte ideate, la luce plastica, e la benemerita putredine d'innumerabili viventi secondissima genitrice? Se poi mi rivolgo a coloro, che d'immaginazioni si pascono, mi si para innanzi una Fisica misteriosa, di cui non capisco parola. Qual concetto posso io formarmi dell'archeo degli Alchimisti, del latte virginale, dell'aquila volante, e della quinta essenza del Mondo? Ne mi viene a grado lo spirito universale, e sottilissimo inventato dal Cavalier Nevvton, che penetra tutti corpi crassi, ed in essi occulto soggiorna. Delle gran cose si narrano di questo spirito oltre ogni credere attivo, e possente. Da esso derivano le attrazioni, e le repulsioni ora in minore, ed ora in maggiore distanza, ed altresì l'adesione delle particole materiali, la durezza de' composti, e la loro virtù di molla. Egli mette in moto la luce, la reflette, la refrange, la torce, ed ai misti il calore comunica. Mc c' è ancora di più: per suo mezzo si svegliano le sensazioni, e le membra degli animali si muovono a'cenni della volontà; perchè cioè le vibrazioni del detto spirito dagli organi esterni de'sensi per i solidi fili de' nervi al cervello, e dal cervello ai muscoli si propagano.

Ci ha una scuola di Chimici, che si lusinga di spiegare tutti i fenomeni coll'introdurre in Natura due generali, e contrarj principj l'acido, e l'alcali, ma nel collocare i prodotti fisici sotto l'una, e l'altra classe non van d'accordo: e la ragione si è, perchè mal si confonde il relativo coll'assoluto. Se un liquore s'insinua ne'pori d'un corpo pervio, e lo scuote, e tal fiata sciogliendolo, cagiona una fermentazione, siccome attivo, e pugnente si conta fra gli acidi. Ma se da un mestruo più spiritoso, e mordace vien penetrato, si reputa un alcali; per guisa che la variabile denominazione altronde non si desume, se non se da un rapporto: ed in ciò consiste il trionfo degli acidi tanto vantato da alcuni Professori d'Alchimia. Questa ipotesi se ne stia tra i fornelli negli elaboratori, conciossiachè quando esce all'aperto, e per così dire prende aria, si rinviene oltre modo mancante, ed incapace di soddisfare appena alla millesima parte di que'fenomeni, che in Natura si ammirano. Cosa an che fare gli acidi, e gli alcali colle forze, colle resistenze, coi mo-

movimenti, e colle celesti rivoluzioni? E se pare, che nelle fermentazioni, e nello scioglimento de' composti possano aver luogo, sappiasi, che tali effetti da più alti principj traggon l'origine.

Finalmente non mi sia disdetto il conchiudere, che avendo io messi in vista i principali requisiti, ch'entrano nella formazione del presente Sistema, si ha tanto alle mani da sgombrare le illusioni, e gli spettri, che sono stati a guisa di tanti castelli in aria fabbricati dalle fantasie de' Filosofi, o che per l'avvenire verranno costrutti.

DELLA SEPARAZIONE

DELLE INDETERMINATE

Nelle equazioni differenziali del primo grado, e

DELLA RIDUZIONE

DELLE EQUAZIONI DIFFERENZIALI

Del ſecondo grado, e d'altri gradi ulteriori.

PREFAZIONE
DELL' EDITORE.

Quella parte del calcolo integrale, che ha per oggetto la separazione delle indeterminate nelle equazioni differenziali, è stata così felicemente coltivata dal nostro Autore, che i metodi da lui scoperti si contano fra i migliori, e più generali, di cui si serva l'Analisi. Ei compose il presente Trattato, dividendolo in tre parti, ed in due appendici, per istruire il Signore Abate Giuseppe Suzzi, e Lodovico da Riva, che studiarono sotto la sua direzione gli anni 1722, 1723, ed ottennero poi nell'Università di Padova le cattedre, il primo di Fisica, il secondo di Astronomia, e di Meteore.

Le due Parti prima, e seconda contengono i metodi per isviluppare le incognite nelle formole differenziali del primo grado in guisa tale disposti, che nella prima il Conte Jacopo spiega i metodi altrui, e nella seconda quelli di sua invenzione. Fra i metodi da lui trovati si distinguono i due; della dimezzata separazione; e dei coefficienti, e degli esponenti a principio indeterminati, e da determinarsi poi nel progresso della operazione. Non si può dire precisamente quando egli abbia cominciato a versar di proposito intorno alla separazione delle variabili. Gli diede forse motivo l'Opera famosa del Signore Gabbriello Manfredi, *De Constructione æquationum differentialium primi gradus* uscita in Bologna l'anno 1707. Due lettere del Signore Bernardino Zendrini, che ascese poi al grado di Matematico della Sereniss. Repubblica di Venezia, dirette all' Autore pr. Giugno, e 7. Agosto 1709 ci insegnano, che allora certamente meditava sopra tale argomento. Ma quali progressi avesse egli fatti, e

quanto avanti sentisse in così fatte materie apertamente il dimostra la soluzione generale del Problema inverso intorno a' raggi osculatori stampata l'anno 1712 nel Tomo XI del Giornale de' Letterati d'Italia. Per quello concerne i primi differenziali si può in essa osservare la riduzione della formola $\overline{dp + dy} \sqrt{\overline{py}} = ydp - pdy$ al metodo pubblicato dall' incomparabile Signor Giovanni Bernoulli negli Atti di Lipsia dell'anno 1697. Quì per altro non si fermarono le mire del Conte Jacopo intesο a nuovi discoprimenti: ed in fatti l'anno 1714 gli riuscì d' inventare il metodo della dimezzata separazione. Spiegatolo in una Dissertazione, la inviò al Signor Zendrini, e questi per mezzo del Signor Bourguet la spedì al famosissimo Signor Leibnizio. Non sarà forse discaro a chi legge, che di quell'Uomo sommo si registri quì la risposta scritta in Hanover nel mese di Decembre dell'anno or or mentovato. „ Le discours Analytique de votre Ami, sur la maniére de séparer les inconnues dans les Equations différentielles, me paroit ingenieux, & ses méditations meritent d'étre cultivées & éclaircies plus amplement. Je compare ces sortes de méthodes avec les differens tours d'adresse dont on se sert dans le calcul de Diophantes, quand il s'agit de résoudre les Equations en nombres rationaux. Je ne sai si c'est M.r Zendrini ou quelqu' autre Ami que vous avez en Italie. Quelqu' il soit, il paroit capable de donner quelque chose de considerable, & je vous supplie, Monsieur, de l'exhorter à poursuivre. Cependant il faut que je dise qu'il y a des séparations des inconnues dans les differentielles, qui ne suffisent point pour en tirer les quadratures: quoiqu'on ait coutume de prendre l'un pour l'autre. „ Premessi l'anno stesso due saggi di questo metodo, l'uno nello Schediasma, data in qualsivoglia modo per la curva, che dee descriversi, l'espressione del raggio combaciante, determinare la curva medesima, il quale uscì poi solamente l'anno 1747 nella terza parte del Tomo secondo dei Comentarj dell' Accademia di Bologna; l'altro nella Risposta ad alcune opposizioni fatte dal Signor Giovanni Bernoulli alla soluzione del Problema inverso delle forze centrali nel voto in ragione reciproca de' quadrati delle distanze, pubblicata dal Signore Jacopo Ermanno nel secondo Tomo del Giornale de' Letterati d'Italia, la quale Risposta egli fece inserire nel Tomo XIX del Giornale stesso; deliberò l'anno seguente 1715 di comunicarlo al Mondo Letterato nel Tomo XXI del nominato Giornale. Per mettere in pieno lume l'utilità del metodo della dimezzata separazione, ci facciamo lecito di rapportare la particola di un foglio, che l'anno 1720 il Si-

il Signor Gabbriello Manfredi per mezzo del Signore Eustachio suo Fratello, che si ritrovava in Venezia, spedì al Conte Jacopo. „ La soluzio-
„ ne data dal famoso Signor Conte Riccato del Problema proposto dal
„ Dottissimo Signore Jacopo Ermanno in Agosto 1719 $fyd:=axy+$
„ $bx^e y^f$, è stata da me veduta con tanto maggior mio piacere, quanto
„ più uniforme l' ho ritrovata ad una soluzione del medesimo Problema
„ mesi sono da me dedotta dai Principj dal medesimo Cavalier pubblicati
„ nei Giornali d'Italia, dei quali principj mi sono molte volte anche fuori
„ di questa occasione servito utilmente, e senza de' quali forse non avrei
„ sciolto nè questo, nè altri Problemi, onde all' Autore di tali regole so-
„ no debitore di questa soluzione da me mandata a Venezia a mio Fra-
„ tello l'Agosto passato con un mio M. S., quale spero a quest' ora sarà
„ giunto alle mani del predetto Cavaliere. „

L'altro metodo de' coefficienti, e degli esponenti indeterminati l'aveva il Conte Jacopo già inventato l'anno 1717, mettendolo in opra nella soluzione del Problema: determinare nella cicloide il moto d'un pendolo, a cui si resista dal mezzo in ragione della velocità, il quale problema diede alle stampe cinque anni dopo, cioè a dire l'anno 1722. Gli riuscì poscia di cogliere un copiosissimo frutto da questo metodo, maneggiando l'anno 1720 col mezzo d' esso quella formola resa poi celebre per aver sopra d'essa versato i più profondi Geometri dell' Europa, che Riccatiana suole chiamarsi. Verso la fine dell'anno stesso la propose al Chiarissimo Signore Niccolò Bernoulli figlio del Signor Giovanni, conforme apparisce da una lettera all'Autore 31 Gennajo 1721 del medesimo Signor Bernoulli, il quale in altra lettera 26 Agosto parlando della mentovata formola così si esprime. „ In tanto stimerei (ed è di questa opinione an-
„ che mio Padre) che VS. Ill.ma farebbe una cosa molto utile per l' in-
„ cremento delle matematiche, se volesse proporre questo problema pub-
„ blicamente negli Atti di Lipsia, mentre con questa occasione si torne-
„ rebbero a mettere in emulazione i Matematici, che per la morte del Leib-
„ nizio, e di acluni altri anno cominciato a languire. Non dico poi, che
„ queste sorti di problemi contribuirebbero all'accrescimento della di lei
„ gloria, la quale già appresso di noi altri Oltramontani è in troppo
„ gran lume. „ Accettato il consiglio del Conte Jacopo, propose l' anno seguente 1722 nel Tomo VIII Sezione II de' supplementi degli Atti di Lipsia il seguente Problema. Determinare nella formola $ax^m dx +$ $cy^2 x^n dx = dy$ gl' infiniti valori dell'esponente m, posti i quali le indetermina-

minate rie fcono feparabili. L'anno medefimo diede l' Autore un cenno al' Pubblico del metodo, di cui fi difcorre, nella Differtazione fopra le leggi delle refiftenze, con le quali i mezzi fluidi ritardano il moto de' corpi folidi impreffa nel Tomo II de' fupplementi al Giornale d' Italia Articolo VIII, nella quale fi contiene la foluzione del problema non ha molto nominato fcoperta dal noftro Autore l'anno 1717. Ecco le fue parole: „ a me, cui non tanto cale della foluzione quanto della fua eleganza, e fimplicità, fia permeffo il battere una ftrada diverfa, e di adoprare una mia particolar maniera di fviluppare le incognite, per cui fi ftendono i confini del calcolo fommatorio, e con l'ajuto di cui in certi cafi più ardui infinite feparazioni s' ottengono, che ftancherebbono per altro la pazienza di qualunque indefeffo Analifta, come penfo di far vedere a miglior occafione. „

La Parte terza tratta della riduzione delle equazioni differenziali del fecondo grado. Stimiamo efpediente il dir qualche cofa di que' metodi, della invenzione de' quali fiamo al Conte Jacopo debitori.

Aveva il dotto Analifta Inglefe Taylor fatta l'offervazione, come fiffata in una equazione per coftante la fluffione dy, e per variabile la dx, poffa trasformarfi in altra, in cui mutate le vicende, fia coftante dx, e variabile dy. Non vedendofi qual ufo fia ftato fatto dal Signor Taylor di quefta fua fpecolazione, il noftro Autore la rende più univerfale, e fondandoci fopra il Metodo III, avverte poter effa cadere a fefta per integrare con franchezza l'equazioni differenzio-differenziali, e poter fervire di preparazione per altri metodi.

Il Metodo V altro non è, falvo che una applicazione alle feconde differenze del metodo della dimezzata feparazione.

Più parole fpenderemo intorno al Metodo VI. Nel Tomo XI del Giornale de' Letterati d' Italia aveva il Conte Jacopo ftabilito, „ che pofte le differenze delle coordinate d' una curva eguali a dx dy, e prefa la prima come coftante, effendo variabile la feconda, il che può farfi in qualfifia cafo, fe fi combineranno in qualunque forma poffibile le grandezze date per y, e le differenziali dx, dy, ddy, e di più le loro dignità, o prodotti, purchè nella formula non v'entri l'indeterminata x, o le quantità per effe date, fempre l'equazione differenziale del fecondo grado potrà ridurfi ad una del primo, valendofi delle normali, e fumnormali, tangenti, e futtangenti, o d' altre rette anologhe conforme richiederà la facilità del calcolo, e la maggior femplicità della foluzione. „

ſe. „ Molto più ampio ſi è il Metodo VI, il quale c'inſegna, che „
„ quando in una equazione di ſimil ſorte manca l'una, o l'altra delle
„ indeterminate finite con tutte le ſue funzioni, e non entrano nella for-
„ mola, ſe non le ſue differenze prime, o ſeconde in qualſivoglia manie-
„ ra complicate, ed alzate a qualſiſia dignità, l'integrazione, o la riduzio-
„ ne delle ſeconde differenze alle prime ſuccede ſempre felicemente. Ciò
„ ſi ottiene col prendere la prima differenza, che fluiſce, e porla eguale
„ ad una nuova incognita moltiplicata nella coſtante aſſunta, o che ſi aſ-
„ ſume ad arbitrio, in caſo che non foſſe ſtata ſiſſata ſcoſtante. „ Con-
ghietturiamo, che l'Autore abbia trovata l'eſtenſione del riferito me-
todo l'anno 1721, leggendo in una lettera del rinomato Signor Conte
Giovanni Rizzetti in data de' 21 Decembre: „ Ho molta ſoddisfazione
„ delle ſcoperte motivatemi circa le ſeconde differenze, che leggerò vo-
„ lentieri. „

Dà compimento alla Parte III con quattro ſcolj nel II, III, e IV dei quali manifeſta varj artificj per ridurre dalle ſeconde alle prime differenze molte equazioni, in cui anno luogo ambe le indeterminate finite, o vero le loro funzioni.

Segue l'Appendice I, in cui ſi ſpiega la maniera di ſcanſare le ſeconde, e le ulteriori differenze, introducendo opportunamente nell'Analiſi quelle quantità, che virtualmente nelle loro prime differenze contengono le ſeconde, ed altre, che contengono nelle ſeconde le terze, e così ſucceſſivamente, o pure quelle grandezze, che nelle prime uſſioni contengono le terze, e così di mano in mano. Il Conte Jacopo aveva già meſſo in viſta un tal metodo l'anno 1712 nel Tomo XI del tante volte citato Giornale, nella quale invenzione non ſi ſa, che ſia ſtato da verun Geometra prevenuto. Così s'eſprime l'Autore nell'Opera dei Principj, e dei Metodi della Fiſica Libro III, Cap. VII. „ A me forſe prima d'ogni al-
„ tro è caduto in mente d'avvertire, che le toccanti, e le normali, ov-
„ vero le ſuttangenti, e le ſunnormali delle curve, ed altre rette analo-
„ ghe ricreſcono, o ſcemano con elementi tali, che in ſe le ſeconde fluſ-
„ ſioni implicitamente contengono. Per la qual coſa col valerſi a tempo,
„ e luogo di cotali linee, ſi fanno ſparire le differenze del ſecondo ordi-
„ ne, ed io me ne ſono ſervito nella ſoluzione del Problema inverſo de'
„ raggi combacianti, cioè dato in qualſivoglia modo il ſemidiametro oſcu-
„ lante, ovvero il co-raggio per una funzione dell'ordinata, o della cur-
„ va cercata, deſcrivere la curva medeſima. „

L'Ap-

L' Appendice II contiene qualche rifleſſione intorno ai terzi differenziali, affine principalmente di non laſciar indietro un Metodo dell' acutiſſimo Signore Jacopo Bernoulli, di cui ſi può far uſo anche nelle formole differenziali di grado inferiore.

Concioſſiachè dopo gli anni 1722, 1723, nei quali l' Autore ha compoſto il preſente Trattato, la ſeparazione delle variabili è ſtata arricchita e da lui, e da altri di nuovi ritrovamenti, ha ſtimato coſa opportuna l'Editore di aggiungerli quà, e là col mezzo di alquante Annotazioni al Trattato ſteſſo, onde riuſciſſe compiuto, e poteſſe ſervire d'intera iſtruzione a chi al giorno d'oggi aveſſe in animo di ſtudiarlo. Faremo menzione di quelle ſole, che anno più relazione all'Autore, o che contengono qualche coſa d'inedito.

Nella Annotazione X ſi pongono tre diverſi metodi, coi quali dal Signore Abate Giuſeppe Suzzi, dal Signore Daniello Bernoulli, e dal Signore Niccolò ſuo Fratello è ſtata maneggiata la formola ſopra mentovata propoſta dal Conte Jacopo nel Tomo VIII dei ſupplementi agli Atti di Lipſia. Quantunque tutte e tre le ſoluzioni ſieno d'eleganza fornite, pure la prima, in cui il Signore Abate Suzzi adopra il metodo degli eſponenti, e de' coefficienti indeterminati inventato dal Conte Jacopo, vuol eſſere alle altre due preferita: perciocchè queſte utili ſono per dimoſtrare una verità gia ſaputa; là dove la prima è atta a diſcoprire di nuovo una verità, di cui non avevaſi ne pur ſoſpetto.

Riuſcì parimente di ſcoprire al Signore Niccolò Bernoulli nell' atto di ſciogliere il detto Problema, che a tutte le formole, che ammettono la ſeparazione delle indeterminate, corriſponde una curva, ed equazione algebraica, da cui però non reſtano interamente eſaurite. Vedrà il Lettore nella Annotazione XI due ſoluzioni di queſt' ultimo Problema, una del Signor Daniello Bernoulli, e l' altra del Signore Abate Suzzi, il quale con molta induſtria aſſegna le ſue formole a tutti i caſi.

Sullo ſteſſo ſoggetto dandoci delle formole il dottiſſimo Signore Goldbach nel primo Tomo degli Atti dell' Accademia di Pietroburgo, ſenza munirle di alcuna dimoſtrazione; ſi termina l' Annotazione col dedurle immediatamente da quelle del Signore Abate Suzzi.

Preſentaſi la prima volta al Pubblico nella Annotazione XIII il metodo di ritrovare gl' infiniti caſi di ſeparabilità in una formola aſſai generale inventato non ha molto dal Padre Vincenzo Riccati.

L' An-

L'Annotazione XV contiene un'ampliazione di metodo ſcoperta dall' Autore l'anno 1739 colla occaſione, che rivedeva lo Schediaſma compoſto l'anno 1714: data in qualſivoglia modo per la curva, che dee deſcriverſi, l'eſpreſſione del raggio combaciante, determinare la curva medeſima. Arricchito lo Schediaſma della nuova invenzione, lo diede alle ſtampe, ſiccome abbiamo detto ſuperiormente, nella parte terza del Tomo ſecondo dell'Accademia di Bologna. Inſegna egli nel preſente Trattato in qual guiſa l'equazioni differenziali del ſecondo grado, in cui una delle due variabili manca, ſi tramutino in equazioni differenziali del primo grado. Nel luogo citato aggiunge varj canoni per la riduzione delle equazioni differenziali del terzo, del quarto, e degli altri gradi.

INDICE

PARTE PRIMA

Dei metodi inventati da varj celebri Autori per separare le indeterminate nelle equazioni differenziali del primo grado.

PARTE SECONDA

Dei metodi inventati dall' Autore per separare le indeterminate nelle equazioni differenziali del primo grado.

PARTE TERZA

Della riduzione delle equazioni differenziali del secondo grado.

APPENDICE PRIMA

Della maniera di evitare le seconde, e le ulteriori differenze.

APPENDICE SECONDA

Della riduzione delle equazioni differenziali del terzo grado.

PAR-

PARTE PRIMA

Dei metodi inventati da varj celebri Autori per ſeparare le indeterminate nelle equazioni differenziali del primo grado.

I. AD ogni Analiſta è paleſe, che nello ſcioglimento di parecchj aſtruſi problemi ci ſi affacciano dell'equazioni, in cui le indeterminate, e le loro fluſſioni ſono inſieme miſte, e confuſe. Queſto è uno ſcoglio dell'interior Geometria; perchè ſin'ora non s'è ſcoperto metodo fermo, per mezzo del quale poſſa conſeguirſi la bramata ſeparazione; eſſendo per il più impoſſibile integrare l'equazioni differenziali con l'incognite fra di loro implicate; onde ſpeſſe volte l'Analiſi ci abbandona, e dopo d'aver impiegata l'induſtria nell'inveſtigar l'equazione, ſiamo per anco da capo, mentre non ſi trova la ſtrada, che ci guidi alla coſtruzione geometrica.

In due maniere poſſono ſvilupparſi l'equazioni differenziali imbrogliate dalla miſſione delle incognite, o col ſommare i membri dell' equazione non oſtante la confuſione delle variabili, o col ſeparar le indeterminate, e così aprirſi l'adito all'integrazione. La prima s'adopra ne' caſi più ſemplici, quando la ſomma compoſta dalle due ignote è Algebraica, e principalmente quando nel prendere le differenze non ſieno ſpariti certi termini dell'equazione: ma alla limitazione del primo metodo dee ſupplire l'eſtenſione del ſecondo; eſſendo coſa troppo ardua il ſupplire i termini, che ſi ſono vicendevolmente diſtrutti, ed il ridurre alle quadrature quelle grandezze, in cui le variabili ſi ſuppongono implicate.

Egli è ben vero, che dall'equazione differenziale ſi viene in cognizione di qualche inſigne proprietà della curva, cioè a dire ſi rende maniſeſto o il valore della ſuttangente, e dell' altre analoghe, o la quadratura, o la rettificazione, o qualche altra funzione della curva, ch'ha da deſcriverſi; ed all'oppoſto data la funzione, e la proprietà della curva medeſima ſi fa paſſaggio facilmente all'equazione differenziale: con tutto ciò nulla ſi è fatto, ſe prima non ſi metterà in chiaro il modo, con cui poſſa dall'equazione derivarſi la coſtruzione. Mi ſpiego con un eſempio.

Cerco la curva ADC di tal natura (Fig.1.) che il curvilineo ADC compreso dalla curva ADC, e dalla corda AC sia sempre uguale ad quadrato dell'ordinata BC. Giacchè il mistilineo ADC è uguale allo spazio ADCB meno il triangolo ACB, saranno parimenti uguali i loro elementi: ma la differenza dello spazio ADCB è $= ydx$, chiamando conforme il costume x l'assissa, ed y l'ordinata, e la flussione del triangolo ABC è $= \frac{ydx + xdy}{2}$: dunque la differenza del curvilineo ADC $= ydx - \frac{ydx - xdy}{2} =$ all'elemento del quadrato BC conforme alla condizion del Problema, cioè $= 2ydy$; onde nasce l'equazione $ydx - xdy = 4ydy$.

Dalla premessa si cava un'altra proprietà della curva cercata: imperocchè condotta la tangente CE, sarà sempre l'ordinata CB quadrupla dell'intercetta AE: ed infatti essendo $ydx - xdy = 4ydy$, sarà altresì $\frac{ydx}{dy} - x = 4y$, ma $\frac{ydx}{dy}$ uguale alla sottangente E B; dunque EB — AB, cioè EA = 4 BC.

Queste notizie ci danno bensì indizio, che proprietà debba avere la curva desiderata, ma non ci manifestano abbastanza la sua natura. Non sappiamo se sia algebraica, o meccanica; se soddisfaccia una, o più; nè sono note l'altre sue proprietà, quando prima non si scopra il modo di sviluppare, o d'integrare l'equazione consecutiva della curva.

II. Abbiamo detto di sopra, che l'equazioni differenziali, in cui si trovano confuse le indeterminate, non ponno maneggiarsi con canoni generali, o almeno sin ora questa è una quistione; nel di cui scioglimento i primi matematici del nostro Secolo anno indarno impiegata la loro industria. In mancanza della regola universale altro non può farsi, che surrogare alcune regole particolari, che tanto saranno migliori, quanto saranno più semplici, ed abbraccieranno più casi, non essendo da trascurarsi il poco, mentre non si possa conseguire il tutto. Si può dire con verità, che rare volte succederà doversi abbandonare come disperata la soluzione di un problema per la sola causa, che pervenuti all'equazione, non si trovi la strada di separar le variabili; e quand'anche ciò fosse, il contento di soddisfare ad infinite quistioni compensa abbastanza lo sforzo, che inutilmente s'impiega in certi incontri particolari.

Procurerò pertanto di raccogliere i canoni più generali pubblicati sin ora in questo proposito, di disporli, di metterli in tutto il suo lume, di farvi sopra alcune opportune riflessioni, e di aggiungervi certe maniere di operare da me felicemente scoperte. Servirà tutto ciò non solo per intendere quanto è stato dato alla luce da più eccellenti Geometri, che per il più delle loro invenzioni anno fatto mistero; ma in oltre, perchè i meno versati in queste materie così profonde camminino

con piè franco, e s'internino negli arcani della Matematica più sublime.

CANONE FONDAMENTALE.

III. Quanto maggiore è l'esperienza, e la pratica fatta nel calcolo differenziale, tanto più si maneggiano, e si superano le difficoltà del computo integrale. Certe equazioni, che sembreranno difficili ad un principiante, saranno integrate a prima vista da un più provetto. Ma perchè in simili incontri ha più luogo l'uso, la pazienza, la fortuna, che il metodo, basterà che i Geometri sappiano, che l'integrale di $xdy + ydx$ è xy, e quello di $\frac{ydx - xdy}{y^2}$ si è $\frac{x}{y}$.

Quando le due variabili si confondono insieme, le più semplici formole sono le due assegnate, alle quali si debbono ridurre tutte l'altre più composte, per procedere con regola sicura, e ferma; giacchè anche quelli, che in certi casi non avranno necessità di servirsene, in altri più difficili saranno convinti della loro utilità.

Sia per esempio la formola $\frac{p^3 dq + 3pq^2 dq + 3qp^2 dp + q^3 dp}{2\sqrt{p^3 q + q^3 p}} = dz$, e sia di data in qualsivoglia modo per l'una, o per l'altra delle ordinate p, q. Io sono persuaso, che ogni più sperimentato Analista registrerà la premessa espressione fra le disperate, quando tenti di sommarla a prima vista; ma fatte le dovute riflessioni, ritroverà, che l'integrazione è più difficile in apparenza, che in sostanza, e può ridursi alla formola semplicissima $xdy + ydx = dz$

Diamo dunque un saggio come abbia a procedersi: tentiamo di sviluppare la formola in diverse maniere.

Primieramente facciasi $\sqrt{p^3 q + q^3 p} = u$, o $p^3 q + q^3 p = u^2$, e prese le differenze $p^3 dq + 3qp^2 dp + q^3 dp + 3pq^2 dq = 2udu$, ma $u = \sqrt{p^3 q + q^3 p}$, dunque $\frac{p^3 dq + 3qp^2 dp + q^3 dp + 3pq^2 dq}{2\sqrt{p^3 q + q^3 p}}$ $= du = dz$, ed integrando $u = z$, o sia $\sqrt{p^3 q + q^3 p} = z$; il che &c.

In secondo luogo l'equazione proposta può disporsi nel seguente modo $\sqrt{p^2 + q^2} \times \frac{qdp + pdq}{2\sqrt{pq}} + \frac{pdp + qdq}{\sqrt{p^2 + q^2}} \times \sqrt{pq} = dz$. La

som-

ſommatoria di $\frac{qdp + pdq}{2\sqrt{pq}}$ è $\sqrt{pq}$, e la ſomma di $\frac{pdp + qdq}{\sqrt{p^2 + q^2}}$ è $\sqrt{p^2 + q^2}$. Pongo $\sqrt{pq} = x$, e $\sqrt{p^2 + q^2} = y$; dunque $\frac{pdq + qdp}{2\sqrt{pq}} = dx$, e $\frac{pdp + qdq}{\sqrt{p^2 + q^2}} = dy$, e ſoſtituendo in cambio di $\sqrt{p^2 + q^2}$ il ſuo valore y, ed in vece di $\sqrt{pq}$ il ſuo valore x, avremo $ydx + xdy = dz$, ed integrando $z = xy = \sqrt{pq} \times \sqrt{p^2 + q^2}$.

In terzo luogo per procedere con un metodo più ſicuro, e più piano divido in due parti la formola propoſta, cioè $\frac{p^3dq + 3qp^2dp}{2\sqrt{p^3q + q^3p}}$, e $\frac{q^3dp + 3pq^2dq}{2\sqrt{p^3q + q^3p}}$. Prendo per mano il primo membro, ed oſſervo, che la quantità $p^3dq + 3qp^2dp$ è integrabile, e che la ſua ſommatoria è p^3q, che io pongo $= x$; dunque $p^3dq + 3qp^2dp = dx$, e

$$\frac{p^3dq + 3qp^2dp}{2\sqrt{p^3q + q^3p}} = \frac{dx}{2\sqrt{x + q^3p}}.$$

Paſſo al ſecondo membro, e trovo eſſere l'integrale del numeratore della frazione q^3p, che ſi ponga $= y$, dunque $q^3dp + 3pq^2dq = dy$, ed in conſeguenza la formola ſi trasforma nella ſeguente $\frac{dx + dy}{2\sqrt{p^3q + q^3p}} = \frac{dx + dy}{2\sqrt{x + y}} = dz$, ſoſtituendo in luogo di p^3q, e q^3p i valori ſcoperti x, y; ed integrando $\sqrt{x + y} = \sqrt{p^3q + q^3p} = z$.

IV. Spianato con queſto eſempio il ſentiero, m'inoltro alla ſpiegazione dei metodi.

Me-

Metodo I.

Questo metodo abbraccia tutti que' casi, che ponno risolversi con l'ajuto della semplice Analisi, combinando, e trasponendo variamente i termini, che compongono l'equazione: ma perchè queste regole vengono abbastanza spiegate nell'Algebra volgare, altro non farò, che additarne il loro uso con un qualche esempio.

Esempio I.

Sia $yxdx = x^2dx - x^2dy$, e dividendo per x, $ydx = xdx - xdy$, oppure $ydx + xdy = xdx$, ed integrando $xy + b^2 = \frac{x^2}{2}$.

Se la costante b^2 aggiunta sarà $= o$, l'equazione sarà alla linea retta, e generalmente all'iperbola Apolloniana.

Esempio II

Sia $ydx = y^3dy + y^2dy + xdy$, o sia $ydx - xdy = y^3dy + y^2dy$, ma il primo membro dell'equazione non è integrabile, se non è diviso per il quadrato y^2, dunque fatta la divisione $\frac{ydx - xdy}{y^2} = ydy + dy$, ed integrando $\frac{x}{y} = \frac{y^2}{2} + y \pm b$, o pure $x = \frac{y^3}{2} + y^2 \pm by$.

Delle curve espresse dall'equazione locale si dà facilmente la costruzione, e la quadratura. Facciasi $\frac{y^3}{2} = m$, $y^2 = p$, $\pm by = \pm q$, ed i tre luoghi, il primo sarà alla parabola cubica, il secondo all'Apolloniana, ed il terzo al Triangolo, e quello, che più importa $x = m + p \pm q$.

Prendo l'asse A B (Fig.2.) e chiamate y le assisse A B, descrivasi la Parabola cubica A C col mezzo dell'equazione $y^3 = 2m$, indi l'Apolloniana A D con l'equazione $y^2 = p$, e finalmente tirisi la retta A E, che risponda all'equazione $by = q$. Pongasi l'ordinata $BF = BC + BD \pm BE$, ed il punto F sarà alla curva cercata.

Ne segue, che lo spazio ABF sarà uguale allo spazio $ABC + ABD \pm$ il triangolo ABE, e quando fosse nulla la costante aggiunta b, uguale alli due spazj parabolici.

Con-

Confiderando di bel nuovo la formola $y\,dx - x\,dy = y^3\,dy + y^2\,dy$, vedo, che la fluffione $y\,dx - x\,dy$ è l'elemento del curvilineo ADC (Fig. 1.) compofto dalla curva ADC, e dalla corda AC; dunque integrando $\int \overline{y\,dx - x\,dy}$, vale a dire il curvilineo ADC $= \frac{y^4}{4} + \frac{y^3}{3}$, ed aggiungendo il triangolo ABC fi fcopre la quadratura dello fpazio ADCB.

Efempio III.

Sia $yx\,dx = \overline{x^2 y\,dy + y^3\,dy} \times \sqrt{y} - y^2\,dy$, e fatta la divifione per y, $x\,dx = \overline{x^2\,dy + y^2\,dy} \times \sqrt{y} - y\,dy$, ovvero $x\,dx + y\,dy = \sqrt{y} \times \overline{x^2\,dy + y^2\,dy}$, e di nuovo dividendo per $x^2 + y^2$,

$\frac{x\,dx + y\,dy}{x^2 + y^2} = dx\sqrt{y}$, ed integrando $\int \frac{x\,dx + y\,dy}{x^2 + y^2} = \frac{2}{3}\, y^{\frac{3}{2}}$.

Per avere la fomma del primo membro pongo $x^2 + y^2 = p^2$, dunque $x\,dx + y\,dy = p\,dp$, ed in confeguenza $\frac{x\,dx + y\,dy}{x^2 + y^2}$ $= \frac{p\,dp}{p^2} = \frac{dp}{p}$ e la fua fomma farà $l\,p$.

Efempio IV.

Propongafi di ritrovare la curva ADC (Fig. 1.) in cui l'area ADCB divifa per una data coftante fia fempre uguale alla curva ADC. Avremo la feguente equazione $b\,ds = y\,dx$, e quadrando $b^2\,dx^2 + b^2\,dy^2 = y^2\,dx^2$, ovvero $b^2\,dy^2 = y^2\,dx^2 - b^2\,dx^2$, e dividendo per $y^2 - b^2$,

$\frac{b^2\,dy^2}{y^2 - b^2} = dx^2$, e cavando la radice prima $\frac{b\,dy}{\sqrt{y^2 - b}} = dx$. L' integrale del primo membro dipende dalla quadratura dell'Iperbola.

SCOLIO

V. Dagli efempi premeffi chiaramente fi fcopre doverfi tentar ogni ftrada per integrare l'equazioni differenziali, nelle quali le variabili fi trovano confufe, e particolarmente non fi dee omettere di combinare i termini in differenti maniere, mentre fpeffe fiate accade, che una fteffa equa-

equazione disposta in una forma non sia integrabile, ed all'incontro, si faccia tale, alterata semplicemente la combinazione de'termini. Alcuni considerano questa verità come un paradosso, ma a mio credere fingono difficoltà, ove non è. In fatti è pur cosa chiara, che di due grandezze immaginarie si può componere una reale, e di due incommensurabili una razional B1 e perchè dunque dall'unione di due trascendenti non potrà nascere un'Algebraica? Per esempio le due flussioni $\sqrt{2ax - x^2}.\,dx$, $\frac{a\,x\,dx - x^2\,dx}{\sqrt{2ax - x^2}}$ prese a parte sono trascendenti, e la loro sommatoria porta alla quadratura del cerchio, ma congiunte in una somma danno integrate una quantità algebraica, cioè $\sqrt{2ax^3 - x^4}$; e per porre il mistero sotto gli occhi, descritto il quadrante di cerchio EDB (Fig.3.), e chiamata x l'assissa EC, ed a il semidiametro AE, egli è certo, che la somma di $\sqrt{2ax - xx}.\,dx$, altro non è, se non il semisegmento circolare EDC e l'integrale di $\frac{a\,x\,dx - x^2\,dx}{\sqrt{2ax - x^2}}$ altro non è se non il trilineo EDF. Ora chi non sa essere trascendenti li predetti spazi, e pur uniti insieme compongono il rettangolo ED, quantità puramente algebraica $= x.\sqrt{2ax - xx} = \sqrt{2ax^3 - x^4}$ come sopra.

Metodo II.

VI. Sin quì l'equazioni proposte si sono lasciate intatte, ed altro non si è fatto se non prepararle, e disponerle. Ma ciò non basta, mentre spesse fiate è necessario introdurvi alcuni termini, che servano all'integrazione, ovvero moltiplicare, e dividere li membri componenti per una funzione dell'una, o dell'altra delle variabili. Nè quì si ferma l'artifizio, ma debbonsi in alcuni casi maneggiare le formole nella stessa guisa, che nell'analisi ordinaria si risolvono l'equazioni composte, e massime le quadratiche affette dal lato. Nè si deono trascurare le varie combinazioni de'termini, che quasi in ogni incontro sono indispensabili.

Esempio I.

Sia l'equazione $x^2y^m dy = 2xdy - ydx$. Se non ci fosse il coefficiente 2, la cosa sarebbe facile, potendosi ridurre la formola alla seguente $y^m dy = \frac{xdy - ydx}{xx}$. Non riuscirà nemeno l'operazione trasportando il membro

sportarlo dalla parte opposta dell'equazione si ha $ydx - xdy$, in cui non si dee fare la divisione per xx, ma per y^n, stante che $\int \frac{ydx - xdy}{yy} = \frac{x}{y}$.

Lo stesso artifizio trova luogo in tutte le flussioni di simil natura, quale è la proposta $nxdy - ydx$. L'equazione pertanto si trasformi nella seguente $-dz = ydx - nxdy$. Prendo la differenza di $\frac{x}{y^n}$; cioè $\frac{y^n dx - nxy^{n-1}dy}{y^{2n}}$, e fatta la divisione per y^{n-1} avremo $\frac{ydx - nxdy}{y^{n+1}}$, dunque dividendo $-dz$ per y^{n+1}, sarà $\frac{-dz}{y^{n+1}} = \frac{ydx - nxdy}{y^{n+1}}$.

Ora essendo dz data per y avremo almeno trascendentemente la sua sommatoria, e già si sa essere la somma del membro corrispondente $= \frac{x}{y^n}$, il che etc.

Esempio II.

Sia $x^2dx^2 + xydxdy = a^2dy^2$. Per risolvere questa equazione io considero, che il primo membro altro non è, che una formola quadratica affetta dal lato, come sarebbe la seguente $x^2 + xy$, in cui per poter estrarre la radice prima sarebbe di necessità l'aggiugnervi il membro, che manca, cioè $\frac{1}{4}y^2$. Nel nostro caso alzo al quadrato l'espressione $xdx + \frac{1}{2}ydy$, e trovo $xxdx^2 + xydxdy + \frac{1}{4}y^2dy^2$, in ciò solo differente dalla proposta, che vi è di più l'ultimo termine. Aggiungasi dunque dall'una, e dall'altra parte dell'equazione, di modo che sia $x^2d^2x^2 + xydxdy + \frac{1}{4}y^2dy^2 = a^2dy^2 + \frac{1}{4}y^2dy^2 = \overline{a^2 + \frac{1}{4}y^2} . dy^2$, ed estraendo la radice dall'una, e dall'altra parte $xdx + \frac{1}{4}ydy = \sqrt{a^2 + \frac{1}{4}y^2} . dy$. Il primo membro è integrabile, ed il secondo dipende dalla quadratura dell'iperbola.

Esempio III.

Propongasi l'equazione $x^2dy + 2xydy + y^2dy = a^2dx$, ed estraendo la radice, $\overline{x+y}\cdot\sqrt{dy} = a\sqrt{dx}$. Sia $x+y=z$; dunque $z\sqrt{dy}=a\sqrt{dx}$, ovvero $z^2dy=a^2dx$, ma $dx=dz-dy$; dunque $z^2dy=a^2\cdot\overline{dz-dy}$, oppure z^2dy+a^2dy $=a^2dz$, e finalmente $dy=\frac{a^2dz}{a^2+z^2}$. L'integrazione del secondo membro si riduce alla flussione dell'arco circolare per la sua tangente.

Altrimenti aggiungasi da una parte, e dall'altra la quantità a^2dy, e si $x^2dy+2xydy+y^2dy+a^2dy=a^2dx+a^2dy$; dunque $dy=a^2\cdot\frac{dx+dy}{x^2+2xy+y^2+a^2}$. Sia $x+y=z$, ed $x^2+2xy+y^2=z^2$, e $dx+dy=dz$, e fatte le opportune sostituzioni, $dy=\frac{a^2dz}{z^2+a^2}$ come prima.

SCOLIO.

VII. Al presente metodo si riducono tutti que' casi, ne' quali è necessario di supplir qualche termine per passare all'integrazione. Siccome nel prendere le differenze bene spesso alcuni termini si distruggono, così si vede la necessità di aggiungerli, quando si voglia integrare la già presa differenza. Ma per dir il vero si prova tanta perplessità nell'aggiungere a proposito nuovi termini, che si può collocare questa operazione fra le disperate, almeno generalmente parlando. Basterà un solo esempio; mentre nel progresso spiegheremo un metodo non soggetto a tante difficoltà.

Sia $\frac{2xdy-2ydx}{\overline{x-y}^2}=dz$, data in qualsivoglia modo per x, o per y.

Chi si sognerebbe mai, che si potesse ridurre all'integrazione il primo membro coll'aggiungerci li quattro termini $xdx-xdx+ydy-ydy$, che sono spariti nel prendere le differenze, e che la somma cercata fosse $\frac{x+y}{x-y}=z^a$. Prendansi le differenze, e si metterà in chiaro da qual fonte nasca la difficoltà.

Egli è vero, che si può ottenere egualmente l'intento coll'aggiunta di due soli termini, cioè $2xdx-2xdx$, che dà l'integrazione $\frac{2x}{x-y}$, ove-

vero de' termini $2ydy - 2ydy$, onde nasce la somma $\frac{2y}{x-y}$.

Sembrerà strano, che ad una medesima formola differenziale corrispondano tre diverse formole d'integrazione. Ma chiunque abbia a mente, che nell'integrare fa di mestieri aggiungere la costante, comprenderà, che cotali trasformazioni vengon prodotte da diversi valori della medesima. Di fatto se nella prima integrazione aggiungasi la costante, si troverà $\frac{x+y}{x-y} + A = \frac{\overline{1+A}.x + \overline{1-A}.y}{x-y}$. Se $A = 1$, abbiamo $\frac{2x}{x-y}$, e se $A = -1$, nasce $\frac{2y}{x-y}$.

Quindi si scorge, che generalmente si otterrà l'integrazione aggiungendo i seguenti termini $1+A.xdx - .\overline{1-A}.ydy + Aydx - Axdy - .\overline{1+A}.xdx + 1-A.ydy - Aydx + Axdy$, colla qual aggiunta risulterebbe la somma $\frac{\overline{1+A}.x + 1-A.y}{x-y}$.

Ecco lo scoglio in cui hanno finora urtato tutti gli Analisti anche di prima linea, i quali d'altro maggiormente non si lagnano, quanto dell'opposto inconveniente.

Metodo III.

VIII. Non si è potuto far di meno di non servirsi, per una spezie di anticipazione, del metodo, ch'ora siamo per esponere; onde si raccoglie, che i metodi si danno mano, e che per il più un solo non basta, ma si ottiene l'intento col combinarli insieme, ed alle mancanze d'uno, o di più gli altri supplìscono.

Egli è manifesto, che la seguente formola pdx, in cui p si suppone data in qualsivoglia modo per x, può sempre costruirsi almeno per le quadrature. Ora se una espressione composta di due variabili con le loro differenze in qualunque forma confuse col mezzo d'una congrua sostituzione si trasmuta nella formola sopra mentovata non ci ha dubbio, che separate le indeterminate con tutta facilità si fa passaggio all'integrazione, e conseguentemente si manifesta il valore della quantità finita, di cui era noto l'elemento.

Sia per esempio $\sqrt{a^2 - u^2}.\ du = \frac{dz}{\sqrt{z}}$. Facciasi $a = xy$, e $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, avremo $du = xdy + ydx$, e $\sqrt{a^2 u^2} = \sqrt{a^2 x^2 - y^2}$

dunque

dunque $\sqrt{a^2 - u^2} \times du = \sqrt{a^2 - x^2 y^2} . xdy + \sqrt{a^2 - x^2 y^2}\, xydy$. Inoltre essendo $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, dunque $dz = \frac{xdx + ydy}{\sqrt[4]{x^2 + y^2}}$, e $\sqrt{z} = \sqrt[4]{x^2 + y^2}$, e conseguentemente $\frac{dz}{\sqrt{z}} = \frac{xdx + ydy}{\sqrt[4]{x^2 + y^2} \times \sqrt{x^2 + y^2}}$ e nascerà la seguente equazione $\sqrt{a^2 - x^2 y^2} . xdy + \sqrt{a^2 - x^2 y^2} . ydx = \frac{xdx + ydy}{\sqrt[4]{x^2 + y^2} \times \sqrt{x^2 + y^2}}$

nella quale le incognite sono fra loro mescolate.

Per ottenere la separazione basterebbe porre $xy = u$, e $\sqrt{x^2 + y^2} = z$, mentre tornerebbe in campo l'equazione da principio proposta, cioè $\sqrt{a^2 - u^2} . du = \frac{dz}{\sqrt{z}}$, e l'integrale $\int \overline{a^2 - u^2}^{\frac{1}{2}} . du = 2\sqrt{z}$.

IX. Il punto sta, che non riesce così facile, come altri pensa, l'uso delle sostituzioni, imperocchè o bisogna procedere fortuitamente surrogando varie quantità con incertezza dell'esito, o ritrovar qualche metodo, che ci agevoli l'operazione. L'esperienza mi ha insegnato, che la divisione, e la mutazione della caratteristica in molti casi è di un grande ajuto per separar le variabili. Per quello appartiene alla divisione si sa, che l'analisi volgare è mancante in questo punto. Si devono mettere in pratica tutti i suoi precetti, che talvolta non saranno sufficienti: ma lasciando da parte tutto quello che si potrebbe dire in questo proposito passerò al secondo artifizio. Nel prendere le differenziali per il più si moltiplicano i termini; onde appena si riconoscono le quantità integrali, massime quando vengono moltiplicate, e divise per qualche funzione composta dalle due variabili. Gioverà pertanto scrivere le differenze in maniera, che senza altra fatica si abbia sotto l'occhio la loro sommatoria: per esempio la differenza $\frac{x}{y}$ è $\frac{ydx - xdy}{y^2}$ difficile qualche volta a riconoscersi, mentre sia mista in altre quantità, ma se scriverò $d(\frac{x}{y})$, so subito, ch' il suo integrale si è $\frac{x}{y}$, e così discorrendo negli altri casi.

Presentandosi un'equazione con variabili implicate, si procuri scriverla in una maniera più semplice, indi si faccia passaggio alla sostituzione, che riuscirà più spedita, e più sicura. Gli esempj metteranno in chiaro l'artifizio.

Esem-

Esempio I.

Sia l' equazione proposta di sopra $\sqrt{a^2 - x^2 y^2}. \; xdy + \sqrt{a^2 - x^2 y^2}. ydx = \frac{xdx + ydy}{\sqrt[4]{x^2+y^2}. \sqrt{x^2+y^2}}$, ovvero $\sqrt{a^2 - x^2 y^2}. \overline{xdy + ydx} = \frac{xdx + ydy}{\sqrt[4]{x^2+y^2}. \sqrt{x^2+y^2}}$.

Nel primo membro trovo, che l'integrale di $xdy + ydx$ è xy, scrivo dunque $\sqrt{a^2 - x^2 y^2}. \overline{dxy}$, e perchè osservo, che l'integrale xy alzato il quadrato si trova nella quantità $\sqrt{a^2 x^2 y^2}$, sono certo, che può riunire la separazione delle indeterminate. Sia dunque $\overline{dxy} = du$, ed integrando $xy = u$, dunque $x^2 y^2 = u^2$, e sostituendo $\sqrt{a^2 - u^2}. du$.

Nel secondo membro la somma di $xdx + ydy$ è $\frac{x^2 + y^2}{2}$; onde in vece di $xdx + ydy$ scrivo $\frac{\overline{dx^2 + y^2}}{2}$, e perchè nel denominatore della frazione si trovano quantità simili alla sommatoria trovata, m'inoltro con la sostituzione. Sia $\frac{\overline{dxx + yy}}{2} = dz$, ed integrando $x^2 + y^2 = 2z$, dunque

$$\frac{xdx + ydy}{\sqrt[4]{x^2+y^2}. \sqrt{x^2+y^2}} = \frac{dz}{\sqrt[4]{2z} \sqrt{2z}}$$ il che etc.

Esempio II.

Sia come nell'esempio del secondo metodo $dy = \frac{a^2 \overline{dx + dy}}{x^2 + 2yx + y^2 + a^2}$: L'integrale di $dx + dy$ è $\overline{x + y}$, scrivasi dunque la sua differenza $\overline{dx + y}$; ma il quadrato di $x + y$ si trova essere $x^2 + 2xy + y^2$ dunque fatta la sostituzione, quando $x + y = z$, avremo $dy = \frac{a^2 dz}{z^2 + a^2}$.

Esempio III.

Propongasi l'equazione mentovata nello scolio del secondo Metodo, cioè $\frac{2xdy - 2ydx}{\overline{x-y}^2} = dz$ data in qualsivoglia modo per x, o per y.

Abbiamo detto, che l'integrale del primo membro è $\frac{x+y}{x-y}$, tentiamo di risolverla con la maniera sopra espressa.

L'integrale di $xdy - ydx$ si dà, quando si divida la differenza per il quadrato x^2. Supponiamo dunque $\frac{y}{x} = p$, e sarà $\frac{xdy - ydx}{xx} = dp$, ovvero $2xdy - 2ydx = 2x^2dp$, e perciò $\frac{2x^2dp}{x^2 - 2xy + y^2} = dz$.

Divido il primo membro per x^2, e trovo $\frac{2dp}{a^2 - \frac{2y}{x} + \frac{y^2}{x^2}} = dz$; ma $\frac{y}{x} = p$, e $\frac{y^2}{x^2} = p^2$, dunque $\frac{2dp}{a^2 - 2ap + p^2} = dz$. Ed ecco separate le variabili.

Ma per inoltrarsi di vantaggio sia $a - p = q$, ed $a^2 - 2ap + p^2 = q^2$, e $2dp = -2dq$; dunque $\frac{-2dq}{qq} = dz$, ed integrando $\frac{2}{q} + b = z$, e sostituendo in cambio di q il suo valore dato per x, ed y avrassi $\frac{2x}{x-y} + b = z$, oppure $\frac{2x + bx - by}{x-y} = z$.

Che se fosse $b = -1$, potrebbe l'equazione essere $\frac{x+y}{x-y} = z$ come dal metodo diretto risulta, e se $b = 0$, $\frac{2x}{x-y} = z$, e finalmente se $b = -2$, $\frac{2y}{x-y} = z$.

Prendendo poi in luogo di $a - p = q$, $p - a = q$, si scoprirebbero altre somme, ma tutta la diversità consisterebbe ne' segni.

SCO-

SCOLIO.

X. Succede frequentemente, che fatta la ſoſtituzione reſtino nulladimeno implicate le variabili, ma che poſſano poi ſepararſi con una ſemplice diviſione, o col replicare la ſoſtituzione medeſima. Supponiamo, che nell' equazione del terzo eſempio la fluſſione $\frac{2xdy - 2ydx}{\overline{x-y}^2}$ foſſe moltiplicata per x^m, e che dz foſſe data per x, ſi perverirebbe alla ſeguente eſpreſſione $\frac{2x^m\, dp}{a^2 - 2ap + p^2} = dz$; dunque $\frac{2dp}{a^2 - 2ap + p^2} = \frac{dz}{x^m}$.

Ma ſe z foſſe data per y, in quel caſo eſſendo $\frac{y}{x} = p$, oppure $\frac{y}{p} = x$, ſarà altresì $\frac{y^m}{p^m} = x^m$; dunque $\frac{2dp}{p^m - 2ap^{m+1} + p^{m+2}}$ $= \frac{dz}{y^m}$. La coſa è facile per ſe ſteſſa, ond'io non mi ſpiego di vantaggio.

Metodo IV.

XI. Queſto Metodo è ſtato pubblicato dal Signore Giovanni Bernoulli negli Atti di Lipſia 1697, e non oſtante la ſua limitazione è d'un grand' uſo ne' caſi particolari. Sia la formola $ady = ypdx + by^n qdx$, nella quale le quantità p, q s'intendono date in qualſivoglia modo per x; a, e b ſono grandezze coſtanti, e propongaſi di ſeparar le variabili.

Oſſervo in primo luogo non poterſi ridurre una data equazione alla formola Bernulliana, quando non ſi adempiſcano le ſeguenti condizioni, cioè che la differenza dy poſſa reſtar da ſe ſola in una parte dell'equazione, o al più moltiplicata con una coſtante; che nell'altra parte dell'equazione il primo membro contenga la differenza dx moltiplicata per qualſiſia funzione d' x eſpreſſa per p, e per l'indeterminata y; che nell'altro membro la quantità qdx data per x venga moltiplicata per una dignità della ſeconda incognita y. In una parola fatta la diviſione per y, ſi richiede, che da una parte reſti la fluſſione logaritmica $\frac{ady}{y}$, e nell' altra parte dell'equazione il primo termine ſia libero dalla indeterminata y, ed il ſecondo

moltiplicato per la dignità y^{n-1}. Mancando uno da premessi requisiti non ha più luogo l'artifizio del Signore Bernoulli, come nelle seguenti equazioni

$$ady = y^2 pdx + by^n qdx \; ; \; ady = ypdx + \overline{ay^2 + y^3} . \, qdx$$

In secondo luogo alcune formole si riducono con tutta facilità alla premessa, solamente col prepararle. Per esempio sia $ady = ypdx$ $\overline{by + y^2} . \, qdx$, ovvero $ady = ypdx + byqdx + y^2qdx$. Fatta riflessione, che la quantità $pdx + bqdx$ viene moltiplicata per y, e che il binomio $p + bq$ è dato per x, di maniera che si può in sua vece surrogare la quantità u data ugualmente per x, l'espressione si cangerà nella seguente $ady = yudx + y^2qdx$, in cui trova luogo il metodo del Signore Bernoulli. Basterà quest' esempio per indicar il modo di operar in casi simili.

Ciò presupposto, replico la nostra equazione $ady = ypdx + by^n qdx$, Facciasi $y = zu$, e differenziando $dy = zdu + udz$, e sostituendo in luogo di dy, y, y^n li valori $zdu + udz$, zu, $u^n z^n$, perveniremo alla seguente equazione $a. \, \overline{zdu + udz} = uzpdx + bu^n z^n qdx$, nella quale ritrovandosi quattro termini, è necessario a fine di separare le incognite, che due svaniscano, e per fare ciò, è necessario determinare il valore dell'una, o dell'altra ignota assunta, per esempio di z. Si conseguisce l'intento col fingere l'equazione fra due membri $audz = uzpdx$; dunque $\frac{dz}{z} = \frac{pdx}{a}$ ed integrando $lz = \int \frac{pdx}{a}$, e passando da logaritmi alle quantità ordinarie, ed esponenziali $z = g^{\int \frac{pdx}{a}}$, supponendo, che g sia quel numero, il cui logaritmo eguaglia l'unità.

L'ultima equazione m'insegna il valore di z dato per x, e nello stesso tempo mi mostra, che per ridurre l'equazione proposta a due soli termini, e fare, che gli altri due si distruggano, io doveva porre $y = u$. $g^{\int \frac{pdx}{a}}$, cioè $\frac{y}{u} = g^{\int \frac{pdx}{a}}$, ovvero $l \frac{y}{u} = ly - lu = \int \frac{pdx}{a}$, differenziando $\frac{dy}{y} - \frac{du}{u} = \frac{pdx}{a}$, oppure $\frac{dy}{y} = \frac{pdx}{a} + \frac{du}{u}$ e $dy = \frac{ypdx}{a} + \frac{ydu}{u}$. Sostituisco nella nostra formola in luogo di dy il valore trovato, avremo $ypdx + \frac{aydu}{u} = ypdx + by^n qdx$, e tolti di mezzo i termini eguali $\frac{aydu}{u} = by^n qdx$, o sia $\frac{du}{u} = \frac{by^{n-1} qdx}{a}$,

ma

ma $y = uz$, e z s' è scoperta data per x; dunque $y^{n-1} = u^{n-1} z^{n-1}$, onde finalmente l'equazione si riduce alla seguente $\frac{du}{u^n} = \frac{bz^{n-1} qdx}{a}$, in cui sono separare le variabili.

Corollario I.

Quando siamo pervenuti all' equazione $lz = \int \frac{pdx}{a}$, egli è certo, che se l' integrale $\int pdx$ ridur si potesse ad una semplice espressione logaritmica, sarebbe algebraica la relazione tra le due z, x, ed in ogni altro caso trascendente.

Esempio I.

Sia l' equazione $ady = \frac{bydx}{x} + y^2 dx$. Pongo $y = zu$, dunque $dy = zdu + udz$, e fatte le debite sostituzioni $a.\overline{zdu + udz} = \frac{buzdx}{x} + z^2u^2dx$. Sia $audz = \frac{buzdx}{x}$, $\frac{adz}{z} = \frac{bdx}{x}$, ed integrando $alz = blx$, oppure $z^a = x^b$, o sia $z = x^{\frac{b}{a}}$.

Se la costante $\frac{b}{a}$ sarà un numero razionale o rotto, od intiero, affirmativo, o negativo, z sarà data algebraicamente per x. Sia per esempio $\frac{b}{a} = 2$, cosicchè $z = x^2$; dunque dileguandosi i termini $audz$, $\frac{buzdx}{x}$ resteranno gli altri due $azdu = z^2u^2dx$, ovvero $\frac{adu}{u^2} = zdx$, ma $z = x^2$; dunque $\frac{adu}{u^2} = x^2dx$, ed integrando $c - \frac{a}{u} = \frac{x^3}{3}$, ma $u = \frac{y}{z} = \frac{y}{xx}$; dunque $c - \frac{axx}{y} = \frac{x^3}{3}$, cioè $3cy - 3axx$

=

$= x^3 y$, ch' è l'equazione algebraica nascosta sotto la differenziale proposta.

Esempio II.

Sia $dy = \frac{y\,dx}{x^2 - a^2} + \frac{y^3\,dx}{x^3}$. Sia come sopra $y = zu$, e fatta come sopra l'equazione $\frac{dz}{z} = \frac{dx}{x^2\,a^2}$, prima di passar oltre osservo, che la quantità $\frac{dx}{x^2 - a^2}$ si può ridurre ad una flussione logaritmica. Pongo $x = a.\overline{\frac{a+n}{a-n}}$, e fatte le operazioni, $\frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{dn}{2n} = \frac{dz}{z}$; dunque $z^2 = n = a.\overline{\frac{x-a}{x+a}}$, collocando in vece di n il suo valore dato per x. Stando pertanto fermi i due termini $z\,du = \frac{y^3\,dx}{x^3} = \frac{z^3 u^3\,dx}{x^3}$, o sia $\frac{du}{u^3} = \frac{z^2\,dx}{x^3}$, ed essendo $z^2 = a.\frac{x-a}{x+a}$; dunque $\frac{du}{u^3} = a.\overline{\frac{x\,dx - a\,dx}{x^4 + ax^3}}$, il che ec.

Corollario II.

Non devono dare alcun fastidio i segni d'affermazione, che potessero essere prefissi a' termini, mentre sussiste il metodo, e solo si deve aver qualche riguardo nel prendere gl' integrali massime logaritmici.

Esempio.

Sia $dy = -\frac{y\,dx}{x} + y^m\,dx$. Sia $dy = z\,du + u\,dz$, e fatta l'equazione $u\,dz + z\,du = -\frac{uz\,dx}{x} + y^m\,dx$, sia $u\,dz = -\frac{uz\,dx}{x}$, o sia $\frac{dz}{z} = -\frac{dx}{x}$, ed integrando $z = \frac{a}{x}$, ed essendo $z\,du = y^m\,dx = u^m z^m\,dx$, sarà altresì $\frac{du}{u^m} = z^{m-1}\,dx = \frac{a^{m-1}\,dx}{x^{m-1}}$, il che ec.

Co-

Corollario III.

XII. Qualche volta è necessaria una doppia operazione, come in certe equazioni, che anno più di tre membri. Sia $xdy + ydx = adu + xdu$, e s'intenda u data in qualunque forma per y. Dispongo l'equazione nella seguente maniera $adu + xdu - xdy = ydx$, oppure $\frac{adu}{y} + \frac{xdu}{y} - \frac{xdy}{y} = dx$.

Pongo $x = \frac{pq}{a}$, e $dx = \frac{pdq + qdp}{a}$, cioè $\frac{adu}{y} + \frac{pqdu}{ay} - \frac{pqdy}{ay} = \frac{pdq + qdp}{a}$. Chi volesse ridurre con una sola operazione la formola, bisognerebbe porre $\frac{pqdu}{y} - \frac{pqdy}{y} = pdq$, cioè $\frac{du}{y} - \frac{dy}{y} = \frac{dq}{q}$, onde si scopre essere q data per y, ma più elegantemente nel seguente modo.

Facciasi $-\frac{pqdy}{y} = pdq$; dunque $\frac{-dy}{y} = \frac{dq}{q}$, ed integrando $\frac{a^2}{y} = q$. Presi pertanto gli altri membri $\frac{adu}{y} + \frac{pqdy}{ay} = \frac{qdp}{a}$, ed in vece di q posto il suo valore $\frac{a^2}{y}$, sarà $\frac{du}{y} + \frac{pdy}{y^2} = \frac{dp}{y}$, cioè $du + \frac{pdu}{y} = dp$. Sia $p = \frac{mn}{a}$, dunque $dp = \frac{mdn + ndm}{a}$, e fatta la sostituzione, $du + \frac{mndu}{ay} = \frac{mdn + ndm}{a}$. Sia $\frac{mndu}{y} = mdn$; dunque $\frac{du}{y} = \frac{dn}{n}$, sarà dunque n data per y, e nell'equazione restante dopo essere svaniti i termini, cioè $du = \frac{ndm}{a}$, saranno separate le variabili $\frac{adu}{n} = dm$.

Meto.

XIII. S' incontra non ordinaria difficoltà nel separare le variabili in quelle equazioni, in cui le differenze delle due coordinate dx, dy montano a qualche dignità di grado più elevato cioè a dx^3, dy^4 ec., e nello stesso tempo si trova la potestà dell' una moltiplicata per quella dell' altra, come dx^3dy, dx^2dy ec. Se nell' equazione proposta si trova una sola delle variabili x, y espressa per quantità ordinarie, e dell'altra suppliscono le veci alcune quantità costanti, di modo che non si trovi, se non modificata dal segno della differenza, come spesso accade; allora l' equazione si maneggerà nella seguente maniera.

Prendo l' esempio, ed il metodo del Signor Giovanni Bernoulli. Vegganfi gli Atti di Lipsia 1700.

Sia l' equazione ad una curva $ydy^3dx = ads^4$, in cui ds è l' elemento della curva. Giacche $ds^2 = dx^2 + dy^2$, sarà $ds^4 = dx^4 + dy^4 + 2dx^2dy^2$; dunque $ydydx = adx^4 + ady^4 + 2adx^2dy^2$: In questa equazione non riuscirà la separazione delle variabili per l' estrazione delle radici, ma bensì ella è soggetta al nostro Canone generale; mentre vi si trova bensì l'incognita y, ma non la x, o qualsivoglia funzione di x, tutto che vi sia la dx, o le sue funzioni. Se in cambio della semplice quantità y si trovassero le sue funzioni in uno, o più termini dell' equazione, ciò non turberebbe l'equazione. Pongo pertanto $dx = \frac{zdy}{a}$, z è una quantità incognita, che si terminerà nel progresso dell'operazione. Posti dunque in luogo di dx, dx^2, dx^4 i suoi valori, avremo $\frac{yzdy^4}{a} = \frac{z^4dy^4}{a^3} + \frac{2z^2dy^4}{a} + ady^4$, e fatta la divisione per dy^4, si scoprirà la seguente equazione algebraica $a^2yz = z^4 + 2a^2z^2 + a^4$, cosicchè sarà $y = \frac{z^3}{a^2} + 2z + \frac{a^2}{z}$, ed in conseguenza z data per y.

Prendo le differenze $dy = \frac{3z^2dz}{a^2} + 2dz - \frac{a^2dz}{z^2}$; dunque $\frac{zdy}{a} = dx = \frac{3z^3dz}{a^3} + \frac{2zdz}{a} - \frac{adz}{z}$, ed integrando $x = \frac{3z^4}{4a^3}\ \frac{z^2}{a} + l\frac{a^2}{z}$, ed ecco separate le indeterminate, onde facilmente si può passare alla costruzione.

AN-

ANNOTAZIONE I.

„ Il presente metodo del P. Vincenzo Riccati Figlio dell' Autore
„ nel secondo Tomo dell'Accademia di Bologna è stato ampliato, ed e-
„ steso a tutte quelle equazioni differenziali, in cui le due indeterminate
„ x, y non ascendono a potestà maggiore della lineare, nè si trovano
„ insieme moltiplicate, comunque si moltiplichino, e a qualunque pote-
„ stà ascendano le loro flussioni dx, dy. Cotai equazioni possono ridursi
„ mai sempre alla seguente forma $x = y\,M + a\,N$, nella quale le M, N
„ sono date in qualunque modo per dx, dy. Chiara cosa è, che la di-
„ mensione delle due dx, dy prese insieme nelle quantità M, N deve es-
„ ere nulla. Ciò posto si faccia la sostituzione $x = \int z\,dy$, e $dx = z\,dy$.
„ Surrogando nelle quantità M, N svaniranno le dx, dy, e solo vi
„ s' introdurrà la z; onde nascerà un' equazione finita di simil forma
„ $\int z dy = y\,P + a\,Q$, in cui P, Q saranno date unicamente per z. Si pren-
„ dano le differenze $z\,dy = P\,dy + y\,dP + a\,dQ$, e fatte le debite opera-
„ zioni $dy = \frac{y\,dP}{z-P} + \frac{a\,dQ}{z-P}$; nella quale e col metodo quarto, e con
„ altri, che in appresso si spiegheranno, delle indeterminate la separa-
„ zione si ottiene. „

Esempio I.

„ Sia l'equazione $x = \frac{y\,dx}{dy} + \frac{a\,dx^2}{dy^2}$. Fatta la sostituzione di
„ $x = \int \frac{z\,dy}{a}$, si avrà $\int z\,dy = yz + z^2$, e differenziando $z\,dy$
„ $= z\,dy + y\,dz + 2z\,dz$. Cancellati i termini, che distruggonsi, ri-
„ mane $-y\,dz = 2z\,dz$. Essendo questa divisibile per dz nasceran
„ due equazioni $dz = 0$, $-y = 2z$. „

„ Integrando la prima avremo $z = A$: dunque $x = \int \frac{A\,dy}{a}$, e di
„ nuovo sommando $x = \frac{Ay}{a} + B$, ch'è alla linea retta. Poichè le
„ due costanti A, B sonosi intruse, e la formola differenziale del primo
„ grado non può ammettere, che una sola, sarà di mestieri determina-
„ re l'una per l'altra. Si differenzi l'ultima formola, e nasce $dx = \frac{A\,dy}{a}$.

„ I

„ I valori di x, dx si pongano nella formola data $x = \frac{y\,dx}{dy} + \frac{a\,dx^2}{dy^2}$, e
„ si formerà $\frac{Ay}{a} + B = \frac{Ay}{a} + \frac{A^2}{a}$: dunque $B = \frac{A^2}{a}$: perciò la for-
„ mola vera d'integrazione sarà $x = \frac{Ay + A^2}{a}$.

„ Servendomi dell' altra equazione $-y = 2z$, ottengo $x =$
„ $\int \frac{-y\,dy}{2a} = A \frac{-y^2}{4a}$. A determinarsi la costante A, si collochi il valor
„ di x, e di dx nella proposta equazione, e risulterà $A - \frac{y^2}{4a} = -\frac{y^2}{2a} + \frac{y^2}{4a}$.
„ dalla quale ricavasi dover esser $A = o$: dunque $-4a\,x = y^2$, ch'è al-
„ la parabola Apolloniana.

Esempio II.

„ Sia proposta l' equazione $x = \frac{y\,dx^3}{dy^3} - \frac{a\,dx^2}{dy^2} - a\,dy^2$. Pongo $x =$
„ $\int \frac{z\,dy}{a}$ dunque $\int z\,dy = \frac{yz^3}{a^2} - z^2 - a^2$, e differenziando $z\,dy = \frac{z^3\,dy}{a^2}$
„ $+ \frac{3yz^2\,dz}{a^2} - 2z\,dz$, ed espurgandola $\frac{dy}{y} - \frac{3z\,dz}{a^2-z^2} = \frac{-2a^2\,dz}{y.\,\overline{aa-zz}}$,
„ la quale col metodo precedente si può ridurre ad una compita separa-
„ zione. Per farla con ispeditezza mi servo della sostituzione $\frac{dy}{y} - \frac{3z\,dz}{a^2-z^2}$
„ $= \frac{dt}{t}$, ed integrando $ly + \frac{3}{2}\,\overline{la^2-z^2} = lt$, ovvero $y = \frac{t}{\overline{a^2-z^2}^{\frac{3}{2}}}$,
„ e dopo le necessarie sostituzioni $\frac{dt}{t} = \frac{-2a\,dz.\,\overline{aa-zz}^{\frac{1}{2}}}{t\;\overline{aa-zz}} = \frac{2a^2dz.\sqrt{aa-zz}}{t}$
„ dunque $\frac{dt}{2a^2} = -dz\,\sqrt{aa-zz}$, la quale dipende dalla circolar quadra-
„ tura. „

„ Con

„ Con questo metodo si ottiene la separazione in tutte l'equazioni,
„ ove le variabili, e le flussioni loro non anno altra potestà, che la li-
„ neare, e sono contenute nella formola generale $axdx + bydy + cydx +$
„ $gxdy + fdx + hdy = o$. Con massima eleganza poi se ne viene a capo,
„ quando si verifichi la condizione, che sia $cg = ba$, come si può vedere
„ nella dissertazione stampata nel luogo citato.

„ Se una delle due indeterminate x, y ottenga nella formola la sem-
„ plice dimension lineare, col metodo presente si trasformerà la nostra
„ equazione in un'altra, in cui le flussioni non avranno altro esponente,
„ che l'unità. Potrà essere spesse volte, che questa ammetta la separa-
„ zione delle variabili, ed in questo incontro il presente metodo sarà
„ d'una massima utilità.

Metodo VI.

XIV. Assai più utile, ed universale si è il metodo proposto dal Signore Gabriello Manfredi nel 18 Giornale d'Italia. Con esso abbraccia tutte l'equazioni differenziali, nelle quali, poste x, ed y le due coordinate, in tutti i termini le incognite ascendono ad una potestà dello stesso grado, ed è sempre uguale la somma de' loro esponenti. Per esempio nell'equazione $y^3 - xy^2 = x^3 + yx^2$, i membri sono della stessa dimensione, essendo che gli esponenti di ciascun membro sono $= 3$: verificata questa condizione poco importa, che l'equazione venga composta da termini irrazionali, o pure da serie, o che ogni membro abbia prefisse quantità costanti.

In tutte queste equazioni posto $y = xz$, e $dy = xdz + zdx$ si perviene ad un'altra equazione divisibile per tanta potestà dell'indeterminata x, quanta era la somma degli esponenti di x, ed y in ogni termine dell'equazione proposta, e fatta la divisione, la lettera x non oltre passerà la prima potestà, e sarà sempre moltiplicata in dz; onde si ridurrà l'equazione, che da una parte vi sia dx diviso per x, e dall'altra dz con le sole funzioni di z, e così saranno separate le variabili.

Sia la proposta equazione $tdx = udy$, e le due t, u sieno date in qualunque forma algebraicamente per x, ed y, ed in esse fra le dimensioni di x, e quelle di y si faccia in ogni termine la stessa somma, che sia n. Si ponga conforme la regola $xz = y$, sarà l'equazione divisibile per x^n. Figuriamoci dunque, che dopo la sostituzione di xz in luogo di y nella quantità t, e dopo la divisione per x^n, ne rimanga r; e che similmente dopo tale sostituzione, e divisione nella quantità u ne resti s, l'equazione $tdx = udy$, diverrà $rdx = sxdz + szdx$, e le quantità r, ed s saranno date solamente per z, sicchè $\frac{dx}{x} = \frac{sdz}{ar - sz}$, e così le indeterminate co'loro differenziali saranno fra loro separate, e l'equazione sarà costruibile almeno per le quadrature.

 Esem-

Esempio I

Sia $x^2 dy = y^2 dx + yxdx$. Sia $\frac{xz}{a} = y$, ed $\frac{xdz + zdx}{a} = dy$; dunque $x^3 dz + x^2 zdx = \frac{x^2 z^2 dx}{a} + x^2 zdx$. La divisione può farsi per x^2; ed in fatti secondo la regola la somma degli esponenti ne' premessi termini è $= 2$. Avremo pertanto $xdz + zdx = \frac{z^2 dx}{a} + zdx$, e perchè due termini si elidono, $axdz = z^2 dx$; dunque $\frac{adz}{z^2} = \frac{dx}{x}$.

COROLLARIO.

E' indifferente il porre $\frac{xz}{a} = y$, oppure $x = \frac{yp}{a}$; mentre nell' una, e nell' altra maniera si perviene alla separazione delle variabili. Assunta la seconda ipotesi, e fatta l'operazione si trova $\frac{-ady}{y} = \frac{adp}{p} + dp$. E' bene però scegliere quella sostituzione, che ci dà meno termini; come nel nostro caso, perchè in un termine solo si trova dy, e in due dx, più semplicemente si satisferà all' equazione col porre $\frac{xz}{a} = y$, piuttosto che col sostituire $\frac{yp}{a}$ in cambio di x. Non è però inutile il tentar la cosa per tutte le strade; mentre se non altro si vede come le quadrature le più composte possano ridursi alle più semplici.

Esempio II.

Sia $x^2 dy = y^2 dx + x^2 dx$. Posta $y = \frac{zx}{a}$, e $dy = \frac{zdx + xdz}{a}$, sarà $\frac{x^3 dz + zx^2 dx}{a} = \frac{z^2 x^2 dx}{a^2} + x^2 dx$, oppure $axdz = z^2 dx + a^2 dx -$

az

$a z d x$, cioè $\frac{dx}{x} = \frac{dz}{zz + aa - az}$. Ma facendo $x = \frac{yp}{a}$ si scopre

$\frac{dy}{y} = \frac{a^2 dp + p^2 dp}{ap^2 - a^2 p - p^3}$.

Esempio III.

Sia $\sqrt{x^2 + y^2}.\ dy = y dx$. Pongo $y = \frac{xz}{a}$, e $dy = \frac{zdx + xdz}{a}$;

dunque $\sqrt{x^2 + \frac{x^2 z^2}{a^2}}.\ zdx + \sqrt{x^2 + \frac{x^2 z^2}{a^2}}.\ xdz = xzdx$, e

fatta la divisione per x, $azdx - \sqrt{a^2 + z^2}.\ zdx = \sqrt{a^2 + z^2}.$

xdz, e finalmente $\frac{dx}{x} = \frac{\sqrt{a^2 + z^2}\ .\ dz}{az - z\sqrt{a^2 + z^2}}$.

Pongo $x = \frac{yp}{a}$, e $dx = \frac{ydp + pdy}{a}$, dunque $\sqrt{y^2 p^2 + a^2 y^2}.$

$dy = y^2 dp + py dy$, e dividendo per y, $\sqrt{a^2 + p^2}.\ dy = y dp + p dy$;

e $\frac{dy}{y}\ \frac{dp}{\sqrt{a^2 + p^2} - p}$.

S C O L I O I.

Di un gran uso è il premesso metodo, mentre non è circoscritto o dal numero de' termini, o dalla altezza delle dimensioni, o dall' asimetrie, anzi per esso si sciolgono tutte l' equazioni, che esprimon qualunque immaginabil rapporto di tutte le funzioni della curva, che si cerca, purchè non vi sieno mescolate costanti, o se ve ne sono, sieno queste soli numeri, o sole ragioni. In questi casi l' equazione, alla quale si arriva, ha sempre le coordinate sollevate fra tutte due ad un egual numero di dimensioni. Nello spiegare il metodo da me scoperto farò vedere l' origine di queste equazioni, e per qual causa vadano maneggiate nella forma sopra esposta.

ANNOTAZIONE II.

„ Non devesi ommettere l'avvertenza fatta dal Sig. Giovanni Ber-
„ noulli nel primo Tom. dell'Accademia di Pietroburgo che a tutte l'e-
„ quazioni di sì fatto genere o razionali, od irrazionali, soddisfa la
„ linea retta. Di fatto si faccia $y = Ax$, e $dy = Adx$, e surrogati cotai
„ valori nell'equazione, in ogni termine la x ascenderà alla medesima
„ dimensione. Dividendo dunque per questa potestà di x, e per dx,
„ rimarrà un'equazione, in cui oltre le date entrerà la A, che devesi
„ determinare. Per tanto quanti saranno i valori di A, tante linee
„ rette alla nostra equazione soddisferanno. Può avvenir però qualche
„ fiata, che tutti i valori dell' A si ritrovino immaginarj, nel qual
„ caso non vi avrà linea retta, che soddisfaccia.

„ Con altro metodo la stessa verità si comprova. Conciossiachè
„ le nostre equazioni dopo la sostituzione di $y = xz$, ricevono sem-
pre la seguente forma $\frac{dx}{x} = \frac{dz}{Z}$ ove Z è data unicamente per z. A que-
„ sta formola soddisfa l'equazione finita $Z = 0$; per la quale viene a de-
„ terminarsi la z, e può avere tanti valori, quanti richiede il grado dell'
„ equazione. Sieno questi A, B, C &c. dunque $z = A$, $z = B$, $z = C$;
„ ma $z = \frac{y}{x}$; dunque $\frac{x}{y} = A$, $\frac{x}{y} = B$, $\frac{x}{y} = C$ &c. le quali sono
„ tante linee rette.

ANNOTAZIONE III.

„ Lo stesso Sig. Bernoulli nel luogo citato dà un metodo d'inte-
„ grar l'equazioni, di cui parliamo, senza la separazione dell'inde-
„ terminate, quando sieno libere di termini irrazionali. Chiama del
„ primo ordine quelle, in cui l'indeterminate finite non montano se
„ non alla prima dimensione, del secondo, quando la dimensione è qua-
„ dratica, e così di mano in mano. Egli è manifesto, che tutte l'e-
„ quazioni saranno contenute nelle seguenti Canoniche dell'ordine

I $\overline{ax + by}.\, dx + \overline{cx + ey}.\, dy = 0$

II. $\overline{ax^2 + bxy + cy^2}.dx + \overline{ex^2 + fxy + gy^2}.\, dy = 0$

III $\overline{ax^3 + bx^2y + cxy^2 + ey^3}.\, dx + \overline{fx^3 + gx^2y + hxy^2 + iy^3}.dy = 0$

&c.

„ Si

„ Si formi una quantità composta di più fattori binomiali, il cui
„ numero superi d'un'unità il grado dell'equazione canonica, e si pon-
„ ga eguale ad una qualunque costante M nella seguente maniera
„ $\overline{x + Ay}^{m} . \overline{x + By}^{n} . \overline{x + Cy}^{p}$ &c. $= M$. Si passi dai numeri ai loga-
„ ritmi, onde abbiasi $m\ l\,\overline{x + Ay} + n\,l\,\overline{x + By} + p\,l\,\overline{x + Cy} = l\,M$,
„ e prese le differenze $\frac{m.\ dx + A\,dy}{x + Ay} + \frac{n.\ dx + B\,dy}{x + By} + \frac{p.\ dx + C\,dy}{x + Cy} = o$

„ Ridotta la formola alla stessa denominazione, ed ommesso il di-
„ visore, avremo un' equazione, che si potrà paragonare termine per
„ termine colla data: dalla qual comparazione si verranno a determi-
„ nare i valori tanto de' coefficienti A, B, C, quanto degli esponenti
„ m, n, p.

„ Diamo l' esempio nell' equazione canonica del primo grado. Sia
„ pertanto $\overline{x + Ay}^{m} . \overline{x + By}^{n} = M$, e passando a logaritmi, indi prenden-
„ do le differenze, si avrà come sopra $m.\frac{dx + A\,dy}{x + Ay} + n.\frac{dx + B\,dy}{x + By} = o$.

„ Riducendo al medesimo denominatore, e compite le debite operazioni,
„ ritroveremo l' equazione affatto simile alla canonica.

„ $\overline{\overline{m + n}.x + \overline{mB + nA}.y}.dx + \overline{\overline{mA + nB}.x + \overline{m + n}.AB.y}.dy = o$

„ Paragonando i termini troviamo le quattro equazioni 1ª., $m + n = a$,
„ 2ª., $mB + nA = b$, 3ª., $mA + nB = c$, 4ª., $\overline{m + n}.\ AB = e$. Divi-
„ dendo la quarta per la prima nasce 5ª., $AB = \frac{e}{a}$: aggiungendo la se-
„ conda, e la terza si forma $\overline{m + n}.\ A + \overline{m + n}.\ B = b + c$, ovvero
mettendo a in luogo di $\overline{m + n}$ in vigor della prima proverrà la 6.ª
$A + B = \frac{b + c}{a}$ ed alzando al quadrato $AA + 2AB + BB =$
$\frac{\overline{b + c}^{2}}{a^{2}}$, e levando dall'una parte 4 A B, dall'altra $\frac{4e}{a}$, per la 5.ª s'ot-
„ terrà $AA - 2AB + BB = \frac{\overline{b - c}^{2}}{aa} - \frac{4e}{a}$, ed estraendo la radi-

„ ce

„ ce 7.ª $A - B = \sqrt{\frac{\overline{b+c}^2}{aa} - \frac{4e}{a}}$: la qual combinata con la 6ª

„ dà $2A = \frac{b+c}{a} + \frac{1}{a}\sqrt{\overline{b+c}^2 - 4ae}$; $2B = \frac{b+c}{a} -$
$\frac{1}{a}\sqrt{\overline{b+c}^2 - 4ae}$.

„ Dalla seconda paragonata colla prima ritrovansi i valori degli
„ esponenti, cioè $m = \frac{Aa^2 - ba}{\sqrt{\overline{b+c}^2 - 4ae}}$, $n = - \frac{Ba^2 + ba}{\sqrt{\overline{b+c}^2 - 4ae}}$, ovvero posti i

„ valori di A, B, $m = \frac{-ab + ac + a\sqrt{\overline{b+c}^2 - 4ae}}{2\sqrt{\overline{b+c}^2 - 4ae}}$

„ $n = \frac{ab - ac + a\sqrt{\overline{b+c}^2 - 4ae}}{2\sqrt{\overline{b+c}^2 - 4ae}}$. I valori determinati ci danno
„ l'equazion ricercata.

„ Bisogna avvertire, che se $2\sqrt{ae}$ sia maggiore di $b+c$, s'in-
„ sinuano ne' coefficienti, ed ancor negli esponenti, eccettuato il caso
„ di $b = c$, le quantità immaginarie, che ci additano non già l'im-
„ possibilità delle curve, le quali soddisfacciano alla nostra equazione,
„ ma bensì l'inutilità del presente metodo. La qual inutilità incomin-
„ cia a comparire nell'ultimo confine delle quantità reali, cioè quando
„ $4ae = \overline{b+c}^2$, nel qual caso risulta un'equzione identica $1 = 1$.

„ Così fatto metodo d'integrare senza la previa separazione delle
„ indeterminate, ch'è d' invenzione del Sig. Giovanni Bernoulli è stato
„ con felice successo del P. Vincenzo Riccati a tutte quelle equazioni
„ applicato, ove le variabili, e le lor differenze non oltrepassano la
„ dimension lineare, come si può vedere nel secondo tomo dell'Ac-
„ cademia di Bologna nella dissertazione altre volte citata.

SCO-

SCOLIO II.

XV. Ma perchè alle volte nell'equazione i differenziali medesimi dx, dy ascendono a dimensioni più alte, essendovi per altro la condizione sopra espressa, ricorreremo al seguente artifizio, ch'io applico all' esempio.

Sia $x^2 dy^2 + xy\, dx dy = x^2 dx^2$. sia $y = \frac{xz}{a}$, e collocato questo valore nell'equazione in luogo di y, avremo $x^2 dy^2 + \frac{x^2 z\, dy dx}{a} = x^2 dx^2$, e fatta la divisione per x^2, $dy^2 + \frac{z\, dy dx}{a} = dx^2$; onde si scopre, che x, e le sue funzioni intieramente spariscono, restandovi solo z, dx, dy con le loro funzioni. Ma perchè chi volesse in luogo di dy collocare il suo valore $\frac{z dx + x dz}{a}$ s' introdurrebbe di nuovo nell' equazione la quantità x, faccio $x dz = a dt$, cosicchè sia $dy = \frac{z dx}{a} + dt$; dunque $\frac{z^2 dx^2}{a} + 2 z dx dt + a dt^2 + \frac{z^2 dx^2}{a} + z\, dx dt = a dx^2$, e contraendo l'equazione $2 z^2 dx^2 + 3 a z\, dx dt + a^2 dt^2 = a^2 dx^2$, in cui ci entrano z, dt, dx con le loro funzioni.

Di nuovo supponiamo $a dt = u dx$, e fatta la sostituzione perveniremo alla seguente espressione $2 z^2 dx^2 + 3 z u\, dx^2 + u^2 dx^2 = a^2 dx^2$ cioè $2 z^2 + 3 z u + u^2 = a^2$. Sarà dunque il valore di u dato algebraicamente per z, ma $a dt = u dx = x dz$; dunque $\frac{dx}{x} = \frac{dz}{u}$, nella quale equazione essendo u data per z, abbiamo separate le variabili, e costrutta la curva, non sarà difficile determinare il valore di y, stante l'equazione $y = \frac{xz}{a}$.

Altrimenti.

Replico l'equazione $x^2 dy^2 + xy\, dx dy = x^2 dx^2$ aggiungo dall' una, e dall'altra parte il quadrato $\frac{1}{4} y^2 dx^2$; dunque $x^2 dy^2 +$

$xydxdy + \frac{1}{4}y^2dx^2 = \overline{x^2 + \frac{1}{4}y^2}.dx^2$, ed estratte le radici $xdy + \frac{1}{2}ydx = \sqrt{x^2 + \frac{1}{4}yy} - dx$, ed ecco ridotta l'equazione al canone generale di questo metodo.

Altrimenti.

Ma più facilmente nella seguente maniera. Traspongo il termine $xydxdy$, e sia $x^2dy^2 = x^2dx^2 - xydxdy$, aggiungo da ambe le parti il quadrato $\frac{1}{4}y^2dy^2$, dunque $x^2dy^2 + \frac{1}{4}y^2dy^2 = x^2dx^2 - xydxdy + \frac{1}{4}y^2dy^2$, ed estraendo la radice $dy\frac{\sqrt{4x^2 + y^2}}{2} = xdx - \frac{1}{2}ydy$ cioè $dy\sqrt{4x^2 + yy} = 2xdx - ydy$, al metodo come sopra.

Metodo VII.

XVI. Nel maneggiare l'equazione differenziale della curva, quando viene difficile la separazione delle variabili col servirsi delle due solite coordinate, sarà bene mutar posizione, ed introdurre due altre nuove coordinate, mentre si trasformerà in maniera l'equazione, che forse somministrerà un'equazione di gran lunga più semplice. Non si dà però regola costante di prescegliere le incognite per aver una formola meno composta; con tutto ciò pare, che sia regola ferma d'assumere per coordinate quelle linee, che attesa la condizion del problema anno fra loro una relazione più semplice; mentre così si perverrà ad una equazione più trattabile. Se bene questo non è così assioma generale, ad ogni modo troveremo, che la cosa per il più succede felicemente. Propongo il seguente esempio, che darà tutto il lume alla materia.

Si cerca la curva ACF (Fig. 4.) di tal proprietà, che preso nella curva ad arbitrio il punto C, e tirata la tangente CD sia sempre la tangente suddetta all'intercetta DA in ragione costante come $a : b$. Ora chiamando ABy, e BCx, la tangente CD sarà $= \frac{x\sqrt{dx^2 + dy^2}}{dx}$, e l'intercetta AD $= \frac{ydx - xdy}{dx}$, e facendo l'analogia conforme la condizione del problema $\frac{x\sqrt{dx^2 + dy^2}}{dx} : \frac{ydx - xdy}{dx} :: a : b$; nasce l'equazione libera da segni radicali.

a^2

$a^2 y^2 dx^2 + a^2 x^2 dy^2 - 2a^2 y x dx dy = bbxxdx^2 + b^2 x^2 dy^2$.
Questa equazione dal Signore Gabbriello Manfredi, prima che da lui ritrovato fosse il metodo, che nella mia raccolta tiene il sesto luogo, fu nel libro *De Const. Æquat. Diff. primi Gradus*, messa nel nnmero delle disperate.

Passa pertanto avanti, ed osserva, che la condizione del problema è che sia in ragione costante CD a DA. Prende dunque DC per una delle variabili, perchè è semplicissima la proprietà data della tangente CD. Chiamata $CD = z$, sara $AD = nz$. Ma per fissare il punto C non basta il sapere, che sia $AD = nz$, e $DC = z$, se non si determina nel tempo stesso l'inclinazione all'asse della retta DC. E' necessario adunque assumere un'altra indeterminata, che nella maniera più semplice determini la posizione della retta DC; Chiamo dunque $BC = u$, e $BD = \sqrt{z^2 - u^2}$. Fatte queste denominazioni, la condizione che ci guida all'equazione si è, che DC sia sempre tangente, dunque la differenza dell'ordinata $CB = u$, alla differenza dell'assissa $BA = nz + \sqrt{z^2 - u^2}$, come la stessa ordinata u alla suttangente $BD = \sqrt{z^2 - uu}$, e fatta l'operazione si troverà un'equazione non meno implicata, cioè

$$zz\,du = nu\,dz.\ \sqrt{z^2 - u^2} \qquad zu\,dz$$

Bene è vero, che se chiameremo $BD = u$ in luogo di BC avremo un'equazione un poco meno composta, cioè $nzz\,dz - nu^2\,dz + z^2\,du = zu\,dz$, in cui non si scopre il modo di separar le variabili, se non col metodo spiegato di sopra, quantunque ve ne sia un più facile, come vedremo a suo luogo.

Sarà dunque meglio lo scansare le quantità Irrazionali, denominando in maniera, che $\sqrt{zz - uu}$ sia una grandezza razionale. La formola più semplice per ottenere l'intento, si è il porre $zz - uu = zz - 2zup + u^2pp$, ed in conseguenza $\sqrt{z^2 - u^2} = z - up$, ed $u = \frac{2zp}{pp + 1}$. Nominiamo ora $DC = z$, $AD = nz$, e $CB = \frac{2zp}{pp + 1}$, la di cui differenza si trova essere $\frac{2p^3\,dz + 2p\,dz + 2z\,dp - 2zp^2\,dp}{p^4 + 2p^2 + 1}$. Sarà inoltre $DB = \frac{z - p^2 z}{pp + 1}$, che aggiunto ad $AD = nz$, fa l'intiera $AB =$

 np^2z.

$\frac{np^2z + nz + z - p^2z}{pp + 1}$, il di cui differenziale sarà

$\frac{np^4dz + 2np^2dz - p^4dz + ndz + dz - 4zpdp}{p^4 + 2p^2 + 1}$ onde sarà l'analogia della tangente $\frac{2p^3dz + 2pdz + 2zdp - 2zp^2dp}{p^4 + 2p^2 + 1}$:

$\frac{np^4dz + np^2dz - p^4dz + ndz + dz - 4zpdp}{p^4 + 2p^2 + 1} :: \frac{2zp}{pp + 1}$:

$\frac{z + p^2z}{pp + 1}$, che somministra l'equazione $np^5dz + 2np^3dz + npdz - zp^4dp - 2zp^2dp - zdp = 0$, la quale divisa per $p^4 + 2p^2 + 1$ da $npdz - zdp = 0$, cioè $npdz = zdp$, o sia

$\frac{ndx}{z} = \frac{dp}{p}$, ed integrando $z^n = p$, ma $CB = \frac{2pz}{pp + 1}$, dunque posto per p il valore z^n, sarà $CB = \frac{2z^{n+1}}{z^{2n} + 1}$.

E' pertanto evidente, che l'integrale dell' equazione $z^2 du = nudz \sqrt{z^2 - u^2} + zudx$ si scopre essere $\frac{z - \sqrt{z^2 - u^2}}{uz^n} = 1$, il che se si fosse avvertito al principio, non si sarebbe proceduto per tante ambagi per fissare il valore della linea CB, mentre n sia un numero razionale basta assumere $AE = \frac{2z^{n+1}}{1 + z^{2n}}$ quantità trovata, la quale sarà algebraica; ma se n fosse un numero irrazionale bisognerebbe ricorrere alla logistica. Assunta adunque AE eguale al valore trovato, per il punto E si tiri EC parallela ad AB, e presa $AD = nz$, dal centro dall' intervallo DC $= z$ si descriva un arco di cerchio, il quale tagli EC nel punto C, il punto C sarà alla curva cercata, e DC ne sarà la tangente, a cui compete la proprietà esposta nel problema.

A-

Altrimenti.

Ma ſenza tanto raggirarſi, ſi ripeta l'equazione ritrovata di ſopra, cioe $z^2\,du = nudz\sqrt{z^2-u^2} + zudz$, la quale conforme a quanto di ſopra è ſtato ſpiegato nel metodo ſecondo, ſi prepari nella maniera ſeguente $\frac{zdu - udz}{zz} = \frac{nudz\sqrt{zz-uu}}{z^3}$. L'integrale del primo membro è

$\frac{u}{z}$, che poſto $= p$, darà $\frac{zdu - udz}{zz} = dp$, ed $u = zp$. Fatte

pertanto le ſoſtituzioni trovo $dp = \frac{npdz\sqrt{z^2 - p^2z^2}}{zz} = \frac{npdz}{z}\sqrt{1-pp}$,

e finalmente $\frac{dp}{p\sqrt{1-pp}} = \frac{ndz}{z}$, nella quale equazione ſono ſeparate le variabili. Reſta di ridurre ad una quantità logaritmica la prima parte dell'equazione $\frac{dp}{p\sqrt{1-pp}}$ o ſia $\frac{pdp}{pp\sqrt{1-pp}}$. Sia $\sqrt{1-pp} = \frac{1-m}{1+m}$,

e differenziando $\frac{-pdp}{\sqrt{1-pp}} = \frac{-2dm}{1+2m+m^2}$ e $\frac{pdp}{\sqrt{1-pp}} = \frac{2dm}{1+2m+m^2}$. Ma

eſſendo $\sqrt{1-pp} = \frac{1-m}{1+m}$, dunque $1-pp = \frac{1-2m+mm}{1+2m+mm}$, ed

$1 - \frac{1+2m-mm}{1+2m+mm} = pp = \frac{4m}{1+2m+mm}$, dunque $\frac{pdp}{p^2\sqrt{1-p^2}}$

$= \frac{2dm}{4m.\ \frac{1+2m+mm}{1+2m+mm}} = \frac{dm}{2m}$, e finalmente $\frac{dm}{2m} = \frac{ndz}{z}$, o ſia

$\frac{dm}{m} = \frac{2ndz}{z}$, ed integrando tolti di mezzo i logaritmi $m = z^{2n}$;

Fatte

Fatte poi in luogo di *m* le debite sostituzioni, si passerà alla costruzione della curva.

Ecco tutto ciò, che ho potuto raccogliere dai più celebri Analisti intorno l'arduo negozio della separazione delle variabili. In un altra parte di questo trattato spiegherò un mio metodo particolare, che solo abbraccierà più equazioni, e più casi di tutti gli altri insieme.

PAR-

PARTE SECONDA

Dei metodi inventati dall' Autore per ſeparare le indeterminate nelle equazioni differenziali del primo grado.

I. Spiegati tutti que' metodi, che ſono ſtati meſſi in pratica dai Matematici di prima linea per iſviluppare le equazioni dalla confuſione delle incognite, e fatteci ſopra le neceſſarie rifleſſioni; reſta a vederſi, ſe nulla poſſa aggiugnerſi a ciò, che fin ora è ſtato ſcoperto dall' altrui induſtria.

Metodo I.

Primieramente c'ingegneremo di rendere più generale il Metodo del Signore Gabbriello Manfredi, per cui ſi ſa ſuccedere la ſeparazione delle indeterminate, ogni qual volta gli eſponenti delle incognite aſcendono in tutti i termini ad una pari dimenſione. Ora ſpeſſe fiate accade, che una propoſta equazione, quantunque non paja a prima viſta ſoggetta a queſto canone poſſa nulla di meno ad eſſo ridurſi con tutta la facilità, e ciò in due maniere, vale a dire o con l'alterar gli eſponenti, o col ſervirſi d'una opportuna ſoſtituzione.

CASO I.

II. Sia generalmente propoſta l'equazione di tre membri

$$x^m dx + x^n y^r dy = y^s dy$$

Se $m = n + r = s$ allora ſiamo nel caſo ſciolto dal Signore Manfredi: ma ſoppoſto che non ci ſia fra le ſomme degli eſponenti la neceſſaria egualità, cerchiamo almeno in quali caſi con un poco di artifizio ci può venir fatto di traſformare la formola propoſta in una equivalente, in cui ſi verifichi la condizione preſcritta. Così ſe non potremo ſeparare generalmente le variabili, determineremo però infiniti caſi, ne' quali la ſeparazione ſuccede felicemente.

Pon-

Pongo $x^p = z$, $x^n = z^{np}$, $\frac{x^{m+1}}{m+1} = \frac{z^{mp+p}}{m+1}$; e prese le differenze $x^m dx = \frac{mp+p}{m+1} z^{mp+p-1} dz = pz^{mp+p-1} dz$. Fatte le debite sostituzioni $pz^{mp+p-1} dz + z^{np} y^r dy = y^s dy$. Ma per il Canone del Signore Manfredi è d' uopo, che si dia uguaglianza fra le due quantità esponenziali, cioè $mp + p - 1 = np + r$, dalla quale equazione si ricaverà il valore della assunta $p = \frac{r+1}{m+1-n}$, e sostituendo questo valore negli esponenti $mp + p - 1 = np + r$, avremo per l' uno, e per l' altro la medesima quantità vale a dire $\frac{mr+r+n}{m+1-n}$, la quale per la regola del suddetto Signore deve altresì essere uguale alla grandezza esponenziale s; dunque $\frac{mr+r+n}{m+1-n} = s$, e da questa equazione si caveranno altri tre Canoni, cioè

$$\frac{ms+s-ns-n}{m+1} = r; \quad \frac{ms+s-mr-r}{s+1} = n; \quad \frac{n+ns-s+r}{s-r} = m$$

che ci daranno tutte le determinazioni necessarie.

SCOLIO I.

Se in cambio di porre $x = z^p$, io avressi fatto $y = u^q$, facendo le debite operazioni col metodo di sopra espresso si ci presenteranno le medesime formole; onde non occorre dir di vantaggio.

Esempio I.

Venga proposta l' equazione $x^m dx + x^3 dy = y^{\frac{1}{2}} dy$, in tal caso presa per mano la nostra formola $\frac{n+ns-s+r}{s-r} = m$, essendo che $n = 3$, $r = 0$, $s = \frac{1}{2}$, troveremo $m = 8$, e $p = \frac{1}{6}$, e per ridurre l' equazione alla formola del Signore Manfredi dovremo porre $x = z^{\frac{1}{6}}$, con che ec.

Esem-

Esempio II.

Sia $x^{\frac{1}{3}} dx + x^{\frac{-7}{15}} y^{\frac{2}{5}} dy = dy$. Per vedere se questa equazione appartenga al nostro Canone prendo una formola ad arbitrio come la seconda $\frac{ms + s - ns - n}{m + 1} = r$, e perchè nel presente caso $s = 0$, avremo $-n = mr + r$, cioè $\frac{7}{15} = \frac{2}{15} + \frac{2}{5} = \frac{8}{15}$, il che non è vero. Bisognerebbe dunque che fosse $n = \frac{-8}{15}$, onde ne risultasse l'equazione $x^{\frac{1}{3}} dx + x^{\frac{-8}{15}} y^{\frac{2}{5}} dy = dy$. Così si vada discorrendo in tutti gli altri casi, che ponno ridursi al Canone del Signore Manfredi.

SCOLIO II.

III. Si può ottenere più facilmente l'intento, e stendere la regola a quelle equazioni, che contengono molti termini nella seguente maniera.

Mi figuro l'equazione generale ridotta così $x^{m-1} dx + x^n y^{r-1} dy = y^{s-1} dy$.

Pongo $x = z^p$, $x^m = z^{pm}$, e differenziando trascurati i coefficienti $x^{m-1} dx = z^{pm-1} dz$, ed in oltre $x^n = z^{pn}$. Pongo di più $y = u^q$, $y^r = u^{qr}$, $y^s = u^{qs}$, e prese le differenze $y^{r-1} dy = u^{qr-1} du$, $y^{s-1} dy = u^{qs-1} du$, e fatte le opportune sostituzioni non negletti i coefficienti, se così piace $bz^{pm-1} dz + cz^{pn} u^{qr-1} du = gu^{qs-1} du$.

Facciamo in primo luogo eguali gli esponenti del primo, e del terzo termine, cioè $pm - 1 = qs - 1$, ovvero $pm = qs$, e conseguentemente $\frac{pm}{s} = q$, o $p = \frac{sq}{m}$. Facciamo secondariamente uguali gli esponenti del primo, e del secondo, o del secondo, e del terzo termine ad arbitrio, e sia $pn + qr - 1 = qs - 1$, oppure $pn + qr = qs$ collocando in cambio di p il suo valore $\frac{sq}{m}$, avremo $\frac{snq}{m} + qr = qs$, e dividendo per q, $sn + mr = ms$.

Lo

Lo svanire che fa la quantità q in forza della divisione ci dimostra, che tutte le formole generalmente al Canone del Signore Manfredi non ponno ridursi, ma solo quelle in cui si verifichi l'analogia $s : m :: s-r : n :: r : m-n$.

Esempio.

Sia proposta l'equazione $-as^{2n+1}\, ds + cus^{n}\, ds = udu$, la quale nasce dallo scioglimento del seguente Problema Fisico. Discenda il mobile sollecitato dalla forza, ch'è come la potestà $2n+1$ della distanza dal centro $= s$, e impedito dalla resistenza, ch'è in ragion composta della velocità $= u$, e della densità la quale si suppone come s^{n}, si cercano le proprietà del movimento. Per ridur la formola sotto il Canone del Manfredi pongo $u = z^{n+1}$, e fatte le sostituzioni ritrovo $-as^{2n+1}\, ds + cz^{n+1}\, s^{n}\, ds = \overline{n+1}\, z^{2n+1}\, dz$, che ha la condizione richiesta.

IV. Se nella formola si fosse aggiunto il quarto termine $x^{e}\, y^{i-1}\, dy$. oppure $y^{e}\, x^{i-1}\, dx$, la riduzione si farà sempre quando $s : m :: s-i : e :: i : m-e$, il che si applichi a tutti gli altri termini, de' quali l'equazione fosse composta.

Esempio

Sia $x^{\frac{1}{2}}\, dx + x^{3} dx + x^{\frac{3}{4}} y dy = y^{3} dy$: avremo $m-1 = \frac{1}{2}$, $i-1 = 3$, $n = \frac{3}{4}$, $r-1 = 1$, $s-1 = 3$, cioè $m = \frac{3}{2}$, $i = 4$, $n =$ [illegible], $r = 2$, $s =$ [illegible], $e = 0$, e riassunta la nostra formola $s : m :: s-r : n :: i : m-e$; $4 : \frac{3}{2} :: 2 : \frac{3}{4} :: 4 : \frac{3}{2}$, le quali analogie essendo vere, e giuste ci danno indizio, che l'espressione proposta dipende per quello riguarda la separazione delle incognite dal Canone del Signore Manfredi,

CASO II.

V. Il secondo caso ha luogo, quando una qualche formola si riduce al Canone del Signore Manfredi con una congrua sostituzione. Ma quale quantità abbia negl'incontri particolari a sostituirsi, non si può dare regola ferma, lasciandosi tutto ciò all'industria dell'Analista. Metterò in chiaro con qualche esempio anche questa maniera di operare.

Esempio I.

Sia la formola $\sqrt{x^2+z^3}\,.\,dx = z^2dz$. Io faccio $z^3 = y^2$, e differenziando $z^2dz = \frac{2}{3}ydy$, e sostituendo $\sqrt{x^2+y^2}\,.\,dx = \frac{2}{3}ydy$ espressione, che può trattarsi col metodo del Signore Manfredi.

Pongasi anche $\sqrt{x^2+z^3} = u$, o sia $x^2+z^3 = u^2$, $2xdx + 3z^2dz = 2udu$, e fatte le opportune sostituzioni $udx = \frac{2}{3}udu - \frac{2}{3}xdx$.

Esempio II.

Propongo la nuova formola $x^3dx + \frac{x^2dy}{\sqrt{a+y}} = dy$. Faccio $\sqrt{a+y} = z$, $a+y = z^2$, $dy = 2zdz$, e sostituendo $x^3dx + 2x^2dz = 2zdz$, la qual equazione ricerca un'altra picciola riduzione col porre $x^2 = u$, $x^4 = u^2$, e finalmente $2x^3dx = udu$. Quindi surrogando i valori, $udu + 4udz = 4zdz$, il che ec.

Basteranno questi due esempi scelti fra tutti come i più semplici per dar un saggio di queste riduzioni, le quali ne' casi più complicati riescono difficilissime.

Esempio III.

VI. Io prendo per mano una equazione differenziale generale, che abbraccia tutti i casi possibili, ne' quali le variabili finite non ascendono oltre la prima dimensione, o sia $axdx + bydy + cydx + gxdy + fdx + hdy = 0$. I coefficienti a, b ec. ponno essere affermativi, o negativi, ed anche nulla, conforme portano le circostanze dell'equazione particolare, in cui si professa di separar le variabili.

Osservo in primo luogo, che se sparissero li due ultimi termini fdx, hdy la formola sarebbe ridotta al Canone del Signore Manfredi; stante che negli altri termini l'unità è il comune esponente delle variabili. Tutto lo studio dee dunque porsi in far svanire gli accennati due termini. Eccone la maniera.

Pongo $x = p + A$; $y = q + B$; $x^2 = p^2 + 2Ap + A^2$; $y^2 = qq + 2Bq + B^2$: e prese le differenze a norma delle sostituzioni fatte. $dx = dp$; $dy = dq$; $xdx = pdp + Adp$; $ydy = qdp + Bdq$, e collocati questi valori nella formola principale, un' altra ne risulterà in apparenza più complicata, ma in fatto più semplice cioè

$$\begin{aligned} apdp + aAdp + bqdq &+ bBdq + cqdq + gpdq = 0 \\ + cBdp \quad &+ gAdq \\ + fdp \quad &+ hdq \end{aligned}$$

Ora

Ora nella presente formola si può far isvanire il secondo, ed il quarto termine, riducendola al Canone del Signore Manfredi col fare $aA + cB + f = o$; $bB + gA + h = o$, con le quali due equazioni si determineranno i due valori delle costanti assunte A, B, cioè $\frac{bf - ch}{cg - ba} = A$;

$\frac{ah - fg}{cg - ba} = B$.

Se in cambio dunque delle costanti A, B collocheremo i loro valori nelle equazioni sussidiarie, spariranno que' termini, che c' impedivano il maneggiare la formola col metodo insegnatoci dal Signore Manfredi.

SCOLIO.

VII. Se succedesse, che fosse $bf = ch$, ovvero $ah = fg$, di modo che o l'una, o l'altra delle costanti assunte A, B fosse uguale a nulla, sarebbe indizio potersi ottenere l'intento con una sola sostituzione. Sia per cagion d'esempio $\frac{bf - ch}{cg - ba} = A = o$, in tal caso lasciata intatta la quantità x con le sue funzioni, e differenze, basterà in luogo di y sostituire il binomio $q + B$, e proseguire a norma di quanto si è di sopra praticato.

Che se fossero eguali a nulla ambe le grandezze A, B, in sì fatta ipotesi avremo $bf = ch$, $ah = fg$, ed in conseguenza $\frac{ch}{b} = \frac{ah}{g} = f$; dunque $cg = ba$ oppure $cg - ba = o$. Con ciò si renderebbono nulli i due denominatori delle frazioni $\frac{bf - ch}{cg - ba} = A$; $\frac{ah - fg}{cg - ba} = B$, come lo sarebbero per l'ipotesi anche i numeratori. In questo caso sostituendo nella formola in luogo della f il suo valore $\frac{ah}{g}$, ed in luogo di $\frac{cg}{a}$ il suo valore b, nascerà l'equazione

$\overline{gx + h + by} \cdot dy + \frac{a}{g} \cdot \overline{gx + h + by} \cdot dx = o$, la quale è divisibile per $gx + h + by$, e fatta la divisione, si ha $dy + \frac{a\,dx}{g} = o$, ed integrando $y + \frac{ax}{g} = C$ quantità costante: dunque all' equazione in questo caso

cor-

corrispondono due linee rette, cioè $gx+b+by=0$, $y+\frac{ax}{g}=C$.

Se poi il denominatore $cg-ba=0$, non annullandosi i numeratori $bf-cb$, $ab-fg$; poichè A, B divengono quantità infinite, il metodo presente riesce del tutto inutile: onde penseremo in appresso a qualche artifizio per toglier di mezzo questa difficoltà.

Metodo II.

VIII. Questo Metodo tutto di mia invenzione è stato da me pubblicato nel Tomo 21. del Giornale de' Letterati d'Italia Art.8°. pag.311, e seguenti.

Fra le insuperabili difficoltà che s'incontrano nel separar le variabili non è forse la più picciola il poter restituire all'equazione que' termini, che nel prendere le differenze ordinariamente svaniscono. Il metodo, che prendo a spiegare è eccellente, perchè va accompagnato da due circostanze importanti. La prima, che arriva speditamente al suo fine, quand'anche nell'atto del differenziare sieno spariti alcuni membri dell'equazione: la seconda, che valendosi delle sostituzioni, nel tempo stesso c'insegna quali sieno le legittime, e quali le inutili.

Ecco tre Canoni, su cui si fonda. Si dee primieramente disporre l'equazione proposta in maniera, che le quantità differenziali restino accompagnate respettivamente dalle loro indeterminate, e si faccia, per così dire, una dimezzata separazione, rigettando ne' comuni moltiplicatori, o divisori quelle grandezze, che turbano l'operazione; indi presa la sommatoria della differenziale così preparata, composta di due ignote, si dee porre uguale ad una variabile assunta, e col mezzo d' una equazione ausiliaria dare una nuova forma alla principale. Finalmente fatta osservazione a ciò, che succede, dee iterarsi l'operazione fin a tanto che si conseguisca la bramata separazione, o si veda essere la formola contumace, e superiore alla nostra industria.

Si osservi in questo mentre esservi alcune formole, che non ammettono la nostra preparazione, altre, che non l'ammettono, se non prima preparate, ed altre in cui tutti i tentativi messi in opera per separare le ignote, non servono, che a maggiormente imbrogliarle. Non ostante ciò, i seguenti esempi serviranno se non altro a farsi formar l'idea di questo Metodo.

Esempio I.

Sia $\frac{x^3dy+y^3dx}{xx+yy\times\sqrt{xx+yy-x^2y^2}}=dz$ nella quale equazione la quantità z è una funzione arbitraria di x, ovvero di y. Metto da parte il

il diviſore $\overline{xx+yy} \times \sqrt{xx+yy-x^2y^2}$, ch'è una affezione comune a due termini, che compongono la prima parte dell'equazione, reſterà la differenziale nuda x^3dy+y^3dx. Divido dx per x^3, e dy per y^3, ſicchè

$x^3y^3 \times \overline{\frac{dx}{x^3}+\frac{dy}{y^3}} = x^3dy+y^3dx$; onde la formola propoſta prenda

il nuovo aſpetto $\frac{x^3y^3}{\overline{xx+yy} \times \sqrt{xx+yy-x^2y^2}} \times \overline{\frac{dx}{x^3}+\frac{dy}{x^3}} = dz$.

Ottenuta queſta dimidiata ſeparazione, in cui le due fluſſioni dx, dy ſi veggono combinate ſemplicemente con le funzioni delle loro fluenti x^3, y^3, e gli altri termini coſtituiſcono una quantità quaſi eſtranea, che fa figura di comune moltiplicatore, pongo $\frac{dx}{x^3}+\frac{dy}{y^3} = -dp$, ed integrando $\frac{1}{2xx}+\frac{1}{2yy} = p$. Sarà pertanto $\frac{-x^3y^3dp}{\overline{xx+yy} \times \sqrt{xx+yy-x^2y^2}}$ $= dz$, e ſurrogando in cambio di x per eſempio il ſuo valore dato per y, e p, avremo $\frac{-dp}{2p\sqrt{2p-1}} = dz$ il che &c.

Raccolgaſi, che preſa ad arbitrio una quantità in qualſivoglia modo data per p, come $p = \frac{1}{2qq} = \frac{1}{2xx}+\frac{1}{2yy}$, o ſia $\frac{xy}{\sqrt{xx+yy}}$ $= q$, troveremo $\frac{dq}{\sqrt{1-qq}} = \frac{-dp}{2p\sqrt{2p-1}} = dz$; onde in un batter d'occhio ſi ſcoprono le infinite ſoſtituzioni, che ſervono alla bramata ſeparazione. Tutte le altre poſſibili ſono inutili, e laſciano le variabili più di prima implicate.

Si noti di più, che con la ſoſtituzione artifiziosa già ſpiegata, ſpeſſe fiate accade, che in un membro dell'equazione ci reſti qualche funzione dell'una, o dell'altra variabile x, o y, nel qual caſo, ſe la dz foſſe data per la variabile, di cui reſta la funzione, una ſemplice diviſione ſupplirebbe al biſogno.

Eſem-

Eſempio II.

Sia la formola $\frac{2ydy + xdy + ydx}{a + x + y} = dz$, in cui la grandezza z ſia data in qualſivoglia modo per y. Prendo l'integrale del numeratore della frazione, cioè $y^2 + xy$, e lo pongo $= ap$, e fatta ſvanire la x col collocare il ſuo valore $\frac{ap}{y} - y$, ho la nuova equazione $\frac{dp}{1 + \frac{p}{y}} = dz$, la quale ſi riduce alla ſeguente $ydp - pdz = ydz$, ch' io preparo giuſta il mio metodo in queſta maniera $p + \frac{dp}{p} - \frac{dz}{y} = dz$:

Prendo $lp - \int \frac{dz}{y} = lq$, ovvero $l\frac{p}{q} = \int \frac{dz}{y} = u$, dunque. eſſendo g la quantità, il cui logaritmo $= 1$, $\frac{p}{q} = g^u$, e $dq = \frac{dz}{g^u}$, il che &c.

Eſempio III.

IX. Si proponga l' equazione $\frac{2x^2dx + xydy + y^2dx}{x^4 + x^2y^2 + a^4} = \frac{xdx + ydy}{a^2\sqrt{x^2 + y^2}}$

Prima di tentar queſta formola ſarà bene ridurla.

Oſſervo, che il ſecondo membro $\frac{xdx + ydy}{\sqrt{xx + yy}}$ è integrabile, e la ſua ſommatoria ſi fa eſſere $\sqrt{xx + yy}$, ch' io facccio $= z$: fatta pertanto ſvanire la y, atteſo che le ſue funzioni montano al quadrato, collocando in cambio di $x^2 + y^2$, z^2; in vece di y^2, $z^2 - x^2$, ed in luogo di ydy il ſuo valore $zdz - xdx$, avremo $\frac{2x^2dx + xzdz - x^2dx + z^2dx - x^2dx}{x^2z^2 + a^4} = \frac{dz}{a^2}$,

e cancellati i termini, che ſi diſtruggono, $\frac{xzdz + z^2dx}{x^2z^2 + a^4} = \frac{dz}{a^2}$, e

giuſta la noſtra preparazione $\frac{a^2z}{x^2z^2 + a^4} \times \overline{xdz + zdx} = dz$. Sia

xdz

$xdz + zdx = adp$, ed integrando $xz = ap$, e fatta ſvanire la quantità x, $\frac{azdp}{pp + aa} = dz$, e finalmente $\frac{adp}{pp + aa} = \frac{dz}{z}$.

Eſempio IV.

Pongaſi l' equazione già preparata $y^m \times \overline{xdx + ydy} = x^n \times \overline{ydx - xdy}$, ovvero $y^{m-2} \times \overline{xdx + ydy} = x^n \times \frac{ydx - xdy}{yy}$. Pongo $\frac{x}{y} = q$, ed $xx + yy = pp$, ed in conſeguenza $xdx + ydy = pdp$, ed $\frac{ydx - xdy}{yy} = dq$. Fatta la doppia ſoſtituzione, ſarà $\frac{y^{m-2}}{x^n} \times pdp = dq$. La dignità y^{m-2} può rappreſentarſi nella ſeguente maniera y^{n+t}, ponendo $m - 2 = n + t$, ſia poi t affermativo, o negativo poco importa; dunque $\frac{y^{n+t}}{x^n} \times pdp = dq$: ma eſſendo $\frac{y}{x} = \frac{1}{q}$, ſarà altresì $\frac{y^n}{x^n} = \frac{1}{q^n}$: dunque $y^t pdp = q^n dq$. Frattanto in virtù della doppia equazione $x = yq$; $xx + yy = pp$, collocando in vece di x^2 il ſuo valore y^2q^2, avremo $y^2q^2 + y^2 = pp$, cioè $y = \frac{p}{\sqrt{1 + qq}}$ ed $y^t = \frac{p^t}{\overline{1 + qq}^{\frac{t}{2}}}$, onde finalmente ſiamo pervenuti ad una equazione libera della miſtione delle indeterminate, cioè $p^{t+1}dp = q^n dq \times \overline{1 + qq}^{\frac{t}{2}}$.

Ho portato queſto eſempio per far vedere ſin dove giunga l' artifizio d' una doppia ſoſtituzione maneggiata con l' ajuto del noſtro Metodo.

Nella noſtra formola generale è contenuta la ſeguente $\sqrt{y} . \overline{xdx + ydy} = \sqrt{a} . \overline{xdy - ydx}$ propoſta dal celebre P. Regneau nel ſuo libro 8.° dell' Analiſi dimoſtrata pag. 765, baſtando fare $m = \frac{1}{2}$, $n = 0$. L' Autore procede così. Pone $y = \frac{tz}{a}$, ed $x = \frac{t}{a} . \sqrt{aa - zz}$, ciò che dà $\sqrt{y} = \sqrt{\frac{tz}{a}}$, $dy = \frac{zdt + tdz}{a}$, $dx = \frac{dt}{a} . \sqrt{aa - zz}$

$-\frac{tzdz}{a\sqrt{a^2-z^2}}$. Soſtituiti queſti valori, l'equazione propoſta ſi cangerà nella equivalente $atdt\sqrt{t}\cdot\sqrt{z}\cdot\sqrt{aa-zz}=aattdz$, o pure $atdt\sqrt{t}\cdot\sqrt{aaz-z^3}=a^2t^2dz$, che ſi riduce a $\frac{dt}{\sqrt{t}}=\frac{adz}{\sqrt{a^2z-z^3}}$, in cui ſono ſeparate le incognite.

SCOLIO.

Si vedè manifeſtamente, che l'Autore non procede per via di metodo, ma piuttoſto a caſo; mentre non ſi ſaprebbe fiſſar il modo di trovare la doppia ſoſtituzione da farſi in alcuni eſempi, e da ciò maggiormente ſpicca l'eſtenſione dal noſtro preſente Metodo.

Eſempio V.

X. Prendo a manéggiar la formola $-fds+au^2\Delta ds=udu$, nella quale f, Δ ſi ſuppongono date in qualunque maniera per s. A queſta ſi perviene, quando date comunque le forze, e le denſità del mezzo per la diſtanza dal centro, e poſte le reſiſtenze come le denſità, e i quadrati delle velocità, ſi cerca con quai leggi diſcenda un corpo. Sebbene nella premeſſa equazione ſi ſeparano le variabili col metodo Leibiniziano, o Bernoulliano da noi nella Prima Parte ſpiegato, pure valendomi del preſente metodo, la preparo nella ſeguente maniera $-fds=u^2\cdot\overline{\frac{du}{u}-a\Delta ds}$.

Faccio $-a\Delta ds=\frac{dz}{z}$, onde z ſia data per s. Avremo dunque $-fds=u^2\cdot\overline{\frac{du}{u}+\frac{dz}{z}}$.

Pongaſi $\frac{du}{u}+\frac{dz}{z}=\frac{dp}{p}$, ed integrando $la+lz=lp+lc$, la quantità c è una coſtante arbitraria, e paſſando dalle grandezze logaritmiche alle ordinarie, $uz=cp$, o $\frac{cp}{z}=u$. Soſtituiti i valori, avremo $-fds=\frac{c^2pdp}{zz}$, oppure $-zzfds=c^2pdp$, e ſommando $2\int zzfds=c^2p^2\mp b$.

La

La costruzione è facilissima a farsi per via delle quadrature, e della descrizione della logaritmica.

Se la densità Δ fosse costante, ciò non altererebbe l'operazione, come pure per i varj casi di discesa, e di ascendimento basterà alterar i segni della formola.

Diamone un'esempio particolare scelto fra più semplici nel caso della discesa, ponendo costante la forza centrale f, e la densità in ragione inversa delle distanze, cioè $\Delta = \frac{1}{s}$. In tal caso avremo $\frac{-f\,ds}{u^2} = \frac{du}{u} - \frac{a\,ds}{s}$. Posta $\frac{u}{s^a} = p$, sarà $\frac{-f\,ds}{p^2 s^{2a}} = \frac{dp}{p}$, ovvero $\frac{-f\,ds}{s^{2a}} = p\,dp$, ed integrando coll'aggiunta della costante $\frac{f}{\overline{2a-1}\,.\,s^{2a-1}} = \frac{p^2}{2} + A = \frac{u^2}{2s^{2a}} + A$. La condizione, che essendo $s = b$, debba essere $u = o$, determina la costante $A = \frac{f}{\overline{2a-1}\,.\,b^{2a-1}}$. Pertanto fatto il calcolo, ritroveremo $\frac{fs}{2a-1} \cdot \frac{\overline{b^{2a-1} - s^{2a-1}}}{b^{2a-1}} = \frac{u^2}{2}$.

Se sia $2a > 1$, la formola tal, qual'è, ci addita chiaramente la curva delle velocità. Ma se fosse $2a < 1$, sarebbe bene trasformarla nella seguente maniera $\frac{fs}{1-2a} \cdot \frac{b^{1-2a} - s^{1-2a}}{s^{1-2a}} = \frac{u^2}{2}$. Che se $2a = 1$, la curva sarebbe trascendente, ed abbisognerebbe della quadratura dell'iperbola, o della costruzione della logaritmica, ad essere costruita. Imperciocchè l'equazione non integrata sarebbe $-\frac{f\,ds}{s} = p\,dp$, e sommando $-ls = \frac{p^2}{2} = \frac{u^2}{s^2}$, ovvero $s^3 . -ls = u^2$, per costruir la qual curva devonsi prendere i logaritmi nella logistica, la cui sottangente $= f$, per modo che posto $s = b$, $-ls + o$.

Esem-

Esempio VI.

Mi propongo di separar le indeterminate nella formola $-\frac{ads}{s}+cuds$ $=udu$, alla qual si perviene sciogliendo il seguente problema fisico. Posta costante la densità del mezzo, e la forza centrale in ragion inversa della distanza dal centro, sia la resistenza del mezzo come la velocità, si cerchi la curva della velocità riferita agli spazj passati.

Prepariamo l'equazione in questa guisa $u.\overline{cds-du}=\frac{ads}{s}$: pongo cd $-du=dp$, e sommando $cs-u=p$, o $cs-p=u$, e sostituendo $csdp-pdp$ $=\frac{ads}{s}$, oppure $csdp=\frac{ads}{s}+pdp$. Pongo $pdp=\frac{dz}{z}$; dunque sarà z data per p, ed in conseguenza $csdp=\frac{ads}{s}+\frac{dz}{z}=\frac{dq}{q}$, e sommando $s^az=q$, dunque $s=\frac{q^{\frac{1}{a}}}{z^{\frac{1}{a}}}$, e fatte le sostituzioni, $\frac{cdp}{z^{\frac{1}{a}}}=\frac{dq}{q^{\frac{a+1}{a}}}$, il che ec.

Esempio VII.

Posto $m=c-1$, si separano le indeterminate nella formola $-s^mds$ $+\overline{bu+u^2}.\frac{cds}{s}=udu$, la qual nasce, quando giusta l'ipotesi del Signore Nevvton sia la forza centripeta come qualsivoglia dignità della distanza, la densità del mezzo in ragion inversa della distanza medesima, e la resistenza come la somma della velocità, e del suo quadrato.

Faccio la preparazione $-s^mds+\frac{bcuds}{s}=u^2.\overline{\frac{du}{u}-\frac{cds}{s}}$: pongo $\frac{du}{u}$ $-\frac{cds}{s}=\frac{dp}{p}$, onde si scopre il valore di $u=ps^c$, ed $uu=pps^{2c}$. Sostituiti opportunamente i valori trovati, ci si presenterà l' equazione
$-s^mds+bcps^{c-1}ds=s^{2c}pdp$, e dividendo per s^{2c},
$-s^{m-2c}ds+bcps^{-c-1}ds=pdp$. Ma posto $m=c-1$, sarà $m-2c=$ $-c-1$; dunque la formola si ridurrà alla seguente $s^{-c-1}ds=\frac{pdp}{bcp-1}$ coll'incognite separate.

Esempio VIII.

XI. Chiuderò questo metodo col problema proposto dal Signore Ermanno negli Atti di Lipsia dell'anno 1719. *Posita, dic'egli, area alicujus curvæ* $= axy + bx^e y^e$ *, ubi a, b sunt quantitates constantes, sicut etiam c, e sunt qualescumque numeri, invenire curvam, cui hæc area conveniat. Dico inveniri posse æquationem curvæ in terminis finitis, eamque curvam semper fore Geometricam, modo c, &.e sint exponentes rationales, & insuper quantitas a, qualescumque sint de cætero sive affirmativi, sive negativi. Quæritur igitur æquatio curvæ*

Il Signore Niccolò Bernoulli figlio del Signore Giovanni, che si è presa la cura di satisfare al quesito, accusa non senza fondamento il Signore Ermanno di non aver saputo trovare la soluzione generale del Problema da lui proposto; perchè si danno alcuni casi, ne' quali la curva è trascendente, non ostante che si adempiscano le condizioni considerate dall' Autore. Io per me sciolgo la quistione nella seguente semplicissima maniera.

Sia l'area delle curve in quistione $A = \int y dx = axy + bx^e y^e$. E prese le differenze facendo $x^e y^e = q$, $y dx = a y dx + a x dy + b dq$. Preparata l' equazione col metodo a noi familiare, $axy \cdot \overline{\frac{\frac{1-a}{a}\, dx}{x} - \frac{dy}{y}} = b dq$, pongo $\frac{1-a}{a} \frac{dx}{x} - \frac{dy}{y} = \frac{dp}{p}$, ed integrando $\frac{x^{\frac{1-a}{a}}}{y} = p$, oppure $\frac{x^{\frac{1-a}{a}}}{p} = y$, e fatte le debite sostituzioni $\frac{a x^{\frac{1}{a}} dp}{pp} = b dq$. Resta, che la quantità $x^{\frac{1}{a}}$ si esprima per le funzioni delle due variabili assunte p, q. Giacchè per una parte $x^e y^e = q$; dunque $y^e = \frac{q}{x^e}$, e $y = \frac{q^{\frac{1}{e}}}{x^{\frac{e}{e}}}$: ma era $\frac{x^{\frac{1-a}{a}}}{p} = y$; dunque

$$\frac{x^{\frac{1-a}{a}}}{p} = \frac{q^{\frac{1}{e}}}{x^{\frac{e}{e}}}, \text{ oppure } x^{\frac{e-ae+ac}{ae}} = p q^{\frac{1}{e}}; \text{ onde } x^{\frac{1}{a}} = p^{\frac{e}{e-ae+ac}}.$$

$q^{\frac{-e}{e-ae+ac}}$, e fatte le foſtituzioni, $ap^{\frac{-e}{e-ae+ac}-2}dp =$

$bq^{\frac{-1}{e-ae+ac}}dq$, ed integrando

$$\frac{e-ae+ac}{e-c} \cdot p^{\frac{ae-ac}{e-ae+ac}} = \frac{be-bae+bac}{-1+e-ae+ac} \cdot q^{\frac{-1+e-ae+ac}{e-ae+ac}} + g.$$

E' manifeſto, che la curva ſarà per l' ordinario algebraica; quando le quantità a, e, c ſaranno razionali, ed all' oppoſto traſcendente, quando una di eſſe ſarà irrazionale. Ma perchè alcuni caſi reſtano eccettuati, non ſarà fuori di propoſito il conſiderarli.

Si oſſervi la formola prima della ſua integrazione, e ſi notino i due eſponenti delle p, q, cioè $\frac{e}{e-ae+ca}-2$, $\frac{-1}{e-ae+ac}$. Se nè l' uno, nè l' altro di cotai eſponenti $=-1$, la curva ſarà ſempre algebraica. Se o l'uno, o l' altro degli eſponenti $=-1$, la curva ſarà meccanica, e dipenderà dalla quadratura iperbolica Veggiamo qual ſia il valore di e nell' uno, e nell' altro di queſti caſi. Se $\frac{e}{e-ae+ac}-2=-1$, avremo $e=e-ae+ac$; dunque $e=c$. Se $\frac{-1}{e-ae+ac}=-1$; ſarà $e-ae+ac=1$; dunque $e=\frac{ac-1}{a-1}$. Se alla ſpecie e competa o l'uno, o l' altro di queſti valori, la curva ſarà meccanica. Finalmente ſe amendue gli eſponenti $=-1$, la curva tornerà ad eſſere algebraica. In queſto incontro la ſpecie e dovrà avere l'uno, e l' altro degli accennati valori, onde ſarà $c=\frac{ac-1}{a-1}$ o ſia $ac-c=ac-1$. ovvero $c=1$, e per conſeguenza $e=1$: d'onde raccoglieſi, che la quadratura della curva cercata s'eſprimerebbe per $\overline{a+b}.\ xy$.

Se foſſe $a=0$, converrebbe ommettere la ſeconda ſoſtituzione, la quale involve un'eſponente infinito, e con più ſemplicità s' otterrebbe l'equazione $x^{\frac{-e}{c}}dx = bq^{\frac{-1}{c}}dq$, da cui naſcerebbero le medeſime conſeguenze.

SCOLIO.

Facciamo qualche osservazione sul metodo del Signore Bernoulli. Dopo aver date due soluzioni, una per le parabole, e l'altra per le curve algebraiche, passa a separare generalmente le indeterminate nella formola del Signore Ermanno $\int ydx - axy = bx^e y^c$. Prese le differenze, per aver una equazione, in cui tutti gli esponenti facciano la stessa somma, pone $x = t^{c-1}$, e $y = z^{1-e}$. Quindi con la formola $t = uz$, che prima di tutti è stata messa in uso dal Signore Gabbriello Manfredi, arriva ad una equazione compostissima, imbarazzata di quantità logaritmiche, ch' egli ha necessità di ridurre per i canoni noti con un calcolo laborioso. Fatta poi la riduzione, è astretto a confessare, che la sua maniera manca in due casi, cioè quando l'uno, o l'altro degli esponenti c, $e = 1$, e per questi casi è obbligato a soggiungere due analisi separate. Servirà ciò, s'io non m'inganno, d'esempio, di quanto uso sia il nostro secondo metodo, e con quanta facilità si maneggino certe equazioni, che per altra strada stancano la perizia de' Geometri più consumati.

ANNOTAZIONE IV.

„ Elegantemente per mezzo d'una separazione dimidiata si risolve „ quell'equazione, che l'Autore ha trattata nella parte prima col metodo „ del Bernoulli. Ella è la seguente $ady = ypdx - by^n qdx$, in cui p q „ sono date per x. Preparo l'equazione così $\frac{dy}{y} - \frac{pdx}{a} = \frac{by^{n-1}qdx}{a}$. Si „ metta $\frac{pdx}{a} = \frac{dz}{z}$, onde z sarà data per x; indi si faccia $\frac{dy}{y} - \frac{dz}{z}$ „ $= \frac{dt}{t}$: dunque $y = zt$. Fatte le sostituzioni, si avrà $\frac{dt}{t} =$ „ $\frac{bt^{n-1}z^{n-1}qdx}{a}$, ovvero $\frac{dt}{t^n} = \frac{b}{a}, z^{n-1}qdx$, che ha le incognite sepa- „ rate; ed integrando $A - \frac{1}{\overline{n-1}.t^{n-1}} = \frac{b}{a}\int z^{n-1}qdx$: ma chiamato „ g quel numero, il cui logaritmo è l'unità, $z = g^{\int\frac{pdx}{a}}$: dunque

$$A - \frac{1}{\overline{n-1}.t^{n-1}} = \frac{b}{a}\int g^{\overline{n-1}\int\frac{pdx}{a}} qdx$$: ma $t = \frac{y}{z} = \frac{y}{g^{\int\frac{pdx}{a}}}$; dun-

„ que

„ que $A - \dfrac{g^{\overline{n-1}\int\frac{pdx}{a}}}{\overline{n-1}\,y^{n-1}} = \dfrac{b}{a}\int g^{\overline{n-1}\int\frac{p\,dx}{a}}\,qdx$. Come 11 DR.„

„ Mi sia permesso di esporre quì in pochissime parole una maniera d'in-
„ tegrar la premessa formola senza ajuto di sostituzioni; la qual maniera
„ è adoperata dal Signore Eulero in una formola alquanto più ristretta.
„ Dispongo l'equazione così $\frac{dy}{y^n} - \frac{pdx}{ay^{n-1}} = \frac{b}{a}\,qdx$. Si moltiplichi
„ l'equazione per la quantità esponenziale $g^{\overline{n-1}\int\frac{pdx}{a}}$, e si avrà

„ $g^{\overline{n-1}\int\frac{pdx}{a}}\,\frac{dy}{y^n} - g^{\overline{n-1}\int\frac{pdx}{a}}\,.\,\frac{pdx}{ay^{n-1}} = \frac{b}{a}\,g^{\overline{n-1}\int\frac{pdx}{a}}\,qdx$,

„ ed integrando

$$A - \frac{g^{\overline{n-1}\int\frac{pdx}{a}}}{\overline{n-1}\,.\,y^{n-1}} = \frac{b}{a}\int g^{\overline{n-1}\int\frac{pdx}{a}}\,qdx\text{, come}$$

„ sopra.„

ANNOTAZIONE V.

„ Non vi ha cosa, che tanto sia valevole a far comprendere l'esten-
„ sione, e la fecondità di un metodo, quanto il mostrare, che per mez-
„ zo d'esso si perviene alle formole più universali, che sieno state ritro-
„ vate dagli Analisti. Prendo a maneggiare col metodo della dimidiata
„ separazione la formola $\overline{x^n dx + ay^m dy}\,.\,p = \overline{fxdy + cydx}\,.\,q$, e mi studio
„ di determinare il valore dell'esponente m, e di fissare le condizioni,
„ con che devono le due p, q esser date per le x, y, acciocchè la formo-
„ la liberar si possa dalla confusione delle indeterminate. „

„ Preparo l'equazione nella guisa, che segue

„ $x^n dx + ay^m dy = xy\,.\,\overline{\frac{fdy}{y} + \frac{cdx}{x}}\,.\,\frac{q}{p}$. Sia la prima sostituzione

„ edy

» $\frac{fdx}{y} + \frac{cdx}{x} = \frac{Adz}{z}$: dunque $x = \frac{z^{\frac{A}{c}}}{y^{\frac{f}{c}}}$, e fatta svanir la x, nasce

» la formola $\frac{\frac{A}{c} y^{\frac{f}{c}} z^{\frac{nA+A-c}{c}} dz - \frac{f}{c} z^{\frac{nA+A}{c}} y^{\frac{f-c}{c}} dy}{y^{\frac{nf+2f}{c}}}$

» $+ a y^m dy = \frac{A z^{\frac{A-c}{c}} dz}{y^{\frac{f-c}{c}}} . \frac{q}{p}$, e riducendo alla stessa denomina-

» zione, indi moltiplicando per $y^{\frac{f-c}{c}}$ si avrà

» $\frac{\frac{A}{c} y^{\frac{f}{c}} z^{\frac{nA+A-c}{c}} dz - \frac{f}{c} z^{\frac{nA+A}{c}} y^{\frac{f-c}{c}} dy + a y^{m+\frac{nf+2f}{c}} dy}{y^{\frac{nf+f+c}{c}}}$

» $= A z^{\frac{A-c}{c}} dz . \frac{q}{p}$.

» A fine di passare ad una seconda dimidiata separazione, eguaglia-
» mo l'esponente dell' y in que' termini, ove si ritrova la flussione dy, e
» s' avrà $\frac{f-c}{c} = m + \frac{nf+2f}{c}$, ovvero $m = \frac{-nf-f-c}{c}$, colla quale re-
» sta determinato il valor dell' esponente m. La presente supposizione
» cangia l' equazione in questa

» $\frac{\frac{A}{c} y^{\frac{f}{c}} z^{\frac{nA+A-c}{c}} dz - \frac{f}{c} z^{\frac{nA+A}{c}} y^{\frac{f-c}{c}} dy + a y^{\frac{f-c}{c}} dy}{y^{\frac{nf+f+c}{c}}} =$

» A−c

„ $Az^{\frac{A-c}{c}} dz \,.\, \frac{q}{q}$. Preparata à dovere la nostra formola prende il nuo-
„ vo aspetto

$$„ \frac{\frac{f}{c} z^{\frac{nA+A}{c}} - a}{y^{\frac{nf+c}{c}}} \cdot \frac{\frac{A}{c} z^{\frac{nA+A-c}{c}} dz}{\frac{f}{c} z^{\frac{nA+A}{c}} - a} - \frac{dy}{y} =$$

„ $Az^{\frac{A-c}{c}} dz \,.\, \frac{q}{p}$. Ed ecco una novella dimidiata separazione. Si
„ ponga

$$„ \frac{\frac{A}{c} z^{\frac{nA+A-c}{c}} dz}{\frac{f}{c} z^{\frac{nA+A}{c}} - a} - \frac{dy}{y} = \frac{B du}{u}$$

, ed integrando

$$„ \frac{c}{f \cdot \overline{n+1}} \, l \left(\frac{f}{c} z^{\frac{nA+A}{c}} - a \right) - ly = B l u,$$

e passando dai logaritmi ai
„ numeri,

$$„ \frac{\left(\frac{f}{c} z^{\frac{nA+A}{c}} - a \right)^{\frac{c}{f \cdot \overline{n+1}}}}{y} = u^{B}$$

, da cui si troverà

$$y^{\frac{nf+c}{c}} = \frac{\left(\frac{f}{c} z^{\frac{nA+A}{c}} - a \right)^{\frac{nf+c}{nf+f}}}{u^{\frac{nfB+cB}{c}}}$$

. Introdotti pertanto nell' equa-
„ zione

„ zione così fatti valori, risulterà

$$„\ \frac{u^{\frac{nfB+cB}{c}}}{\overline{\frac{f}{c}z^{\frac{nA+A}{c}}-a}^{\frac{c-f}{nf+f}}} \times \frac{B\,du}{u} = A z^{\frac{A-c}{c}}\,dz.\frac{q}{p}\text{, osia}$$

$$B u^{\frac{nfB+cB-c}{c}}\,du = A.\overline{\frac{f}{c}z^{\frac{nA+A}{c}}-a}^{\frac{c-f}{nf+f}} \times z^{\frac{A-c}{c}}\,dz.\frac{q}{p}.\text{ „}$$

„ A questa forma si può ridur l'equazione, qualunque sieno i valori „ dell'assunte A, B. Per ridurla però alla maggiore semplicità sarà bene „ porre $A=c$, $B=\frac{c}{nf+c}$, onde si trasformi così

$$\frac{1}{nf+c}\,du = \overline{\frac{f}{c}z^{n+1}-a}^{\frac{c-f}{nf+f}}.\ dz.\ \frac{q}{p}:$$

„ Si avverta però, che nei casi particolari le quantità p, q potrebbero „ esigere, che altri valori delle A, B, si fissassero ad aver la massima sem- „ plicità.

„ Ognun vede, che la quantità $\frac{q}{p}$ si può risolvere in due moltiplica- „ tori, uno de' quali sia dato unicamente per z, l'altro per u, l'indeter- „ minate nella formola agevolmente si separano.

„ Per ritrovare alcuni casi, in cui la premessa condizion si verifica, „ si faccia avvertenza, che le usate sostituzioni danno i valori delle x, y

„ come seguono $y=\overline{\frac{\frac{c}{f}z^{\frac{nA+A}{c}}-a}{u^{B}}}^{\frac{c}{f.\overline{n+1}}}$;

$$x = \frac{z^{\frac{A}{c}} \cdot u^{\frac{fB}{c}}}{\frac{c}{f} Z^{\frac{nA+A}{c}} - a} \quad \frac{1}{n+1}.$$ Si ponga, che in un termine della p,

„ o della q sia x alzato alla potestà r, ed y alla s, onde, non considerati
„ i coefficienti, eguagli $x^r y^s$. Introdotti i valori delle x, y, questo ter-

„ mine verrà espresso dalla formola $$\frac{Z^{\frac{rA}{c}} \cdot U^{\frac{rfB-scB}{c}}}{\frac{c}{f} Z^{\frac{nA+A}{c}} - a} \quad \frac{rf-sc}{f \cdot n+1}$$

„ Comunque in ciascun termine delle p, q, gli esponenti delle x, y,
„ cioè r, s sieno diversi; pure se in ciascun termine della p, ed in cia-
„ scun termine della q sia $rf-sc$ una quantità costante, egli è mani-
„ festo, che la u in tutti termini e della p, e della q sarà affetta dello
„ stesso esponente: onde agevolmente si ritrovano i due fattori, l'un de'
„ quali contenga la sola z, e l'altro la sola u. Ed ecco il primo, e
„ più universale canone. La premessa formola ammetterà la separazione

„ dell' indeterminate quando $m = \frac{-nf-f-c}{c}$, ed in ogni termi-

„ ne della p l'esponente di x moltiplicato per f, meno l'esponente di y
„ moltiplicato per c dia una quantità costante o positiva, o negativa,
„ e quando lo stesso verifichisi nella quantità q.

„ Quindi ricavansi alcuni canoni più limitati. Sia $f=1$, sarà

„ $m = \frac{-n-1-c}{c}$, e nelle due p, q l'esponente di x meno l'esponente

„ della y moltiplicato per c dee esser sempre costante.

„ Che se oltre di ciò $c=-1$, sarà $m=n$, e la somma de due
„ esponenti delle x, y deve esser costante tanto nella p, quanto nella q.

Esempio I.

„ Sia $\overline{xxdx+ay^8dy} \cdot y = \overline{-3xdy+ydx} \cdot ax$,
„ Paragonando la presente equazione coll' ecumenica, si trova $n=2$;
„ $m=8$, $f=-3$, e $c=1$, $p=y$, $q=ax$. Però fatte le sostituzioni
„ a norma della teoria, perverremmo alla seguente equazione

„ $B u^{-5B-1} du = A . \overline{-3z^{3A} - a}^{-\frac{4}{9}} . \frac{z^{A-1} dz . \; a z^{A} \; u^{-2B}}{\overline{-\frac{1}{3} z^{3A} - a}^{\frac{2}{9}}}$, la qual

„ espurgata si riduce $B u^{-3B-1} du = \frac{a A z^{2A-1} dz}{\overline{\frac{1}{3} z^{3A} + a}^{\frac{2}{3}}}$, la qual non domanda quadrature più alte di quelle delle sezioni coniche

Esempio II.

„ Sia la formola $\overline{x^2 dx - b y^2 dy} . xy = \overline{x dy - y dx} . \overline{x^2 + y^2}$: onde
„ fatta la comparazione colla formola generale, sarà $m = n = 2$, $f = 1$,
„ $c = -1$, $a = -b$, e perciò l'ultima nostra formola si ritroverà essere

„ $\frac{B du}{u^{B+1}} = A . \overline{b - z^{-3A}}^{-\frac{2}{3}} . z^{-A-1} dz . \frac{\overline{x^2 + y^2}}{xy}$: ma i valori

delle x, y ci danno $\frac{\overline{xx + yy}}{xy} = \frac{\overline{b - z^{-3A}}^{\frac{1}{6}}}{z^{-A}} + \frac{z^{-A}}{\overline{b - z^{-3A}}^{\frac{1}{6}}}$,

„ nella quale non entrando la u, ne seguita, che si abbiano le variabili
„ separate. Colla opportuna determinazione delle quantità A B, che sono
„ arbitrarie, è lecito di conciliar alle formole qualche maggiore sem-
„ plicità. Si avverta però, che esser non possono $= 0$.

Metodo III.

XII. Parerebbe, che nulla potesse aggiungersi a ciò, che fin ora si è detto intorno la separazione delle incognite; nulla di meno il seguente metodo è quello, di cui mi servo ne' casi più ardui, e con sommo profitto; mentre esso mi fa due mirabili effetti: il primo, che mi dà una costruzione molto più elegante di quella, che mi somministrano gli altri metodi: il secondo che mi serve a ridurre, ed isviluppare certe formole talmente ostinate, che in ogni altra maniera riescono irreducibili.

Per

Per metterlo sotto gli occhi in tutta la sua latitudine, io dico non consistere il metodo in altro, che in un certo artifizio di far isvanire alcuni termini nella equazione differenziale proposta, il che si ottiene col porre una delle variabili della equazione, per esempio x, eguale ad una potestà indeterminata dell' altra incognita moltiplicata in una costante da determinarsi, più un'altra variabile assunta, e più ancora, se il caso lo richiede, un' altra costante da determinarsi. Per esempio io faccio $x = Ay^m + z + B$. A, B sono costanti da determinarsi nel progresso dell' operazione; z è una nuova indeterminata assunta per cui si fa svanire la x e le sue funzioni, ed m è un' esponente indeterminato, che si fissa secondo le circostanze.

Esempio I.

Ripeto la formola di cui ho parlato nel metodo primo $-as^{2n+1}ds + cus^n ds = udu$. Sia $u = As^t + p$, e $u^2 = A^2s^{2t} + 2As^t p + p^2$, e differenziando $udu = tA^2s^{2t-1}ds + tAps^{t-1}ds + As^t dp + pdp$, e sostituendo $-as^{2n+1}ds + cAs^{t+n}ds + cps^n ds = tA^2s^{2t-1}ds + tAps^{t-1}ds + As^t dp + pdp$. Si eguaglino gli esponenti de' due primi termini, onde sia $t + n = 2n + 1$, ovvero $t = n + 1$, e l'equazione si trasformerà nella seguente $-as^{2n+1}ds + cAs^{2n+1}ds + cps^n ds = \overline{n+1}.A^2s^{2n+1}ds + \overline{n+1}.Aps^n ds + As^{n+1}dp + pdp$, nella quale tutti i termini liberi dalla p anno l' esponente $2n + 1$. Per farli svanire dall' equazione, si faccia $-a + cA = \overline{n+1}.A^2$, da cui si ricava il valore della $A = \frac{c}{2.\overline{n+1}} \pm \sqrt{\frac{c^2}{4.\overline{n+1}^2} - \frac{a}{n+1}}$. Fatta la sostituzione, rimarrà $cps^n ds = \overline{n+1}.Aps^n ds + As^{n+1}dp + pdp$. Questa preparata col metodo secondo della dimidiata separazione prende il nuovo aspetto $s^{n+1}p.\overline{C - A.\overline{n+1}}.\frac{ds}{s} - \frac{Adp}{p} = pdp$, in cui per le cose altre volte dette si separano le indeterminate.

S C O L I O.

XIII. Allorchè nel determinare i valori degli esponenti, o de' coefficienti indeterminati ci si presentassero quantità immaginarie, come accaderebbe nell' esempio proposto, se a fosse maggiore di $\frac{c^2}{4.\overline{n+1}}$, il metodo riuscirebbe affatto inutile alla costruzione, la quale in quel caso non si potrebbe ottenere senza il soccorso d' un altro metodo.

 Esem-

Eſempio II.

Aſſumo l' equazione $-ydy + 2budy = udu$. Mi ſervo della ſoſtituzione $u = Ay - p$, ed $u^2 = A^2y^2 - 2Ayp + pp$, e differenziando $udu = A^2ydy - Apdy - Aydp + pdp$, e compite le ſurrogazioni,
$-ydy + 2Abydy - 2bpdy = A^2ydy - Apdy - Aydp + pdp$. Stabiliſco la ſeguente equazione $-1 + 2Ab = A^2$, dalla quale ſi ricava il valor di $A = b \pm \sqrt{bb-1}$. Cancellati i termini, che diſtruggonſi, reſta $2bpdy = Apdy + Aydp - pdp$, ovvero fatta ſvanire la b, $Apdp = A^2ydp - pdy$,

la quale ſe acconciamente s' integri, ci dà $\frac{A\,p^{1-AA}}{AA-1} = G + \frac{y}{p^{AA}}$

Eſempio III.

XIV. Ripiglio per mano la formola, di cui ho trattato neel'Eſempio terzo Metodo primo cioè

$$axdx + bydy + cydx + gxdy + fdx + hdy = 0$$

Faccio $x = Ay + p + B$, nella qual equazione ſuſſidiaria p è una nuova indeterminata, a cui non prefiggo una coſtante da determinarſi; perchè rieſce affatto inutile, come potrà conoſcere chi ſi prenderà la briga di fare l' operazione. Le due quantità poi A, B ſono due coſtanti; che ſi fiſſeranno in progreſſo, conſorme ſi giudicherà opportuno.

L' equazione aſſunta $x = Ay + p + B$ ci darà $dx = Ady + dp$, $x^2 = A^2y^2 + 2Ayp + p^2 + 2ABy + 2Bp + B^2$;
$xdx = A^2ydy + Apdy + Aydp + pdp + ABdy + Bdp$. Quindi ſurrogati i valori giuſta il ſolito ſarà

$$\begin{array}{llllll} aA^2ydy & + aApdy & + aAydp & + apdp & + aABdy & + aBdp = 0 \\ bydy & gpdy & cydp & & gBdy & fdp \\ eAydy & & & & fAdy & \\ gAydy & & & & bdy & \end{array}$$

Sopra queſta formola facciamo alquante importanti conſiderazioni.

Primieramente non ponno ſvanire i due ultimi termini, non oſtante, che ci ſieno due coſtanti A, B da determinarſi, almeno generalmente; imperocchè ſia nel ſeſto termine $aB + f = 0$; dunque $B = \frac{-f}{a}$: ma perchè debb'eſſere $aAB + gB + fA + b = 0$, ſurrogato il valore di B, avremo $-Af - \frac{fg}{a} + Af + b = 0$, o ſia $fg = ab$. Non iſvaniranno pertanto eſſi due ultimi termini, ſe non nel caſo particolare, in cui ſi verifichi l' egualità predetta $ab = fg$.

2°. Si

2°. Si noti, che i due termini secondo, e terzo non ponno mai sparire, se non in caso, che sia $c = g$: ma posto ciò, l'equazione principale era integrabile senza l'ajuto di alcuna preparazione.

3°. Basterebbe, che potessero svanire il primo, e secondo termine; mentre allora si potrebbero con facilità separare le variabili nella seguente maniera.

Surrogato in cambio delle quantità composte le semplici spezie k, m, n, sia $-\frac{apdp}{m} - \frac{kdp}{m} = dy + \frac{n}{m} ydp = y \times \overline{\frac{dy}{y} + \frac{n}{m} dp} =$ $y \times \overline{\frac{dy}{y} + \frac{dq}{q}}$, quando facciasi $\frac{n}{m} dp = \frac{dq}{q}$ nel qual caso q sarà dato per p. Pongo $\frac{dy}{y} + \frac{dq}{q} = \frac{du}{u}$, ed integrando $ly + lq = lu$, o sia $y = \frac{u}{q}$, e fatte le debite sostituzioni, $-\frac{q}{m} \cdot \overline{apdp + kdp} = du$.

Ma li predetti due termini primo, e secondo non ponno dileguarsi se non in una ipotesi particolare; imperocchè sia nel secondo $aA + g = 0$, sarà altresì nel primo $aA^2 + gA = 0$, e dovranno parimente i membri rimanenti, cioè $b + cA$ essere $= 0$; dunque $\frac{b}{c} = -A = \frac{g}{a}$, preso dal secondo termine il valore di $-A$; dunque $ab = cg$. Ora questo caso è quell' unico, in cui nell' esempio terzo del metodo primo non succede la separazione: particolarità, che mi sembra curiosa, e che meritava d' essere avvertita.

ANNOTAZIONE VI.

„ Con un' artifizio poco dissomigliante, siccome apparirà dall' an-
„ notazione seguente, penso che la Signora Contessa Agnesi abbia sis-
„ sata la sostituzione, che adopra nelle sue Istituzioni per separare le
„ variabili nel caso di $cg = ba$ nella formola $axdx + bydy + cydx + gxdy$
„ $+ fdx + hdy = 0$. Mette $ax + cy = z$, o $y = \frac{z - ax}{c}$, e fatte sparire
„ nella formola principale le quantità y, e dy, le si presenta la nuova
„ equazione $axdx + \frac{bzdz - abxdz - abzdx + aabxdx}{cc} + zdx - axdx$

„ +

„ $\frac{+gxdz - agxdx}{c} + fdx + \frac{bdz - abdx}{c} = 0$: cioè elidendo il primo
„ termine col ſettimo, e togliendo di mezzo le frazioni,
„ $bzdz - abxdz - abzdx + aabxdx + ccxdx - gcxdz - acgxdx + ccfdx$
„ $+ cbdz - acbdz = 0$, ed atteſo che ſi ha $cg = ab$, il ſecondo ter-
„ mine elide il ſeſto, e ſi diſtruggono altresì vicendevolmente il quar-
„ to, ed il ſettimo, laonde i rimanenti ſono $bzdz + cbdz =$
„ $\overline{ab - cc}.\, zdx + \overline{acb - ccf}.\, dx$, o ſia $\frac{bzdz + cbdz}{\overline{ab - cc}.\, z + acb - ccf} = dx$ coll' incognite ſeparate.

4°. Poſſiamo bensì togliere dall' equazione ſuſſidiaria il primo, ed il quinto termine, il primo cioè con l' equazione $aA^2 + \overline{c + g}.\, A = -b$, per mezzo della quale ſi ricaverà il valore di A dato per le coſtanti della equazione principale. Trovato il valore di A, ſcopriremo quello di B in virtù d' una delle due equazioni $B = \frac{-fA - h}{aA + g} = \frac{fA^2 + hA}{cA + b}$. Ciò fatto, la nuova equazione ci comparirà ſotto queſto aſpetto $- apdp - aBdp - fdp = \overline{aA + g}.\, pdy + \overline{aA + c}.\, ydp$, e preparata l' equazione a norma del noſtro metodo, $- \frac{adp - aBp^{-1}dp - fp^{-1}dp}{aA + g} = y.\, \overline{\frac{dy}{y} + \frac{Aa + c}{Aa + g}.\, \frac{dp}{p}}$.

Pongo $\frac{dy}{y} + \frac{Aa + c}{Aa + g}.\, \frac{dp}{p} = \frac{dz}{z}$, ed integrando $ly + lp^{\frac{Aa + c}{Aa + g}} = lz$, oppure $y = \frac{z}{p^{\frac{Aa + c}{Aa + g}}}$, e ſoſtituendo $- \overline{aB - f}.\, p^{\frac{c - c}{Aa + g}} dp - ap^{\frac{Aa + c}{Aa + g}} dp = dz$ equazione, in cui ſono ſeparate le incognite.

5°. Ma per ottenere la cercata ſeparazione baſterà far iſvanire il primo termine ſolamente dall' equazione ſuſſidiaria, ponendo $aAA + cA + gA + b = 0$; mentre poſta la coſtante aſſunta $B = 0$, che nel noſtro caſo è ſuperflua reſterà l' equazione $- apdp - fdp = \overline{Aa + g}.\, pdy + \overline{fA + b}.\, dy + \overline{aA + c}.\, ydp$, la quale preparata giuſta il noſtro metodo ſi

ri-

riduce $\frac{-apdp - fdp}{Aap + gp + fA + b} = y \cdot \frac{dy}{y} + \frac{\overline{aA + c} \cdot dp}{aAp + gp + fA + b}$, in cui si ponno facilmente separare le incognite.

ANNOTAZIONE VII.

„ I due ultimi artifizj, onde tenta l'Autore di liberar l'equazione „ dalla confusione delle indeterminate, richiedendo, che sia nullo il „ coefficiente del primo termine, non possono essere universali. Risolvasi „ l'equazione $aA^2 + b + cA + gA = 0$, e si otterrà il valore di A $=$

„ $\frac{-c-g \pm \sqrt{\overline{c+g}^2 - 4ab}}{2a}$. Se $4ab < \overline{c+g}^2$, il doppio valor di A è rea-

„ le, che ci somministra una doppia sostituzione al nostro disegno profit-

„ tevole. Ma se $4ab > \overline{c+g}^2$, ambedue i valori di A sono immaginarj; „ ed il presente metodo riesce inutile.

„ Pongasi mente a ciò, che avviene facendo $ab = cg$, ch' è il caso „ considerato nell'annotazione di sopra. Il valore di A viene espresso nella „ maniera seguente $A = \frac{-c-g \pm \sqrt{cc - 2cg + gg}}{2a}$; d'onde estratta la ra-

„ dice, raccogliamo i due valori di A, $A = \frac{-c}{a}$, $A = \frac{-g}{a}$. Mettiamoli

„ nella nostra formola di sostituzione $x = Ay + p$, e nascerà $x = \frac{-cy}{a} +$

„ p; $x = \frac{-gy}{a} + p$, ovvero $ax + cy = ap$, $ax + gy = ap$ la prima delle quali

„ è la stessa con quella della Contessa Agnesi, quando facciasi $ap = z$.

Esempio IV.

XV. Dall'equazione del primo grado farò passaggio alla generale del secondo grado per dar un saggio della maniera, con cui ne' casi più ardui si vuol far uso del presente metodo. Sia dunque la formola con tutti i suoi termini $ax^2dx + byxdx + cy^2dx + eydx + gxdx + bdx + fx^2dy + Kxydy + mydy + nxdy + pdy + qy^2dy = 0$.

Avanti d'inoltrarsi è d'uopo considerare che termini debbano svanire, perchè le incognite sieno separabili con i metodi già insegnati. Se non ci fossero nella equazione i seguenti termini $eydx + gxdx + bdx + mydy + nxdy + pdy$, nell'equazione potrebbono svilupparsi le incognite, mentre nei termini restanti le dimensioni degli esponenti sono per tutto eguali; onde ha luogo il Canone del Signor Manfredi. E su-

E' ſuperfluo l' avvertire, che mancando i ſei termini $byxdx + cy^2dx + eydx + fx^2dy + kxydy + nxdy$, l'equazione ſarebbe integrabile ſenz' altro artifizio. Saranno parimente ſeparabili le incognite anche nella ſeguente eſpreſſione $-ax^2dx - gxdx - hdx = kxydy + mydy + cy^2dx$,

quando la prepareremo nella ſeguente forma $\dfrac{-ax^2dx - gxdx - hdx}{kx+m} = yy.\dfrac{dy}{y} + \dfrac{dx}{kx+m}$..

Ma non occorre andar numerando tutti i caſi; mentre per aver la ſeparazione in forza delle regole ordinarie, baſta, che nella equazione ſi levino i quattro termini $cy^2dx + kxydy + mydy + qy^2dy$: mentre nei reſtanti, cioè $-ax^2dx - gxdx - hdx = fx^2dy + nxdy + pdy + byxdx + eydx$ fatta la ſeguente preparazione, ſi ſepareranno le incognite

$$\frac{-ax^2dx - gxdx - hdx}{fx^2 + nx + p} = y.\frac{dy}{y.} + \frac{bxdx + edx}{fx^2 + nx + p}$$

XVI. Premeſſo ciò, ſia $y = Ax + u + B$; $dy = Adx + du$, $y^2 = A^2x^2 + 2Axu + 2ABx + 2Bu + u^2 + B^2$; $ydy = A^2xdx + Axdu + Audx + ABdx + Bdu + udu$; $y^3 = A^3x^3 + 3A^2x^2u + 3Axu^2 + 3A^2Bx^2 + bABxu + 2AB^2x + 3B^2u + 3Bu^2 + u^3 + B^3$; e differenziando $y^2dy = A^3x^2dx + A^2x^2du + 2A^2uxdx + Au^2dx + 2Axudu + 2A^2Bxdx + 2ABxdu + 2ABudx + AB^2dx + B^2du + 2Budu + u^2du$.

Fatte le ſoſtituzioni nella formola principale, onde ſpariſca la quantità y con le ſue funzioni, avremo

1°.	2°.	3°.	4°.	5°.	6°.	7°
ax^2dx	$+ buxdx$	$+ cu^2dx$	$+ 2cBudx$	$+ bBxdx$	$+ cB^2dx$	$+ fx^2du$
bAx^2dx	$2cAuxdx$	qAu^2dx	$Eudx$	$2ABxdx$	$eBdx$	kAx^2du
cA^2x^2dx	$kAuxdx$		$mAudx$	$eAxdx$	hdx	qA^2x^2du
fAx^2dx	$2qA^2uxdx$		$2qABudx$	$gxdx$	$mABdx$	
kA^2x^2dx				$kABxdx$	$pAdx$	
qA^3x^2dx				mA^2xdx	qAB^2dx	
				$nAxdx$		
				$2qA^2Bxdx$		

8°	9°.	10°.	11°.	12°.
$+ kxudu$	$+ mudu$	$+ kBxdu$	$+ mBdu$	$+ qu^2du$
$2qAxudu$	$2qBudu$	$mAxdu$	pdu	
		$nxdu$	qB^2du	
		$2qABxdu$		

Ora

Ora io penso di far isvanire sei termini, ritenendo solamente gli altri sei, ne' quali gli esponenti delle incognite fanno sempre la stessa somma, per valermi della regola del Sig. Manfredi. Devono dunque i coefficienti di quelli, che spariscono, porsi eguali a nulla.

Primieramente considero il termine nono, e facciasi $m + 2qB = o$; dunque $-\frac{m}{2q} = B$, e così si è trovato il valore della costante assunta B, ch'entra nella equazione sussidiaria $y = Ax + u + B$. Per il valore dell' altra costante A se ne parlerà a suo nicchio.

2°. Prendo il termine decimo $kB + mA + n + 2qAB = o$, e posto in luogo di B il suo valore $-\frac{m}{2q}$, avremo $+\frac{km}{2q} + mA + n - mA = o$, o sia $n = \frac{km}{2q}$.

3°. Sieno li coefficienti del termine undecimo $mB + p + qB^2 = o$, e sostituito il valore di B, $-\frac{m^2}{2q} + p + \frac{m^2}{4q} = o$, cioè $4pq = m^2$, $2\sqrt{p}\sqrt{q} = m$

4°. Passo ai coefficienti del quarto termine $2cB + e + mA + 2qAB = o$, e fatta la solita sostituzione del valore di B sarà $-\frac{mc}{q} + e + mA - mA = o$, dunque $e = \frac{cm}{q}$

5°. M'inoltro ai coefficienti del quinto termine $bB + 2cAB + eA + g + kAB + mA^2 + nA + 2qA^2B = o$, ne' quali fatta la solita sostituzione del valore di B, $-\frac{bm}{2q} - \frac{cmA}{q} + eA + g - \frac{kmA}{2q} + mA^2 + nA - mA^2 = o$, e collocando in vece di e, ed n i loro valori $\frac{cm}{q}$, $\frac{km}{2q}$, avremo $g = \frac{bm}{2q}$.

6°. Rimangono i coefficienti del sesto termine, cioè $cB^2 + eB + h + mAB + pA + qAB^2 = o$, cioè sostituito il valore di $B = \frac{-m}{2q}$, $\frac{cm^2}{4q^2} - \frac{em}{2q} + h - \frac{m^2A}{2q} + pA + \frac{m^2A}{4q} = o$; ma per il numero 3°. $\frac{mm}{4q} = p$; dunque $\frac{cm^2}{4q^2} - \frac{em}{2q} + h - \frac{m^2A}{2q} + \frac{m^2A}{4q} + \frac{m^2A}{4q} = o$, cioè $\frac{cm^2}{4q^2} - \frac{em}{2q}$

$+ h = o$: ma per il n°. 4°. $e = \frac{cm}{q}$, dunque $4q^2h = cm^2$, ovvero

$\frac{2q\sqrt{h}}{\sqrt{c}} = m$.

Si scopre dunque, che la costante A, la quale in tutti i termini svanisce, si può prendere ad arbitrio eguale a qual si sia quantità, e meglio eguale a nulla; cosicchè l'equazione sussidiaria fosse $y = u + B$.

Gioverà in questo mentre ripetere tutte le nostre determinazioni, $B = \frac{-m}{q^2}$, $2qn = km$, $2\sqrt{pq} = m$, $eq = cm$, $2gq = bm$, $2q\sqrt{b} = m\sqrt{c}$.

Corollarj.

1°. La nostra equazione principale, perchè le indeterminate sieno separabili, debbe essere limitata in maniera, che si ritengano alcune costanti, e per le altre si sostituiscano i loro valori dati per le costanti conservate. E' però arbitrario lo scegliere le cinque costanti da conservarsi, e le cinque da determinarsi restandone sempre ferme due, a, f, le quali non entrano nelle sei determinazioni premesse.

2°. Si eleggano pertanto da determinare cinque costanti b, c, e, n, p, e si scopriranno le seguenti egualità $b = \frac{2gq}{dm}$, $c = \frac{4h^2}{mm}$, $e = \frac{4hq}{m}$, $n = \frac{km}{2q}$, $p = \frac{m^2}{4q}$, e con questi valori regolata l'equazione principale, si svilupperanno le incognite.

3°. Chi volesse poi conservare le cinque costanti b, c, e, n, p, limitando le altre cinque g, h, k, m, q, troverebbe $g = \frac{be}{2c}$, $h = \frac{cp}{q}$, $k = \frac{2cn}{e}$, $m = 4\frac{cp}{e}$, $q = \frac{4c^2p}{e^2}$, e la costante sussidiaria $B = \frac{-e}{2c}$.

4°. La cosa anderebbe troppo in lungo, se io volessi determinare i varj valori della costante assunta B, ritenendo cinque costanti della formola principale, e limitando le altre giusta tutte le loro possibili combinazioni. Rifletterò solamente, che molti dei coefficienti della equazione principale ponno farsi $= o$. Prendo in esempio la formola $ax^2dx + cy^2dx + eydx + hdx + fx^2dy = o$, in cui basta limitare uno degli tre coefficienti c, e, h; imperocchè ponendo $y = u + B$ sarà

$$\begin{aligned} ax^2dx + cu^2dx &+ 2cBudx + cB^2dx + fx^2du = o; \\ &+ eudx + eBdx \\ &\qquad\quad + hdx \end{aligned}$$

Se svanirà il ter-

2° termine col fare $B = \frac{-e}{2c}$ si farà svanire anche il quarto con l'equazione $e^2 = 4cb$, in forza della quale posso fissare il valore di una delle tre costanti c, e, b, conforme mi piace, e la formola proposta sarà ridotta al Canone del Sig. Manfredi.

SCOLIO I.

XVII. Per dar un altro esempio, nella seguente equazione di sei termini sono separabili le indeterminate $ax^2dx + gxdx + bdx = -kxydy - mydy - y^2dx$. Veggiamo come possano farsi svanire que' termini, che turbano l'operazione, cioè il 2°. 4°. 7°. 10°. 11°. 12°.

Quanto all' ultimo altro caso non c'è se non porre $q = 0$, e cancellarlo dall' equazione principale. Per l'undecimo essendo $qB^2 = 0$, ci servirà egli per trovare il valore dell' altra costante assunta $B = \frac{-p}{m}$, ed il decimo per limitare il valore dell' altra costante assunta A: stante che essendo $kB + mA + n = 0$, $eB = \frac{-p}{m}$, sarà $\frac{kp - mn}{mm} = A$. Resta dunque, acciò svaniscano gli altri tre termini 2°. 4°. 7°., che si determinino ad arbitrio tre costanti della equazione principale.

Si poteva anche principiare dal secondo termine facendo $A = \frac{-b}{2c + k}$, e passar poscia a limitare il valore di B col mezzo del quarto termine, o del decimo: nel primo caso sarebbe $B = \frac{mb - 2ce - ke}{4cc + 2ck}$, e nel secondo $B = \frac{mb - 2cn - kn}{2ck + kk}$ ma tutte queste particolarità si lasciano all' industria dell' Analista.

SCOLIO II.

XVIII. Svaniscano li due ultimi termini bdx, pdy col fare, $b, p = 0$; e stiano fermi li quattro termini 2°., 5°., 8°., 9°., disparendo tutti gli altri, egli è manifesto, che le indeterminate nell'equazione $byxdx + gxdx + Kxydy + mydy = 0$, saranno separabili, anzi con una doppia divisione separate. In questo caso può farsi la costante $B = 0$.

Perche sparisca il termine 12°. qu^2du debbo porre $q = 0$, e parimente sparirà il terzo facendo $c = 0$. Consideriamo il termine decimo, e perchè si vuole $n + mA = 0$, sarà $\frac{n}{m} = -$ A Similmente nel termine settimo a-

vremo $\frac{f}{k} = - A = \frac{n}{m}$. Paſſo al termine quarto, in cui ſi pretende $e +$ $mA = 0$, dunque $\frac{e}{m} = - A = \frac{n}{m}$, onde $n = e$. Reſta il ſolo termine primo in cui tolte di mezzo ne' coefficienti le quantità $c, q = 0$, haſſi $a + bA + fA + kA^2 = 0$, e meſſo in cambio di A il valore $\frac{-n}{m}$, ed in vece di f, o k il valore dato per l'equazione $mf = kn$, ſarà $a - \frac{bn}{m} - \frac{kn^2}{mm} + \frac{kn^2}{mm} = 0$, coſicchè ſarà $a = \frac{bn}{m}$.

Nell'equazione pertanto $ax^2dx + byxdx + eydx + gxdx + fx^2dy + kxydy + mydy + nxdy = 0$, ſe faremo $e = n$, $f - \frac{kn}{m}$, $a = \frac{bn}{m}$, le indeterminate ſaranno ſeparabili.

Corollario.

Se faremo $k = 0$, ed in conſeguenza $f = 0$, e faremo di più $g = 0$. ci ſi preſenterà la formola di cinque termini $ax^2dx + byxdx + eydx + mydy + nxdy = 0$. In queſto caſo ſe faremo $y = Ax + n$, avremo

$$\begin{array}{llllll} ax^2dx & + buxdx & + eAxdx & + eudx & + mAxdu & + mudu = 0. \\ bAx^2dx & & mA^2xdx & mAudx & nxdu & \\ & & nAxdx & & & \end{array}$$

Se dunque $n = e$, e ſi verificherà la ſeguente analogia $a : b :: n : m$, le incognite ſaranno ſeparabili.

S C O L I O III.

XIX. Di ſopra abbiamo avvertito baſtare, che ſvaniſcano quattro termini, per fare che ſieno ſeparabili le indeterminate. I quattro termini già fiſſati furono $cy^2dx + kxydy + mydy + qy^2dy$, in cambio de' quali ſarebbe lo ſteſſo, che ſpariſſero i quattro analoghi $fx^2dy + byxdx + gxdx + ax^2dx$. Facciamo pertanto ſparire nell'equazione ſuſſidiaria prima i primi quattro, e poi gli altri ſecondi quattro, e vegghiamo coſa ſucceda.

Quanto a primi quattro l'operazione rieſce affatto inutile; imperocchè eſſendo nel duodecimo termine per neceſſità $q = 0$, ſa parimente $m = 0$ nel nono, $k = 0$ nell'ottavo, $c = 0$ nel terzo; ma poſte queſte determinazioni, ſenz'altro artifizio erano ſeparabili le incognite, come di ſopra abbiamo inſegnato.

Per

Per iscansare questo inconveniente facciamo sparire nella equazione sussidiaria i quattro secondi termini, cioè il primo, il secondo, il quinto, ed il settimo. Quanto al settimo avendo per l'ipotesi $f + kA + qA^2 = o$,

ovvero $A^2 + \frac{kA}{q} = - \frac{f}{q}$, avremo $A^2 + \frac{kA}{q} + \frac{k^2}{4q^2} = \frac{k^2}{4q^2}$

$- \frac{f}{q}$, ed estratta la radice prima, e fatta una semplice trasposizione

$A = - \frac{k}{2q} + \sqrt{\frac{kk}{4qq} - \frac{f}{q}}$. Similmente nel termine primo levati i tre ultimi coefficienti $fA + k \cdot A^2 + qA^3$, i quali sono eguali a nulla, stante la supposizione del termine settimo, resteranno gli altri $a + bA$

$+ cA^2 = o$, e conseguentemente $A = - \frac{b}{2c} + \sqrt{\frac{bb}{4cc} - \frac{a}{c}}$.

Il terzo valore di A l'avremo del termine secondo, i di cui coefficienti

sono $b + \overline{2c + k} \cdot A + 2qA^2 = o$, cioè $A = \frac{-2c - k}{4q} +$

$+ \sqrt{\frac{\overline{2c + k}^2}{16qq} - \frac{b}{2q}}$, e paragonati insieme questi tre valori diversi della quantità A, ci serviranno a fissare, e determinare due costanti ad arbitrio dell'equazione principale.

Parerebbe, che il quinto termine, in cui si trova la costante B, dovesse darci il suo valore: ma questa seconda costante assunta nel nostro caso viene a svanire; imperocchè essendo per quello s'è detto considerando il secondo termine $b + 2cA + kA + 2qA^2 = o$, sarà altresi $bB + 2cAB + kAB + 2qA^2B = o$, resteranno pertanto nel quinto termine i coefficienti $\overline{g + e + n} \cdot A + mA^2 = o$, che ci daranno un' altro valore di A; onde bisognerà limitare un' altra costante. Nell'equazione dunque nostra principale di dodici termini si separeranno le incognite col fissare solamente tre costanti delle dieci $a, b, c, e, g, f, k, m, n, q$, che si trovano nell' equazione principale, che si sceglieranno ad arbitrio.

ANNOTAZIONE VIII.

„ Il metodo che quì si adopra, spesse fiate riuscirà inutile a cagione delle quantità immaginarie. „

ANNOTAZIONE IX.

„ Col presente metodo agevolmente si scopre l' integrazione della „ formola $aydx + bx^n dx + cx^{n-1} dx + ex^{n-2} dx \ldots\ldots mdx - dy = 0$, „ esposta nel primo Tomo degli Atti di Pietroburgo dal dottissimo Signo- „ re Cristiano Goldbach, in cui n si suppone un numero intiero. Conciosfiachè si faccia $y = Bx^n + Cx^{n-1} + Ex^{n-2} \ldots\ldots Lx + M + p$: „ onde fatte le sostituzioni sarà

$$\begin{array}{llllll} aBx^n dx + aCx^{n-1} dx + aEx^{n-2} dx & \ldots\ldots & aMdx + apdx & & \\ bx^n dx + cx^{n-1} dx + ex^{n-2} dx & \ldots\ldots & mdx & & = 0. \\ - nBx^{n-1} dx - \overline{n-1}.Cx^{n-2} dx & \ldots\ldots & Ldx - dp & & \end{array}$$

„ si determinino i coefficienti per modo, che tutti i termini svaniscano; „ e si ritroverà

$$„\ B = -\frac{b}{a},\ C = \frac{nB-c}{a},\ E = \frac{\overline{n-1}.\ C-e}{a} \ldots\ldots M = \frac{L-m}{a}.$$

„ Ognuno vede, che fatte queste determinazioni, l'equazione riesce „ identica posto $p = 0$: dunque è manifesto, che all'equazione differenziale „ del Signore Goldbach soddisfa l' integrale

$$„\ y = -\frac{b}{a} x^n + \frac{nB-c}{a} x^{n-1} + \frac{\overline{n-1}.\ C-e}{a} . x^{n-2} \ldots\ldots + \frac{L-m}{a},$$

„ ove le B, C dinotano i coefficienti dei termini antecedenti. „

„ Ma così fatta integrale non esaurisce l'equazione differenziale, per- „ chè non ponendo $p = 0$, rimane $apdx - dp = 0$, la quale dipende dal- „ la quadratura iperbolica. „

ANNOTAZIONE X.

„ Nel Tomo ottavo de' supplementi degli Atti di Lipsia stampato „ l'anno 1722 fu proposto dall' Autore il seguente Problema. Determi- „ nare nella formola $ax^m dx + cy^2 x^n dx = dy$ gl' infiniti valori dell' espo-

„ nen-

„ nente m, posti i quali, le indeterminate riescono separabili. Sebbene
„ sappiam di certo, che di questo problema possedeva due soluzioni; pure
„ tra le sue carte non ne abbiamo trovato altro, che una, la quale non è
„ molto dissomigliante da quella, ch'è stata scoperta, e prodotta al pub-
„ blico dal Chiarissimo Signore Abate Suzzi, ed inserita dalla Contessa
„ Agnesi nelle sue istituzioni analitiche. Per illustrare una materia, su cui
„ anno versato i più profondi Geometri dell'Europa, al metodo dell'Au-
„ tore aggiugnerem quelli, che da altri sono stati posteriormente sco-
„ perti. „

„ Pongo $y = Ax^p + x^r t$. Le quantità A, p, r sono costanti inde-
„ terminate da fissarsi a piacere, e la t è una nuova variabile. Quindi
„ fatte le dovute sostituzioni nella proposta equazione, avremo

$ax^m dx + cA^2 x^{2p+n} dx + 2cAx^{p+r+n} t dx + ct^2 x^{2r+n} dx = pAx^{p-1} dx$

$+ rtx^{r-1} dx + x^r dt$. Suppongo ora $cA^2 = pA$; $2p + n = p - 1$;
$2cA = r$ per via di questa supposizione io determinerò in modo i valori
„ delle costanti assunte, che spariranno il secondo, terzo, quinto, e sesto
„ termine, onde arriveremo all'equazione (D) $ax^{m+2n+2} dx + ct^2 x^{-n-2} dx$
„ $= dt$. Il valore adunque di $A = -\frac{n-1}{c}$, quello della $p = -n-1$;
„ ed $r = -2n-2$, e la sostituzione da farsi sarà $y = -\frac{n-1}{c} x^{-n-1}$
„ $+ x^{-2n-2} t$. „

„ Ripiglio di bel nuovo la nostra equazione principale
„ $ax^m dx + cy^2 x^n dx = dy$, e fatta $y = \frac{1}{z}$, avremo $az^2 x^m dx + cx^n dx$
„ $= -dz$. Fo, come nel caso antecedente $z = Bx^q + x^b u$, e deter-
„ minati collo stesso metodo i valori delle costanti arbitrarie assunte, affi-
„ ne si elidano i necessarj termini, cioè facendo $B = \frac{m+1}{a}$, $q =$
„ $-m-1$; $b = 2m-2$, arriverassi all'equazione (G) $cx^{2m+n+2} dx$
„ $+ au^2 x^{-m-2} dx = -du$. Ora io la discorro così. Nella proposta for-
„ mola sono separabili le indeterminate quando $m = n$: dunque anche
„ nelle formole D, G saranno separabili le indeterminate, quando sia
„ $m + 2n + 2 = -n - 2$, e di più $2m + n + 2 = -m - 2$;
„ d'onde si ricavano due valori di m, cioe $m = -3n - 4$; $m =$
„ $-\frac{n-4}{3}$, posti i quali, succede la bramata separazione nelle due for-

„ mo-

„ mole D, G, e per conseguenza nella principale, siccome quella, da
„ cui esse per via delle notate sostituzioni derivano. Scrivansi questi valo-
„ ri nei siti N, Q.

N	Q
$m = n$	$m = n$
$m = -3n-4$	$m = -\frac{n-4}{3}$
$m = -\frac{5n-8}{3}$	$m = -\frac{3n-8}{5}$
$m = -\frac{7n-12}{5}$	$m = -\frac{5n-12}{7}$
$m = -\frac{9n-16}{7}$	$m = -\frac{7n-16}{9}$

„ Piglio ora per mano la formola D, e ripeto lo stesso discorso. Poi-
„ chè nella proposta formola si separano le variabili, quando sia $m =$
„ $-\frac{n-4}{3}$; anche nella formola D si separeranno quando sia $m + 2n + 2 =$
„ $\frac{n+2-4}{3}$, d' onde si cava $m = -\frac{5n-8}{3}$. Eccolo scritto nel sito N.
„ Lo stesso dicasi della formola G, in cui saranno separabili le indeter-
„ minate, quando sia $2m + n + 2 = \frac{m-2-4}{3}$; onde nasce $m = -$
„ $\frac{3n-8}{5}$, il quale trovasi scritto nel sito Q. Ed ecco trovato un' altro va-
„ lore di m, posto il quale, le indeterminate si separano nella formola
„ G, e conseguentemente nella primaria. Ripeto lo stesso discorso, e di-
„ co: nella principale esse si separano, quando $m = -\frac{3n-8}{5}$; dunque
„ anco nella D, quando sia $m+2n+2 = \frac{3n+6-8}{5}$, da cui si ha $m =$
„ $-\frac{7n-12}{5}$. Lo stesso si dica della G, in cui troveremo $m = -\frac{5n-12}{7}$
„ Scritti questi ne' loro rispettivi luoghi, e fatta osservazione, ci si ren-
„ derà noto l'andamento, con cui procedono i valori di m sì dalla par-
„ te

„ te della Q, come da quella di N. I quali valori possono generalmen-
„ te esprimersi nella seguente maniera, cioè $m = \frac{\overline{2g \pm 1} \cdot -n - 4g}{2g \pm 1}$ preso
„ per g un qualunque numero intiero positivo, il quale cominci dal zero,
„ e seguiti per la serie dei numeri naturali. Adoperati i segni superiori,
„ avremo i valori di m scritti nel sito N; presi gl' inferiori avrannosi
„ quelli, che si leggono in Q.

„ Se pongasi g infinito, egli è manifesto, che col presente metodo
„ non si perverrà alla separazione se non dopo infinite sostituzioni. Veg-
„ giamo quale sarebbe in questo caso il valore di m. Si avrà $m =$
„ $-\frac{2ng-4g}{2g} = -n-2$. Ma in tale incontro si ottiene la separazione con
„ altro metodo, riducendo la formola al canone Manfrediano. Concios-
„ siachè ella vien ad essere $ax^{-n-2}dx + cy^2 x^n dx = dy$, nella quale se
„ pongasi $y = z^{-n-1}$, si otterrà un'equazione, ove la somma de' coeffi-
„ cienti delle variabili in tutti i termini è eguale.„

„ Elegantissima sembrami la soluzione del Signore Daniello Bernoul-
„ li, ch' io non farò altro, che trascrivere traducendola dall' idioma Lati-
„ no nell' Italiano.

„ Il Problema del Conte Jacopo Riccati proposto con poca altera-
„ zione può ridursi a questa più semplice formola (A) $ax^n dx + u^2 dx = b\,du$, nella quale si anno a determinare i valori dell' esponente n, ac-
„ ciocchè succeda la separazione dell' indeterminate, e l' equazione possa
„ costruirsi colle sole quadrature. Premetto alla soluzione i due seguenti
„ Lemmi.

LEMMA I.

„ Se la formola A ammette la separazione dell' indeterminate nel ca-
„ so $n = m$, l' ammetterà altresì nel caso $n = -\frac{m}{m+1}$.

„ Dimos. Posta $u = y^{-1}$, e $du = -y^{-2}dy$, la formola A si trasfor-
„ ma in quest' altra $ax^n dx + y^{-2} dx = -by^{-2} dy$ la quale moltipli-
„ cata per y^2, e trasposti i due primi termini, si ha $dx + ax^n y^2 dx$
„ $= -b\,dy$. In questa si ponga $x = s^{\frac{1}{n+1}}$, e $dx = \frac{1}{n+1} s^{\frac{-n}{n+1}} ds$, e

Ttt si avrà

„ e si avrà $\frac{1}{n+1} s^{\frac{-n}{n+1}} ds + \frac{a}{n+1} y^2 ds = - bdy$, la qual formola es-
„ sendo simile alla proposta A, e traendo da essa l'origine, egli è ma-
„ nifesto, che se il caso $n = m$ rende la formola A separabile, lo stesso si
„ otterrà ancora nell'altro caso $- \frac{n}{n+1} = m$, o sia $n = - \frac{-m}{m+1}$.
„ Come D D.

L E M M A II.

„ Se la formola A riceve la separazione delle indeterminate nel ca-
„ so $n = m$, la riceverà nel caso $n = - m - 4$. „

„ Dimos. Posta $u = - bx^{-1} + x^{-2}y$; e $du = bx^{-2}dx - 2x^{-3}ydx$
„ $+ x^{-2}dy$, la formola A trasformasi nella seguente $ax^n dx + b^2 x^{-2} dx -$
„ $2bx^{-3}ydx + x^{-4}y^2 dx = b^2 x^{-2}dx - 2bx^{-3}ydx + bx^{-2}dy$, ovvero
„ $ax^n dx + x^{-4}y^2 dx = bx^{-2}dy$, i cui termini se moltiplichinsi tutti per xx,
„ si avrà $ax^{n+2}dx + x^{-2}y^2 dx = bdy$. In questa ultima formola si ponga
„ $x = s^{-1}$, e $dx = -s^{-2} ds$, e si avrà $- as^{-n-4}ds - y^2 ds = bdy$, la qual
„ formola essendo parimenti simile alla formola A, ed una potendo cangiarsi
„ nell'altra, egli è manifesto, che se la formola A ammette la separazione
„ dell'indeterminate nel caso $n = m$, l'ammetterà altresì nel caso $-n-4 = m$,
„ o sia $n = - m - 4$. Come D. D. „

„ Premessi questi due Lemmi, agevolmente si ottiene la soluzione del
„ problema. A questo fine considero, che stando nella formola A, $n = 0$:
„ succede la separazione delle indeterminate dividendo la formola per $a + u^2$.
„ Il primo caso adunque della separazione è $n = 0$, che pel Lemma secondo dà
„ un'altro caso, $n = -4$, da cui pel Lemma primo un nuovo caso si ot-
„ tiene, $n = -\frac{4}{3}$, il quale pel Lemma secondo si converte nell'altro $n =$
„ $- \frac{8}{3}$, e così alternando l'applicazione di due Lemmi all'infinito, si scuo-
„ prono sempre nuovi valori dell'esponente n, che tutti si contengono
„ nella formola universale $n = - \frac{4g}{2g \pm 1}$, dove g può significare qualun-
„ que numero intero o affirmativo, o negativo. Come D R. „

„ Alla soluzione del Signore Daniello Bernoulli facciamo succeder
„ quella del Signore Niccolò suo Fratello, la quale le sta a paro per l'ele-
„ ganza. „

„ Nell'equazione (A) $ax^m dx + by^2 dx = dy$, si ponga $m = 0$; e sarà $adx +$
„ $by^2 dx = dy$, ovvero $dx = \frac{dy}{a + by^2}$, la cui costituzione si ha dalla qua-

„ dra-

„ dratura del circolo, se amendue le quantità a, b fieno ò affirmative, o „ negative, o dalla quadratura dell' iperbola, se una sia positiva, l'altra ne„ gativa. Ora mostrerò, come dal caso $m = 0$, altri infiniti dedur si „ possano. Nell' equazione A si ponga $x = \overline{m+3}^{\frac{1}{m+2}} \cdot p^{\frac{1}{m+3}}$, e $y =$ „ $-\frac{s}{b} \cdot \overline{m+3}^{\frac{-1}{m+2}} \cdot p^{\frac{-1}{m+3}} - \frac{a}{b} \cdot \overline{m+3}^{\frac{m}{m+2}} \cdot p^{\frac{2}{m+3}} q^{-1}$, e così otterrassi „ una nuova equazione affatto simile alla prima, cioè (B) $ap^{\frac{-m-4}{m+3}} dp$ „ $+ bq^2 dp = dq$. „

„ Da questa similitudine dell'equazioni A, B si conchiude, che ogni „ qualvolta m è caso di separabilità, sarà parimenti tale $-\frac{m-4}{m+3}$, e quin„ di ne nascono infiniti: imperciocchè se $m = 0$, diviene $-\frac{m-4}{m+3} =$ „ $-\frac{4}{3}$; se $m = -\frac{4}{3}$, si fa $-\frac{m-4}{m+3} = -\frac{8}{5}$, e così di mano in mano. Tutti „ questi casi $m = 0$, $m = -\frac{4}{3}$, $m = -\frac{8}{5}$ ec. sono contenuti nella formola „ generale $m = -\frac{4g}{2g+1}$, intendendo per g un numero intero. „

„ Ad ognuno è palese, che siccome dall' equazione A proviene la „ B, così reciprocamente questa da quella si può dedurre. Laonde se „ $-\frac{m-4}{m+3}$ sia caso di separabilità, lo sarà altresì m. Nasce di quà un nuo„ vo caso di separabilità, e col mezzo di questo altri infiniti. Si faccia $-\frac{m-4}{m+3}$ „ $= 0$, e sarà $m = -4$, indi si ponga $-\frac{m-4}{m+3} = -4$, e ne risulterà „ $m = -\frac{8}{3}$, e così continuando si ricavano altri infiniti casi di separabili„ tà, che sono abbracciati dalla formola generale $m = -\frac{4g}{2g-1}$, la qual „ combinata colla precedente dà $m = -\frac{4g}{2g \mp 1}$.

 „ Chiun-

„ Chiunque peserà con giusta bilancia i tre metodi ora distesamen-
„ te spiegati, di leggeri conoscerà, che sebben tutti sono della sua ele-
„ ganza forniti, pure il primo vuol essere agli altri due preferito: per-
„ ciocchè questi utili sono per dimostrare una verità già saputa; là
„ dove il primo è atto a discoprire di nuovo una verità, di cui nè
„ pur sospettavasi. „

ANNOTAZIONE XI.

„ Coll' occasione del problema sciolto, proposto negli atti di Lipsia
„ dal nostro Autore venne fatto al Signore Nicolò Bernoulli di ritro-
„ vare, che a tutte le formole, che ammettono la separazione delle in-
„ determinate, corrisponde una curva, ed equazione algebraica, da cui
„ però non restano intieramente esaurite. E cotal problema fu dal Signo-
„ re Daniel suo Fratello proposto, e poco dopo sciolto con eleganza dal
„ chiarissimo Signore Abate Giuseppe Suzzi. Mettiam sotto degli occhi
„ in primo luogo il metodo del Signore Daniello esposto nel primo To-
„ mo dell' Accademia di Pietroburgo, indi dell' altro farem parola.

„ Sia la formola (A) $ads + bt^2 ds = dt$, dunque $-ds = \frac{dt}{-a-bt^2}$

„ dunque integrando $C-s = \frac{l\sqrt{-a}+s\sqrt{b} - l\sqrt{-a}-s\sqrt{b}}{2\sqrt{-ab}}$, e chiamando

„ g quel numero, che ha per logaritmo l'unità, nascerà (B) $g^{\overline{C-s}.2\sqrt{-ab}}$

„ $= \frac{\sqrt{-a}+s\sqrt{b}}{\sqrt{-a}-s\sqrt{b}}$. Pertanto la presente equazione B deve esser identica

„ coll' A. „

„ Si ponga nell'una, e nell'altra $s = -x^{-1}$, e $t = \frac{1}{bx} + x^2 y$, e

„ identiche saranno le due equazioni, che risultano, cioè la prima diffe-
„ renziale $-ax^{-2} dx + by^2 dx = dy$, e l' altra esponenziale (D)

„ $g^{\overline{Cx+1}.2x\sqrt{-ba}} = \frac{x + bx^2 y + \sqrt{-ab}}{-x - bx^2 y + \sqrt{-ab}}$.

„ Suppongasi, che la C quantità aggiunta nell' integrazione sia in-
„ finita, infinito sarà altresì il primo membro dell' equazione: dunque fa
di

„ di meſtieri, che ancor l'altro ſia tale, e che per conſeguenza il denominatore

„ $-x-bx^2y+\sqrt{-ab}=0$; dunque $y=\frac{x+\sqrt{-ab}}{bx^2}=-\frac{1}{bx}+\frac{1}{xx}\cdot\frac{\sqrt{-a}}{\sqrt{b}}$, la

„ qual equazion algebraica contienſi nell' equazione differenziale $-ax^{-4}dx$
„ $+by^2dx=dy$. Che ſe facciaſi C infinitamente grande, ma negativa, ſarà

„ $g^{\overline{Cx+1}\,.\,2\sqrt{-ab}}$ una quantità infiniteſima: dunque il numeratore
„ dell' omogeneo di comparazione $x+bx^2y+\sqrt{-ab}=0$, o ſia $y=$
„ $-\frac{x-\sqrt{-ab}}{bx^2}=-\frac{1}{bx}-\frac{1}{x^2}\cdot\frac{\sqrt{-a}}{\sqrt{b}}$, la quale pure dall'accennata e-
„ quazione viene abbracciata.

„ Acciocchè nelle ritrovate equazioni ſvaniſcano gl' immaginarj, è ne-
„ ceſſario, che le due a, b non ſieno nè amendue poſitive, nè amendue
„ negative: nel qual caſo corriſponderebbe all' equazione una curva imma-
„ ginaria; cioè non eſiſtente in natura. Poichè tutte le formole ax^mdx+by^2dx
„ $=dy$ ſi poſſono ridurre, come coſta dall' annotazione antecedente alla
„ forma $ax^{-4}dx+by^2dx=dy$, quando ammetton ſeparazione; è mani-
„ feſto che ad eſſe ſoddisfanno due equazioni algebraiche, ſervata la con-
„ dizione teſtè notata.

„ Sebbene il metodo Bernoulliano ſia pien d' ingegno; pure a dimo-
„ ſtrare tal verità, penſo, che biſogno non vi foſſe di tanta induſtria. Im-
„ perciocchè tutte le formole, ove le indeterminate l'una dall'altra ſi ſe-
„ parano, con opportune ſoſtituzioni ſi riducono alla forma ſeguente $ds=$
„ $\frac{dt}{a+bt^2}$. Si ponga il diviſore $a+bt^2=0$: dunque $t=\pm\sqrt{\frac{a}{b}}$. I due
„ valori di t ſi pongano nelle formole di ſoſtituzione ſempre ritroceden-
„ do, finchè ſi arrivi alle incognite x, y della primaria equazione, e ſi a-
„ vranno le equazioni algebraiche, che a queſta corriſpondono quantun-
„ que non l' eſauriſcano.

„ Più induſtria richiederebbeſi, quando ſi voleſſero aſſegnar le for-
„ mole a tutti i caſi, la qual coſa è ſtata con eleganza eſeguita dal Signor
„ Abbate Suzzi nella ſua ſoluzione. Già ſi è veduto che nella formola ge-
„ nerale $ax^mdx+cy^2x^ndx=dy$ ſi otterrà la ſeparazione delle indetermi-
„ nate, quando $m=\frac{\overline{2g\pm1}\,.\,-n-4g}{2g\mp1}$, intendendo per g un qualunque nume-

„ ro intero affirmativo. Attenendomi adunque per ora ai segni superiori ri-
„ piglio la formola principale, ed in luogo di m ci sostituisco il suo valore ora
„ determinato. Avremo pertanto $ax^{\frac{\overline{2g+1}.\overline{-n-4g}}{2g-1}} dx + cy^2 x^n dx = dy$,
„ in cui sono generalmente separabili le indeterminate, posto g un qua-
„ lunque numero positivo, ed intiero, come abbiamo testè avvertito. La
„ sostituzione da farsi è la seguente $y = -\frac{\overline{n-1}}{c} . x^{-n-1} \mp tx^{-2n-2}$ a-
„ doperata la quale, si giugne alla equazione $ax^{\frac{2gn-3n-2}{2g-1}} dx + ct^2 x^{-n-2} dx$
„ $= dt$; in cui posto $g = 1$, essendo in ambi i termini eguale l'es-
„ ponente della x, rimangono separate le variabili con una semplice di-
„ visione. Al valore adunque di $g = 1$. compete la sostituzione ora ve-
„ duta. Rispetto agli altri valori di g, per avere le sostituzioni da farsi
„ opero nel seguente modo. Nell' equazione ritrovata $ax^{\frac{2gn-3n-2}{2g-1}} dx$
„ $+ ct^2 x^{-n-2} dx = dt$ pongo $t = \frac{1}{s}$, ed avremo $cx^{-n-2} dx +$
„ $as^2 x^{\frac{2gn-3n-2}{2g-1}} dx = -ds$. Quivi usando del solito metodo, e ponendo $s =$
„ $Ax^b + x^r V$, e determinati i valori delle costanti arbitrarie, acciocchè
„ svaniscano i consueti termini, troveremo che la sostituzione da farsi è la
„ seguente $s = -\frac{\overline{2gn-2g+3n+3}}{a.\overline{2g-1}} . x^{\frac{-2gn-2g+3n+3}{2g-1}} +$
„ $V.x^{\frac{-4gn-4g+6n+6}{2g-1}}$ per mezzo della quale si arriverà a quest'altra
„ equazione $cx^{\frac{2gn-5n-4}{2g-1}} dx + aV^2 x^{\frac{-2gn-4g+3n+4}{2g-1}} dx = -dV$.
„ In questa sono separabili le indeterminate posta $g = 2$; come facilmen-
„ te si scorge osservando l'egualità degli esponenti della x in tutti e due
„ i termini. Per giungere dalla primaria a queste varie sostituzioni sonosi
„ adoperate, le quali tutte ad una sola riducendole avremo

$y =$

$$y = \frac{\overline{-n-1} \cdot x^{-n-1} + x^{2n-2}}{c \quad \frac{-2gn-2g+3n+3}{a \cdot \overline{2g-1}} \cdot x^{\frac{-2gn-2g+3n+3}{2g-1}} + V \cdot x^{\frac{-4gn-4g+6n+6}{2g-1}}}$$

„ Con questa unica sostituzione si passerà dall' equazione primaria ad un'
„ altra, in cui si sono separate le variabili posta $g = 2$, siccome abbia-
„ mo veduto. Se la $g = 3$, vado innanzi con l'operazione, e riassumo

„ la ultima formola ritrovata $cx^{\frac{2gn-5n-4}{2g-1}} dx + aV^2 . x^{\frac{-2gn-4g+3n+4}{2g-1}} dx$

„ $= -dV$, e pongo al solito $V = \frac{1}{U}$, ed avremo, fatte le sostituzioni

„ $ax^{\frac{-2gn-4g+3n+4}{2g-1}} dx + cU^2 . x^{\frac{2gn-5n-4}{2g-1}} dx = dU$. Adoperato il

„ consueto metodo vedrassi, che la sostituzione da farsi per questa volta sarà

„ $U = \frac{-2gn-2g+5n+5}{c . \overline{2g-1}} . x^{\frac{-2gn-2g+5n+5}{2g-1}} + r . x^{\frac{-4gn-4g+10n+10}{2g-1}}$

„ La equazione che indi nasce sarà la seguente

„ $ax^{\frac{2gn-7n-6}{2g-1}} dx + cv^2 . x^{\frac{-2gn-4g+5n+6}{2g-1}} dx = dv$. In questa posto g

„ $= 3$, le indeterminate si separano, come ognun vede. Per giungere
„ dalla principale a questa volendo servirsi di una sola sostituzione sa-

„ rà

„ rà essa $y = \frac{\overline{-n-1}}{c} \cdot x^{-n-1} + \cfrac{x^{2n-2}}{\cfrac{\overline{-2gn-2g+3n+3}}{a \cdot \overline{2g-1}} \cdot x^{\frac{-2gn-2g+3n+3}{2g-1}} + \cfrac{x^{\overline{-4gn-4g+6n+6}}}{\cfrac{\overline{-2gn-2g+5n+5}}{c \cdot \overline{2g-1}} \cdot x^{\frac{-2gn-2g+5n+5}{2g-1}} + V \cdot x^{-4gn-4g+10n+10}}}$.

„ Ora io veggo distintamente, come procede la Serie. Basta aver l' occhio
„ al coefficiente della x, che abbiamo trovato $= \frac{-2gn-2g+3n+3}{2g-1}$ nel caso,
„ che $g = 2$, e posto $g = 3$, lo abbiamo veduto essere $= \frac{-2gn-2g+5n+5}{2g-1}$.
„ Adunque se faremo $g = 4$, il suddetto coefficiente sarà $= \frac{-2gn-2g+7n+7}{2g-1}$

„ Da questo coefficiente prendon norma gli esponenti della x nel bino-
„ mio, che forma la serie. L'esponente del primo termine dovrà essere e-
„ guale al suo respettivo coefficiente; e l'esponente del secondo termine
„ sarà sempre duplo dell'esponente del primo. Si vede l' alternazione de'
„ divisori a, c. Attese queste avvertenze non riuscirà punto difficile il
„ formare la serie, la quale competa a qualunque valore della g.

$y =$

,, questa sarà la sostituzione da farsi, qualunque sia il valore della g, purchè ,, però sia in numero intiero, affirmativo, come le superiori condizioni richie- ,, dono. Quanto alla specie b, che divide il coefficiente dell' ultimo ter- ,, mine, avverto, che se sarà dispari il valore di g, vi dovrà andare in ,, suo luogo la lettera (c); se poi fosse pari, vi si dovrà scrivere la lettera (a). La spezie T è la nuova indeterminata assunta. Messa in opera questa ,, sostituzione, la mia formola principale si cangia nella seguente

,, $bx^{\frac{-n-2g}{2g-1}} dx + fT^2 x^{\frac{-n-2g}{2g-1}} dx = \mp dT$. Se g è un numero pari, la $b = c$; ,, ed $f = a$, e debbesi adoperare il segno negativo. Tutto all'opposto se- ,, guirà, posto g un numero impari, la $b = a$, $f = c$, ed alla d T com- ,, pete il segno positivo. La egualità degli esponenti della x in amendue ,, i termini mostra chiaramente essere separabili le indeterminate col mez- ,, zo di una semplice divisione. Se ora nell' equazion ritrovata si suppo- ,, nesse la T come quantità costante, noi avremmo $\mp dT = 0$, e però

,, $bx^{\frac{-n-2g}{2g-1}} dx + fT^2 x^{\frac{-n-2g}{2g-1}} = 0$, d'onde si cava $T = \sqrt{\frac{-b}{f}}$. Quindi ,, è che se nell' equazion principale fosse negativa una delle due spezie b, f,

„ allora farebbe reale il valore della T, cioè a dire $T = \sqrt{\frac{-a}{c}}$, posto

„ g dispari, e se g è pari, $T = \sqrt{\frac{-c}{a}}$. Nella sostituzione generale ve-

„ duta di sopra, ritenuta la T per maggiore facilità, mi sia lecito di con-

„ siderarla come costante, ed $= \sqrt{\frac{-b}{f}}$. Ciò posto, io dico, che tra le

„ infinite equazioni trascendenti contenute nella nostra formola princi-
„ pale avviene anche una algebraica. Questa si è $y =$ alla serie de' binomj
„ scritta di sopra, in cui ho posto in luogo della variabile T il suo
„ valore constante. Ciò manifestamente apparisce; imperciocchè sostituito
„ nella principale il valore di y, e dy, noi arriveremo ad un'equazione
„ identica, in cui tutti i termini vicendevolmente distruggonsi. Che ciò sia
„ vero, basti il riflettere, che posto il valore della T nella equazione

„ $bx^{\frac{-n-2g}{2g-1}}dx + fT^2x^{\frac{-n-2g}{2g-1}}dx = \mp dT$, tutti i termini l'un l'altro si

„ elidono.

„ Ma è ormai tempo di prender tra le mani il secondo valore di

„ $m = \frac{\overline{2g-1}.-n-4g}{2g+1}$. In questo caso la nostra formola principale sarà

„ $ax^{\frac{\overline{2g-1}.-n-4g}{2g+1}}dx + cy^2x^ndx = dy$. Pongo in primo luogo $y = \frac{1}{z}$;

„ e fatte le sostituzioni, averemo $az^2x^{\frac{\overline{2g-1}.-n-4g}{2g+1}}dx + cx^ndx = dz$:

„ Si faccia in secondo luogo

$$z = -1.\frac{\overline{2gn+2g-n-1}.x^{\frac{2gn+2g-n-1}{2g+1}}}{4.\overline{2g+1}} + x^{\frac{4gn+4g-2n-2}{2g+1}}.\&c.$$

„ Fat-

„ Fatte le operazioni, si perviene alla equazione

„ $au^2 x^{\frac{2gn-n-2}{2g+1}} dx + cx^{\frac{-2gn-4g+3n+2}{2g+1}} dx = -du$, in questa fatto

„ $g=1$, sono eguali gli esponenti della x in ambo i termini, siccome deb-
„ bono essere. L'unica sostituzione adoperata per giugnere dalla principale
„ a questa sarà

$$y = \frac{1}{-1 \cdot \frac{2gn+2g-n-1}{a \cdot \overline{2g+1}} \cdot x^{\frac{2gn+2g-n-1}{2g+1}} + x^{\frac{4gn+4g-2n-2}{2g+1}} \cdot u}$$

„ Ripigliata la formola ora ridotta

„ $au^2 x^{\frac{2gn-n-2}{2g+1}} dx + cx^{\frac{-2gn-4g+3n+2}{2g+1}} dx = -du$, fo prima secondo

„ il solito $u = \frac{1}{s}$, e ne risulterà

„ $ax^{\frac{2gn-n-2}{2g+1}} dx + cs^2 \cdot x^{\frac{-2gn-4g+3n+2}{2g+1}} dx = ds$. Si faccia questa volta

„ $s = +1 \cdot \frac{2gn+2g-3n-3}{c \cdot \overline{2g+1}} \cdot x^{\frac{2gn+2g-3n-3}{2g+1}} + x^{\frac{4gn+4g-6n-6}{2g+1}} \cdot U$;

„ Fatte le operazioni, ci si presenterà l'equazione

„ $cU^2 \cdot x^{\frac{2gn-3n-4}{2g+1}} dx + ax^{\frac{-2gn+5n-4g+4}{2g+1}} dx = dU$. Apparisce

„ l'eguaglianza degli esponenti della x in ciascun termine, posto $g=1$.

„ Per

„ allora ſarebbe reale il valore della T, cioè a dire $T = \sqrt{\overline{-\frac{a}{c}}}$, poſto

„ g diſpari, e ſe g è pari, $T = \sqrt{\overline{-\frac{c}{a}}}$. Nella ſoſtituzione generale ve-

„ duta di ſopra, ritenuta la T per maggiore facilità, mi ſia lecito di con-

„ ſiderarla come coſtante, ed $= \sqrt{\overline{-\frac{b}{f}}}$. Ciò poſto, io dico, che tra le

„ infinite equazioni traſcendenti contenute nella noſtra formola princi-
„ pale avviene anche una algebraica. Queſta ſi è $y =$ alla ſerie de' binomj
„ ſcritta di ſopra, in cui ho poſto in luogo della variabile T il ſuo
„ valore conſtante. Ciò manifeſtamente appariſce; imperciocchè ſoſtituito
„ nella principale il valore di y, e dy, noi arriveremo ad un'equazione
„ identica, in cui tutti i termini vicendevolmente diſtruggonſi. Che ciò ſia
„ vero, baſti il riflettere, che poſto il valore della T nella equazione

„ $bx^{\frac{-n-2g}{2g-1}}dx + fT^2x^{\frac{-n-2g}{2g-1}}dx = \mp dT$, tutti i termini l'un l'altro ſi

„ elidono.

„ Ma è ormai tempo di prender tra le mani il ſecondo valore di

„ $m = \frac{\overline{2g-1}.-n-4g}{2g+1}$. In queſto caſo la noſtra formola principale ſarà

„ $ax^{\frac{\overline{2g-1}.-n-4g}{2g+1}}dx + cy^2x^ndx = dy$. Pongo in primo luogo $y = \frac{1}{z}$;

„ e fatte le ſoſtituzioni, averemo $az^2x^{\frac{\overline{2g-1}.-n-4g}{2g+1}}dx + cx^ndx = dz$:

„ Si faccia in ſecondo luogo

$$z = -1.\frac{\overline{2gn+2g-n-1}.\,x}{a.\,\overline{2g+1}}^{\frac{2gn+2g-n-1}{2g+1}} + x^{\frac{4gn+4g-2n-2}{2g+1}}.u.$$

„ Fat-

„ Fatte le operazioni, si perviene alla equazione

$$„\ au^2 x^{\frac{2gn-n-2}{2g+1}} dx + cx^{\frac{-2gn-4g+3n+2}{2g+1}} dx = -du,$$ in questa fatto

„ $g = 1$, sono eguali gli esponenti della x in ambo i termini, siccome deb-
„ bono essere. L'unica sostituzione adoperata per giugnere dalla principale
„ a questa sarà

$$y = \frac{1}{-1 \cdot \frac{2gn+2g-n-1}{a \cdot (2g+1)} \cdot x^{\frac{2gn+2g-n-1}{2g+1}} + x^{\frac{4gn+4g-2n-2}{2g+1}} \cdot u}$$

„ Ripigliata la formola ora ridotta

$$„\ au^2 x^{\frac{2gn-n-2}{2g+1}} dx + cx^{\frac{-2gn-4g+3n+2}{2g+1}} dx = -du,$$ so prima secondo

„ il solito $u = \frac{1}{s}$, e ne risulterà

$$„\ ax^{\frac{2gn-n-2}{2g+1}} dx + cs^2 \cdot x^{\frac{-2gn-4g+3n+2}{2g+1}} dx = ds.$$ Si faccia questa volta

$$„\ s = +1 \cdot \frac{2gn+2g-3n-3}{c \cdot (2g+1)} \cdot x^{\frac{2gn+2g-3n-3}{2g+1}} + x^{\frac{4gn+4g-6n-6}{2g+1}} \cdot U.$$

„ Fatte le operazioni, ci si presenterà l'equazione

$$„\ cU^2 \cdot x^{\frac{2gn-3n-4}{2g+1}} dx + ax^{\frac{-2gn+5n-4g+4}{2g+1}} dx = dU.$$ Apparisce

„ l'eguaglianza degli esponenti della x in ciascun termine, posto $g = 2$.

„ Per

„ Per passare dalla primaria a questa con una sola sostituzione, essa do-

„ vrà essere $y =$

$$\frac{1}{-1.\frac{\overline{2gn+2g-n-1}}{a.\ \overline{2g+1}}.x^{\frac{2gn+2g-n-1}{2g+1}}+x^{\frac{4gn+4g-2n-2}{2g+1}}+1.\frac{\overline{2gn+2g-3n-3}}{c.\ \overline{2g+1}}.x^{\frac{2gn+2g-3n-3}{2g+1}}+x^{\frac{4gn+4g-6n-6}{2g+1}}.U.}$$

„ Proseguisco la operazione, e cerco la sostituzione conveniente al valore
„ della $g = 3$. Ripiglio adunque l'ultima equazione

$$„\ c U^2.x^{\frac{2gn-3n-4}{2g+1}}dx + ax^{\frac{-2gn+5n-4g+4}{2g+1}}dx = dU.$$

Pongo $U = \frac{1}{R}$ ed avremo $cx^{\frac{2gn-3n-4}{2g+1}}dx + aR^2x^{\frac{-2gn-4g+5n+4}{2g+1}}dx$ $= -dR$. Fo ora

$$„\ R = -1.\frac{\overline{2gn+2g-5n-5}}{a.\ \overline{2g+1}}.x^{\frac{2gn+2g-5n-5}{2g+1}}+x^{\frac{4gn+4g-10n-10}{2g+1}}V,$$

„ ed arriveremo all'equazione

$$„\ aV^2x^{\frac{+2gn-5n-6}{2g+1}}dx + cx^{\frac{-2gn-4g+7n+6}{2g+1}}dx = -dV.$$ E' super-

„ fluo

„ fluo l'avvertire che posto $g = 5$, fieno in ambi i termini eguali gli esponenti della x. L'unica sostituzione da farsi per passare dalla prima „ a questa farà

$$„ \; y = \cfrac{1}{-1 \cdot \cfrac{\overline{2gn + 2g - n - 1}}{a \cdot \overline{2g + 1}} \cdot x^{\frac{2gn + 2g - n - 1}{2g + 1}} + \cfrac{x^{\frac{4gn + 4g - 2n - 2}{2g + 1}}}{+1 \cdot \cfrac{\overline{2gn + 2g - 3n - 3}}{c \cdot \overline{2g + 1}} \cdot x^{\frac{2gn + 2g - 3n - 3}{2gn + 1}} + \dots}}$$

$$+ \cfrac{x^{\frac{\overline{4gn + 4g - 6n - 6}}{2g + 1}}}{-1 \cdot \cfrac{\overline{2gn + 2g - 5n - 5}}{a \cdot 2g + 1} \cdot x^{\frac{2gn + 2g - 5n - 5}{2g + 1}} + x^{\frac{4gn + 4g - 10n - 10}{2g + 1}} \cdot V}$$

„ Ci si manifesta a maraviglia l'andamento della serie, e per conseguenza le sostituzioni da farsi, qualunque valore abbia la g. Quì hanno luogo tutte le riflessioni, che si son fatte nel caso precedente: solo rimane da osservarsi, che oltre l'alternativa delle lettere a, c, vi è ancora quella de segni; di modo che se il valore della g sarà dispari il coefficiente della x dovrà essere moltiplicato per -1, e diviso per a se il valore di g sarà pari, si dovrà moltiplicare per $+1$, e dividere per c.
„ Ecco adunque continuata la serie fino all'ultimo termine

„ $y =$

„ Da questa ci viene rappresentata la sostituzione da farsi qualunque sia il „ valore della g. Se essa è dispari ci anderà il segno negativo nell'ultimo „ termine, e la specie $b = a$ se è pari vale il positivo, $e\ b = c$. Fatto „ uso di questa sostituzione, si perviene all'equazione $bx^{\frac{n-2g}{2g+1}} dx +$

fT

$f T^2 x^{\frac{n-2g}{ng+1}} dx = \mp dT$, in cui sonò separate le variabili con una divi-
„ sione. Nel caso, che g sia pari la $b=a$, e la $f=c$, e compete all'equazio-
„ ne il segno positivo: se poi è dispari, si prenda il segno negativo, e la $b=c$,
„ $f=a$. Presa per costante la T, averassi $dT=0$; $T=\sqrt{\frac{b}{f}}$, il
„ qual valore diventa reale, subito che nella primaria equazione sia nega-
„ tiva o l'una, o l'altra delle due spezie b, f. Posto questo valore di T
„ nella notata sostituzione, essa si cangia nell'equazione algebraica, che
„ è nella nostra primaria formola contenuta, dalla quale per altro affat-
„ to non resta esaurita; atteso che in essa formola primaria infinite altre
„ equazioni trascendenti contengonsi.

„ Sin quì non si è fatto altro, che esporre l' elegante metodo del
„ dottissimo Si.g. Abbate Suzzi e mettere innanzi agli occhi le equazioni
„ algebraiche da lui trovate, che nella nostra equazione primaria sono con-
„ tenute, e che convengono a qualunque valore della g. Altre formole af-
„ fatto diverse dalle quì esposte, che versano sullo stesso soggetto, ci dà
„ il dottissimo Sig Goldbach nel primo tomo degli atti dell'Accademia di
„ G. Pietroburgo, le quali per altro non sono state dall' Autore muni-
„ te di alcuna dimostrazione, nè ci ha egli additato il metodo, con cui
„ è giunto a scoprirle. Veggiamo un poco se ci vien fatto di dedurre
„ immediatamente le formole del Sig. Goldbach da quelle del Signor
„ Abbate Suzzi, che sonosi ora per noi vedute. Piglio adunque per ma-
„ no la prima, ed in essa suppongo la spezie $n=0$: lo che però non to-
„ glie nè punto, nè poco la generalità alla nostra equazione primaria;
„ mentre essa diventa $ax^{\frac{-4g}{2g-1}} + cy^2dx = dy$. Ed intanto io mi vaglio di
„ questa supposizione in quanto che allo stesso Sig. Goldbach è piaciu-
„ to di farla. Avremo pertanto

$$„\ y = \frac{-x^{-1}}{c} + \cfrac{x^{-2}}{\cfrac{\overline{-2g+3}\cdot x^{\frac{-2g+3}{2g-1}}}{a\cdot\overline{2g-1}} + \cfrac{x^{\frac{-4+6}{2g-1}}}{\cfrac{\overline{-2g+5}\cdot x^{\frac{-2g+5}{2g-1}}}{c\cdot\overline{2g-1}} + \cfrac{x^{\frac{-4g+10}{2g-1}}}{\;\vdots\; \cdots\cdots + \cfrac{x^{\frac{-6}{2g-1}}}{\cfrac{-1\cdot x^{\frac{-1}{2g-1}}}{b\cdot\overline{2g-1}} + T\cdot x^{\frac{-2}{2g-1}}}}}}$$

„ In questa io pongo la T costante, ed $= \sqrt{\frac{-b}{f}}$. Dalla serie ora espo-
„ sta ne segue, che al valore di $g = 1$ compete la equazione algebraica
„ $y = \frac{-x^{-1}}{c} + x^{-2}T$. Al valore di $g = 2$ conviene la equazione algebrai-
„ ca $y = \frac{-x^{-1}}{c} + \cfrac{x^{-2}}{\cfrac{\overline{-4+3}\cdot x^{\frac{-4+3}{4-1}}}{a\cdot\overline{4-1}} + T\cdot x^{\frac{-8+6}{4-1}}}$ che fatte le debite ope-
„ razioni, si riduce a quest'altra $y = \cfrac{\frac{-1}{3ac}x^{\frac{-3}{3}} + \frac{T}{c}\cdot x^{\frac{-4}{3}} - x^{\frac{-5}{3}}}{\frac{1}{3a} - T\cdot x^{\frac{-1}{3}}}$

La

„ La equazione algebraica per il valore di $g = 3$, farà

$$„\ y = -\frac{x^{-1}}{c} + \cfrac{x^{-2}}{-\frac{3}{5a}x^{-\frac{1}{5}} + \cfrac{x^{-\frac{6}{5}}}{-\frac{1}{5c}x^{-\frac{1}{5}} + T\,x^{-\frac{2}{5}}}}$$

cioè a dire

$$„\ y = \frac{-\frac{3}{25ac^2}x^{-\frac{5}{5}} + \frac{3T}{5ac}x^{-\frac{6}{5}} - \frac{6}{5c}x^{-\frac{7}{5}} + T\,x^{-\frac{8}{5}}}{\frac{3}{25ac} - \frac{3T}{5a}x^{-\frac{1}{5}} + x^{-\frac{2}{5}}}$$

„ La equazione algebraica per il valore di $g = 4$, farà

$$„\ y = -\frac{1}{c}x^{-1} + \cfrac{x^{-2}}{-\frac{5}{7a}x^{-\frac{5}{7}} + \cfrac{x^{-\frac{10}{7}}}{-\frac{3}{7c}x^{-\frac{1}{7}} + \cfrac{x^{-\frac{6}{7}}}{-\frac{1}{7a}x^{-\frac{1}{7}} + T\,x^{-\frac{2}{7}}}}}$$

„ la quale, fatte le debite operazioni, si ridurrà alla seguente

$$„\ y = \frac{\frac{-3.5.x^{-\frac{7}{7}}}{7.7.7.a^2c^2} + \frac{3.5.T.x^{-\frac{8}{7}}}{7.7.ac^2} \frac{-2.2.5.x^{-\frac{9}{7}}}{7.7.ac} + \frac{2.5.T.x^{-\frac{10}{7}}}{7.c} - x^{-\frac{11}{7}}}{\frac{3.5}{7.7.7.a^2c} - \frac{3.5.T.x^{-\frac{1}{7}}}{7.7.ac} + \frac{2.3.x^{-\frac{2}{7}}}{7a} - T.x^{-\frac{3}{7}}}$$

„ e riducendo il primo termine del numeratore libero sì dai coefficienti „ numeri, che dai letterali averemo

$$„\ y = -\frac{c^0.a^0.x^{-1} + a^0.c.T.x^{-2}}{a^0c} \qquad \text{posto } g = 1.$$

$$„\ y = \frac{-c^0.a^0.x^{-\frac{3}{3}} + 3a.c^0.T.x^{-\frac{4}{3}} - 3ac.x^{-\frac{5}{3}}}{a^0.c - 3ac\,T.x^{-\frac{1}{3}}}, \text{ posto } g = 2;$$

$$„\ y = \frac{-c^0.a^0.x^{-\frac{5}{5}} + 5c.a^0.T.x^{-\frac{6}{5}} - 10.ac.x^{-\frac{7}{5}} + \frac{25}{3}a.c^2.T.x^{-\frac{8}{5}}}{a^0.c - 5a^0.c^2.T.x^{-\frac{1}{5}} + \frac{25}{3}a.c^2.x^{-\frac{2}{5}}},$$

„ posto $g = 3$.

„ $y =$

$$„\ y = \frac{-c^{0}.a^{0}.x^{-\frac{7}{7}} + 7.c^{0}.a\,T.x^{-\frac{8}{7}} - 21.ac.x^{-\frac{9}{7}} + \frac{98}{1}.a^{2}c.T.x^{-\frac{10}{7}} - \frac{343}{15}a^{2}c^{2}x^{-\frac{11}{7}}}{a^{0}.c - 7ac\ T.x^{-\frac{1}{7}} + \frac{98}{3}ac^{2}.x^{-\frac{2}{7}} - \frac{343}{15}a^{2}c^{2}\ T.x^{-\frac{3}{7}}}$$

„ posto $g = 4$

„ Ecco dunque come procedono i coefficienti numeri tanto dei numeratori,
„ quanto dei denominatori. I primi sono scritti in A, i secondi in B

A					B			
1;	1				1;			
1;	3;	3			1;	3		
1;	5;	10;	$\frac{25}{3}$		1;	5;	$\frac{25}{3}$	
1;	7;	21;	$\frac{98}{3}$;	$\frac{343}{15}$	1;	7;	$\frac{98}{5}$;	$\frac{343}{15}$

„ Prendo per mano i coefficienti del numeratore, e gli dispongo nel se-
„ guente modo

1; $1.\overline{2-1}.\frac{\overline{1-0}}{1+0}$; posta $g = 1$

1; $1.\overline{4-1}.\frac{\overline{2-0}}{2+0}$; $3.\overline{4-1}.\frac{\overline{2-1}}{4-1}$; posta $g = 2$

1; $1.\overline{6-1}.\frac{\overline{3-0}}{3+0}$; $5.\overline{6-1}.\frac{\overline{3-1}}{6-1}$; $10.\overline{6-1}.\frac{\overline{3-2}}{9-3}$; posta $g = 3$

1; $1.\overline{8-1}.\frac{\overline{4-0}}{4+0}$; $7.\overline{8-1}.\frac{\overline{4-1}}{8-1}$; $21.\overline{8-1}.\frac{\overline{4-2}}{12-3}$; $\frac{\overline{98}}{3}.\overline{8-1}.\frac{\overline{4-3}}{16-6}$. p$g = 4$.

„ Am-

„ Anche quì il primo termine = all'unità, e se la g alla medesima unità si
„ eguaglia, non vi debbono essere più termini, e però la serie si dee inter-
„ rompere dopo il primo. Se poi la supera, segue il secondo, il quale sarà
„ uguale all' antecedente moltiplicato nella frazione $\overline{2g-1}\cdot\frac{\overline{g-1}}{g-1}$. I susse-
„ guenti debbono svanire posta $g = 2$; ma se lo supera, abbiamo il terzo,
„ che sarà uguale al secondo moltiplicato nella quantità $\overline{2g-1}\cdot\frac{\overline{g-2}}{2g-3}$;
„ Dopo questo viene il quarto, che eguaglia l'antecedente moltiplicato nel-
„ la frazione $\overline{2g-1}\cdot\frac{\overline{g-3}}{3g-6}$; e così di mano in mano. Nella suddetta fra-
„ zione si mantiene sempre costante il membro $2g-1$, e il numeratore
„ della frazione scema in progressione aritmetica. Quanto al denominato-
„ re il coefficiente della g si accresce di un'unità, ed i numeri, che da essa
„ si sottraggono, seguono la progressione de' numeri triangolari. Avremo
„ dunque la seguente serie, che serve per i coefficienti del denominatore

$$15.\ A.\ \overline{2g-1}\cdot\frac{\overline{g-1}}{g-1};\ B.\ \overline{2g-1}\cdot\frac{\overline{g-2}}{2g-3};\ C.\ \overline{2g-1}\cdot\frac{\overline{g-3}}{3g-6};\ D.\ \overline{2g-1}\cdot\frac{\overline{g-4}}{4g-10}\ \text{ec.}$$

„ Dalle majuscole A, B, C, D vengono dinotati i termini anteriori, come
„ nel caso precedente. Quì si vuole avvertire, che posta $g=1$, noi non
„ abbiamo ad avere altro coefficiente, che l'unità, come apparisce dalla
„ distribuzione de' coefficienti numeri fatta di sopra. Se io esamino la se-
„ rie generale, trovo, che il secondo termine riesce $= 1.\ 1.\ \frac{0}{0}$. Ora si os-
„ servi, che in questo caso la frazione $\frac{0}{0}$ (che per altro è suscettibile di
„ molti valori secondo le circostanze) bisogna considerarla uguale a zero,
„ posta la qual cosa svanisce il secondo termine, e con esso lui tutti gli
„ altri, onde rimanendo solamente il primo, non abbiam'altri coefficien-
„ ti, che l'unità. Quanto ai segni, essi sono alternativi tanto nel nume-
„ ratore, quanto nel denominatore, con questa differenza però, che nel
„ numeratore s'incomincia dal segno negativo, ed all'opposito dal posi-
„ tivo nel denominatore. La specie T moltiplica costantemente i termini
„ pari nel numeratore, che nel denominatore. Se g e un numero pari, la

„ T

„ $T = \sqrt{\frac{-c}{a}}$; se è dispari la $T = \sqrt{\frac{-a}{c}}$. Gli esponenti poi della x nel numera-
„ tore anno questo andamento. Nel primo termine esso esponente è $= \frac{-2g+1}{2g-1}$,
„ nel secondo $= \frac{-2g}{2g-1}$; nel terzo $= \frac{2-g-1}{2g-1}$, e così di mano in mano.
„ Nel denominatore poi il primo termine ha per esponente della x il zero,
„ il secondo ha $\frac{-1}{2g-1}$; il terzo $\frac{-2}{2g-1}$; il quarto $\frac{-3}{2g-1}$, e così si proceda
„ successivamente. „

„ Rimane ora, che si esamini l'andamento de' coefficienti letterali a,
„ c, che nella nostra serie ritrovansi. Due casi si deono considerare; o la
„ g pari, ovvero è dispari. Per ora mi fermo nella prima ipotesi, ed esa-
„ mino i coefficienti del numeratore posta $g = 4$. Essi sono espressi nella
„ seguente forma

$$c^0.\ a^0;\ c^0.\ a^1;\ c^1.\ a^1;\ c^1.\ d^2;\ c^2.\ a^2$$

„ In primo luogo osservo, che essi coefficienti nulla si mutano alterando
„ il valor della g, purchè sempre sia un numero pari. Di fatti osservata
„ la equazione, che compete al valor di $g = 2$, troveremo, che nei termi-
„ ni analoghi i detti coefficienti sono eguali a quelli, che si leggono nella
„ equazione, che conviene al valor di $g = 4$. La serie, con cui essi proce-
„ dono, chiaramente si manifesta; imperciocchè nel primo, e secondo ter-
„ mine abbiamo c^0, nel terzo, e quarto c^1, adunque nel quinto, e sesto
„ averemo c^2, e così si proseguisca di mano in mano. Nei termini dispari
„ gli esponenti della (a), e della (c) deono esser eguali; ne' termini pari l'es-
„ ponente della lettera (a) dee superare di un'unità l'esponente della lette-
„ ra (c). Ecco dunque formata la serie di questi coefficienti.

$$c^0.\ a^0;\ c^0.\ a^1;\ c^1.\ a^1;\ c^1.\ a^2;\ c^2.\ a^2;\ c^2.\ a^3;\ c^3.\ a^3;\ c^3.\ a^4;\ \text{ec.}$$

„ Veniamo ora ai coefficienti del denominatore stando nella medesi-
„ ma ipotesi, che g sia un numero pari. Posta $g = 4$, procedono così

$$c^1.\ a^0;\ c^1.\ a^1;\ c^2.\ a^1;\ c^2.\ a^2$$

„ Confrontati questi con quelli della formola, che conviene al valore della
„ $g = 2$, troveremo una perfetta egualità nei termini omologhi. L'anda-
„ mento di questi non è molto diverso da quello degli antecedenti. Nel
„ primo, e secondo termine abbiamo c^1; nel secondo, e terzo c^2; adunque
„ nel quarto, e quinto c^3. Nei termini poi la (a), e la (c) anno lo stesso
„ es-

„ esponente; nei dispari quello della lettera (a) viene superato per l'unità
„ da quello della lettera (c). Ciò posto noi abbiamo interamente formata
„ la serie, che compete al valor pari della lettera g. Eccola quì scritta

$$z = - \frac{c^0 . a^0 . x^{\frac{-2g+1}{2g-1}} + \frac{A. \overline{2g-1} . \overline{g-0} . c^0 . a^0 . T . x^{\frac{-2g}{2g-1}}}{g+0} - \dots}{c^0 . a^0 - \frac{A. \overline{2g-1} . \overline{g-1} . ac . T . x^{\frac{-1}{2g-1}}}{g-1} + \frac{B. \overline{2g-1} . \overline{g-2} . c^2 . a . x^{\frac{-1}{2g-1}}}{2g-3} - \dots}$$

$$\frac{- \frac{B. \overline{2g-1} . \overline{g-1} . ac . x^{\frac{-2g-1}{2g-1}}}{2g-1}}{- \frac{C. \overline{2g-1} . \overline{g-3} . c^2 a^2 . T . x^{\frac{-3}{2g-1}}}{3g-6}} \quad \text{ec.}$$

„ Prendiamo finalmente per mano il valor dispari della g. Quanto al
„ numeratore i coefficienti litterali averanno quest'andamento

$a^0 . c^0 ;\ a^0 . c^2 ;\ a^2 . c^2 ;\ a^2 . c^2$ ec.

„ Scorgo nel primo, e secondo termine a^0; nel terzo, e quarto a^2; dunque
„ nel quinto, e sesto a^2, e così si proseguisca colla medesima progressione.
„ Nei termini impari gli esponenti della (a), e della (c) deono essere e-
„ guali; nei pari l'esponente della (a) rimane superato per l'unità dall'es-
„ ponente della (c). Con queste avvertenze si potrà proseguire la serie fino a
„ quel termine, che più aggrada. Rispetto ai coefficienti del denominato-
„ re essi sono espressi nel seguente modo

$a^0 . c^1 ;\ a^0 . c^2 ;\ a^1 . c^2$ ec.

„ Questa serie è così analoga all'altre tre vedute di sopra, che a primà vi-
„ sta ci si scopre l'andamento. Nel primo, e secondo termine abbiamo a^0;
„ nel terzo, e quarto avremo a^2; nel quinto, e sesto a^2. Nei termini dis-
„ pari

„ pari l'esponente della (c) supera quello della lettera (a) di un' unità ; nei
„ pari di due. Formiamo dunque la serie, che conviene al valor di spari
„ della lettera g

$$y = - a^{0}. c^{0}. x^{\frac{-2g+1}{2g-1}} + \frac{A.\overline{2g-1}.\overline{g-0}.\ a^{0}.\ c^{1}.\ T.\ x^{\frac{-2g}{2g-1}}}{g+0} -$$

$$a^{0}c^{2}. - \frac{A.\overline{2g-1}.\overline{g-1}.a^{0}.c^{2}.T.x^{\frac{-1}{2g-1}}}{g-1} + \frac{B.\overline{2g-1}.\overline{g-2}.ac^{2}.x^{\frac{-2g}{2g-1}}}{2g-3} -$$

$$- \frac{B.\overline{2g-1}.\overline{g-1}.ac.x^{\frac{-2g-1}{2g-1}}}{2g-1}$$

$$- \frac{C.\overline{2g-1}.\overline{g-3}.\ a^{2}.c^{3}.\ T.\ x^{\frac{-3}{2g-1}}}{3g-6}$$

„ In questa serie, in cui la g è dispari, la $T = \sqrt{\frac{-a}{c}}$, siccome nel
„ la serie precedente la $T = \sqrt{\frac{-c}{a}}$. Fatta questa sostituzione in is-
„ cambio della T, tanto la prima, quanto la seconda serie, a cui si egua-
„ glia la spezie y, rappresentano l' equazioni algebraiche contenute nella
„ primaria nostra formola differenziale, ed appartenenti a qualsivoglia
„ valor della g. Di passaggio avverto, che ritenuta la T come variabile,
„ le due mentovate serie altro non sono, se non che le due sostituzioni da
„ farsi, affinchè nella nostra equazion principale rimangano con una sola
„ operazione le variabili superate. Finalmente osservo, che fatta $a = 1$,
„ e $c = -1$, tutte e due le nostre serie in una sola si convertono, ed è ap-
„ punto la prima di quelle, che dà il lodato Signor Goldbach nel luogo
„ citato: da che apparisce, che le nostre serie sono di gran lunga più ge-
„ nerali di quella. Abbiamo adunque soddisfatto al problema, cioè a dire
„ dalla prima serie del Signore Abate Suzzi si è dedotta la prima di quelle
„ del Signore Goldbach.

„ Pro-

„ Profegiamo l'operazione, e dello fteffo metodo ufando procuriamo „ di dedurre anche la feconda. La ripiglio dunque, ed in'effa fuppongo la „ fpezie $n = o$, lo che non toglie la generalità alla noftra equazione pri„ maria, come di fopra ho avvertito. Avremo pertanto.

$$+\cfrac{x^{\frac{4g-6}{2g+1}}}{\cfrac{-1.\overline{2g-5}.x^{\frac{2g-5}{2g+1}}}{d.\,\overline{2g+1}}+\cfrac{x^{\frac{4g-10}{2g+1}}}{\ddots\ -\ +\cfrac{x^{\frac{6}{2g+1}}}{\cfrac{\mp 1.\,x^{\frac{1}{2g+1}}}{b.\,\overline{2g+1}}+T.\,x^{\frac{2}{2g+1}}}}}$$

„ Suppongo già coftante la T, ed $= \sqrt{\frac{-b}{f}}$. Dalla ferie ora efpofta „ fi cava per legittima confeguenza; che al valore di $g = 1$ compete

Y y y „ l'equa-

» l'equazione algebraica $y = \cfrac{1}{-\frac{1}{3a}\,x^{\frac{1}{3}} + T.x^{\frac{2}{3}}}$. Pel valore di $g = 2$ la e-

» quazione algebraica sarà la seguente.

» $$y = \cfrac{1}{-\frac{3x^{\frac{3}{5}}}{5a} + x^{\frac{6}{5}}\cfrac{}{\frac{x^{\frac{1}{5}}}{5c} + Tx^{\frac{2}{5}}}}$$, che ridotta con le regole ordinarie darà

» $$y = \cfrac{-\frac{1}{5c} - Tx^{\frac{2}{5}}}{\frac{3x^{\frac{3}{5}}}{25ac} + \frac{3T.x^{\frac{4}{5}}}{5a} - x^{\frac{6}{5}}}$$ Quando poi $g = 3$, noi averemo

» $$y = \cfrac{1}{-\frac{5.x^{\frac{5}{7}}}{7a} + x^{\frac{10}{7}}\cfrac{}{\frac{3x^{\frac{3}{7}}}{7c} + x^{\frac{6}{7}}\cfrac{}{-\frac{x^{\frac{1}{7}}}{7a} + T.x^{\frac{2}{7}}}}}$$ che dopo le debite riduzioni darà

» $y =$

$$„\ y = \frac{-\frac{3}{49.ac} + \frac{3T.x^{\frac{1}{7}}}{7c} + x^{\frac{2}{7}}}{\frac{3.5.x^{\frac{5}{7}}}{7.49.a^2.c} - \frac{3.5.T.x^{\frac{6}{7}}}{7.7.ac} - \frac{6x^{\frac{7}{7}}}{7a} + T.x^{\frac{8}{7}}}$$

„ Finalmente l'equazione algebraica posta $g = 4$ sarà

$$„\ y = \cfrac{1}{-\cfrac{7x^{\frac{7}{9}}}{9a} + \cfrac{x^{\frac{14}{9}}}{\cfrac{5x^{\frac{5}{9}}}{9c} + \cfrac{x^{\frac{10}{9}}}{-\cfrac{3x^{\frac{3}{9}}}{9a} + \cfrac{x^{\frac{6}{9}}}{\cfrac{1.x^{\frac{1}{9}}}{9c} + T.x^{\frac{2}{9}}}}}}.$$

„ la qual ridotta darà

$$„\ y = \frac{-\frac{15}{81.9.ac^2} - \frac{15.T.x^{\frac{1}{9}}}{9.9.ac} + \frac{6x^{\frac{2}{9}}}{9c} + T.x^{\frac{3}{9}}}{\frac{7.15.x^{\frac{\ }{9}}}{81.81.a^2c^2} + \frac{7.15.Tx^{\frac{8}{9}}}{9.9.9.a^2c} - \frac{45x^{\frac{9}{9}}}{9.9.ac} - \frac{10.T.x^{\frac{10}{9}}}{9a} + x^{\frac{11}{9}}}$$

„ e riducendole per modo, che riesca positivo il primo termine del nu-
„ meratore, ed eguale alla semplice unità, e che il primo del denomi-
„ natore sia libero da' coefficienti numerici, averassi

Y y y 2 „ $y =$

,, $y = \dfrac{1}{\frac{1}{3}\times\overline{-x^{\frac{1}{3}}.\ a^{-1} + 3T.x^{\frac{2}{3}}}}$ posta $g = 1$

,, $y = \dfrac{1 + 5c\,T.x^{\frac{2}{5}}}{\frac{3}{5}\times\overline{-x^{\frac{3}{5}}.\ a^{-2}.\ c^{0} - 5c.\ a^{-2}.\ T.x^{\frac{4}{5}} + \frac{25}{3}.a^{0}.c.x^{\frac{5}{5}}}}$ posta $g = 2$

,, $y = \dfrac{1 - 7.c^{0}.a.\ T.x^{\frac{1}{7}} - \frac{49}{3}.\,a\,c.\ x^{\frac{2}{7}}}{\frac{5}{7}\times\overline{-x^{\frac{5}{7}}.c^{0}.a^{-2} + 7.c^{0}.a^{0}.T.x^{\frac{6}{7}} + \frac{98}{5}.a^{0}.c.x^{\frac{7}{7}} - \frac{343}{15}\,a\,c.\ T.x^{\frac{8}{7}}}}$ posta $g = 3$

,, $y = \dfrac{1 + 9a^{0}.c.T.x^{\frac{1}{9}} - \frac{162}{5}.a.c.x^{\frac{2}{9}} - \frac{243}{5}a.c^{0}.T.x^{\frac{3}{9}}}{\frac{7}{9}\times\overline{-c^{0}.a^{-2}.x^{\frac{7}{9}} - 9c.a^{-2}.T.x^{\frac{8}{9}} + \frac{243}{7}.c.a^{0}.x^{\frac{9}{9}} + \frac{486}{7}.c^{2}.a^{0}.T.x^{\frac{10}{9}} - \frac{2187}{35}.a\,c^{2}x^{\frac{11}{9}}}}$ posta $g = 4$

,, Confidero ora i coefficienti del numeratore

1 ;

1 ; 5

1 ; 7 ; $\frac{49}{3}$

1 ; 9 ; $\frac{162}{5}$; $\frac{243}{5}$

Io

„ Io li dispongo secondo il solito nel seguente modo

$1 \;;$

$1 \;;\; 1.\; \overline{4+1}\cdot\frac{\overline{2-1}}{2-1}$

$1 \;;\; 1.\; \overline{6+1}\cdot\frac{\overline{3-1}}{3-1}\;;\; 7.\; \overline{6+1}\cdot\frac{\overline{3-2}}{6-3}$

$1 \;;\; 1.\; \overline{8+1}\cdot\frac{\overline{4-1}}{4-1}\;;\; 9.\; \overline{8+1}\cdot\frac{\overline{4-2}}{8-3}\;;\; \frac{162}{5}.\; \overline{8+1}\cdot\frac{\overline{4-3}}{12-6}$

„ Da questa disposizione de' coefficienti viene generalmente manifestata la
„ serie da esprimersi per la lettera g A buon conto il primo termine sa-
„ rà sempre l'unità; il secondo sarà uguale al prodotto nascente dal

„ moltiplicare il primo termine nella frazione $\overline{2g+1}\cdot\frac{\overline{g-1}}{g-1}$. Il terzo sarà

„ eguale al secondo moltiplicato nella quantità $\overline{2g+1}\cdot\frac{\overline{g-2}}{2g-3}$; il quarto e-

„ gual al terzo moltiplicato nella frazione $\overline{2g+1}\cdot\frac{\overline{g-3}}{3g-6}$, e così si dis-

„ corra di tutti gli altri. Una parte del numeratore della suddetta frazio-
„ ne sarà sempre costante, ed è $2g+1$, l'altra porzione scema, come ne'
„ casi antecedenti, in progressione aritmetica. Quanto al denominato-
„ re il coefficiente della g si accresce sempre di un' unità, ed i numeri da
„ essa g sottratti seguono la progressione de' numeri triangolari. Ecco a-
„ dunque formata la serie

$1.\; A.\; \overline{2g+1}\cdot\frac{\overline{g-1}}{g-1}\;;\; B.\; \overline{2g+1}\cdot\frac{\overline{g-2}}{2g-3}\;;\; C.\; \overline{2g+1}\cdot\frac{\overline{g-3}}{3g-6}\;;\; D.\; \overline{2g+1}\cdot\frac{\overline{g-4}}{4g-10}$ ec.

„ Noto quì, che posta $g=1$, il secondo termine della serie dee conside-
„ rarsi $=0$, quantunque in esso ci si presenti la frazione $\frac{0}{0}$

Io

„ Veniamo ora al coefficienti del denominatore

$$\frac{1}{3} \times \overline{1 \; ; \; 3}$$

$$\frac{3}{5} \times \overline{1 \; ; \; 5 \; ; \; \frac{25}{3}}$$

$$\frac{5}{7} \times \overline{1 \; ; \; 7 \; ; \; \frac{98}{5} \; ; \; \frac{343}{15}}$$

$$\frac{7}{9} \times \overline{1 \; ; \; 9 \; ; \; \frac{243}{7} \; ; \; \frac{486}{7} \; ; \; \frac{2187}{35}}$$

„ Si dispongano ora i coefficienti nel solito metodo, é per un poco si
„ prescinda dal comune moltiplicatore di tutti i termini, che poi in fine
„ del calcolo ce lo tornerò ad aggiugnere. Avverto esser egli esprimibi-
„ le generalmente per la lettera g ed essere $= \frac{2g-1}{2g+1}$. Averemo dunque

$$1 \; ; \; 1 . \overline{2+1} . \overline{\frac{1-0}{1+0}}$$

$$1 \; ; \; 1 . \overline{4+1} . \overline{\frac{2-0}{2+0}} \; ; \; 5 . \overline{4+1} . \overline{\frac{2-1}{4-1}}$$

$$1 \; ; \; 1 . \overline{6+1} . \overline{\frac{3-0}{3+0}} \; ; \; 7 . \overline{6+1} . \overline{\frac{3-1}{6-1}} \; ; \; \frac{98}{5} . \overline{6+1} . \overline{\frac{3-2}{9-3}}$$

$$1 \; ; \; 1 . \overline{8+1} . \overline{\frac{4-0}{4+0}} \; ; \; 9 . \overline{8+1} . \overline{\frac{4-1}{8-1}} \; ; \; \frac{243}{7} . \overline{8+1} . \overline{\frac{4-2}{12-3}} \; ; \; \frac{486}{7} . \overline{8+1} . \overline{\frac{4-3}{16-6}}$$

„ Qui vogliono farsi tutte quelle riflessioni che si son fatte nel caso an-
„ tecedente, che a cagione di brevità mi dispenso dall'osservarle essendo
„ già noto l'andamento della serie. Formiamola adunque aggiuntovi il
„ comun moltiplicatore

$$\frac{\overline{2g-1}}{2g+1} \times \overline{1 . A . \overline{2g+1} . \frac{\overline{g-0}}{g+0} ; B . \overline{2g+1} . \frac{\overline{g-1}}{2g-1} ; C . \overline{2g+1} . \frac{\overline{g-2}}{3g-3}}$$

$$\overline{D . \overline{g+1} . \frac{\overline{g-3}}{4g-6}}$$

„ Ciascheduna delle maiuscole indica qui il respettivo termine anteceden-
„ te non compresovi il comune moltiplicatore, che a bello studio ho te-
„ nuto separato dagli altri termini. Quanto agli esponenti della x nel
„ numeratore, il primo termine ha per esponente il zero; nel secondo
„ esso esponente, $= \frac{1}{2g+1}$ nel terzo $= \frac{2}{2g+1}$; nel quarto $= \frac{3}{2g+1}$; e
„ così di mano in mano. Nel denominatore poi l'esponente del primo
„ termine $= \frac{2g-1}{2g+1}$; l'esponente del secondo $= \frac{2g+0}{2g+1}$; quello del terzo $=$
„ $\frac{2g+1}{2g+1}$, e così successivamente.

„ Rispetto ai segni se la g è pari, procedono alternativamente a due
„ a due con tal legge, che nel numeratore si dà principio con due po-
„ sitivi, indi seguono due negativi, poi due positivi, e così fino all' infi-
„ nito: nel denominatore poi la faccenda va tutto al rovescio. Se la g è dis-
„ pari, si comincia con un segno positivo, poi seguono due negativi e do-
„ po questi due positivi, e così si procede con la solita alternazione. Tutto
„ all'opposito segue nel denominatore; poiche si principia con un negati-
„ vo, dopo il quale succedono due positivi, in terzo luogo due negativi,
„ e in questo modo si seguita alternativamente. La T moltiplica sempre i
„ termini pari tanto nel numeratore, che nel denominatore. Per ultimo
„ consideriamo i coefficienti letterali. Sia in primo luogo la g pari. Posta
„ la $g=4$, essi nel numeratore procedon così $a^0. c^0$; $a^0. c$; $a. c$; $a. c^2$.
„ Essi nulla variano mutandovi il valore della g, poichè posta $g=2$, ne'
„ termini omologhi i coefficienti letterali sono i medesimi. L'ordine con
„ cui essi procedono, non è punto diverso da quello, che abbiamo vedu-
„ to nell'antecedente caso, e però io mi dispenso dal fare quelle riflessio-
„ ni, che in questo luogo anderebbero fatte. Si produca pertanto la serie

$a^0. c^0$; $a^0. c^1$; $a^1. c^1$; $a^1. c^2$; $a^2. c^2$; $a^2. c^3$; $a^3. c^3$; $a^3. c^4$; $a^4. c^4$ ec.

„ Nel denominatore poi procederanno così

$c^0. a^{-1}$; $c^1. a^{-1}$; $c^1. a^0$; $c^2. a^0$; $c^2. a^1$; $c^3. a^1$; $c^3. a^2$ ec.

„ for-

„ formiamo adunque la ferie, che conviene al valor pari della lettera g:
„ Avremo pertanto

$$„\ y = \frac{1.a^{0}.c^{0} + \frac{A.\overline{2g+1}.\overline{g-1}.a^{0}.c.\ T.x^{\frac{1}{2g+1}}}{g-1} - \frac{B.\overline{2g+1}.\overline{g-2}.acx^{\frac{2}{2g+1}}}{2g-3} - \frac{C.\overline{2g+1}.\overline{g-3}.ac^{2}.T.x^{\frac{3}{2g+1}}}{3g-6}\ \text{ec.}}{\frac{\overline{2g-1}}{\overline{2g+1}} \times \overline{-c^{0}.a^{-1}.x^{\frac{2g-1}{2g+1}} - A.\overline{2g+1}.\overline{g-0}.c.a^{-1}.T.x^{\frac{2g+0}{2g+1}} + \frac{B.\overline{2g+1}.\overline{g-1}.\ c.a^{0}.x^{\frac{2g+1}{2g+1}}}{2g-1}}}$$

„ In questa ferie la $T = \sqrt{\frac{-a}{c}}$.

Finalmente determiniamo i coefficienti letterali nel cafo, che g fia
„ difpari. Nel numeratore effi procedono nella feguente maniera

$c^{0}.\ a^{0};\ c^{0}.\ a^{1};\ c^{1}.\ a^{1};\ c^{1}.\ a^{2};\ c^{2}.\ a^{2};\ c^{2}.\ a^{3};\ c^{3}.\ a^{3}$

„ Nel denominatore in queft'altra

$c^{0}.\ a^{-1};\ c^{0}.\ a^{0};\ c^{1}.\ a^{0};\ c^{1}.\ a^{1};\ c^{2}.\ a^{1};\ c^{2}.\ a^{2};\ c^{3}.\ a^{2}$

„ formifi dunque la ferie conveniente al valor difpari della lettera g

„ $y =$

$$y = 1.c^{0}.a^{0} - \frac{A.\overline{2g+1}.\overline{g-1}.c^{0}.a^{1}.T.x^{\frac{1}{2g+1}}}{g-1} - \frac{B.\overline{2g+1}.\overline{g-2}.ac.x^{\frac{2}{2g+1}}}{2g-3} +$$

$$\overline{\frac{2g-1}{2g+1}} \times -1.c^{0}.a^{-1}.x^{\frac{2g-1}{2g+1}} + \frac{A.\overline{2g+1}.\overline{g-0}.T.c^{0}.a^{0}.x^{\frac{2g+0}{2g+1}}}{g+0} +$$

$$\frac{+\frac{C.\overline{2g+1}.\overline{g-3}.c.a^{2}.T.x^{\frac{3}{2g+1}}}{3g-6}}{+\frac{B.\overline{2g+1}.\overline{g-1}.ac.x^{\frac{2g+1}{2g+2}}}{2g-2}} \quad \&c.$$

„ In questa serie la $T = \sqrt{\frac{-c}{a}}$.

Non tralascierò di riflettere, che in questo secondo caso da noi
„ trattato, ci siamo serviti della equazione $ax^{\frac{-4g}{2g+1}} dx + cy^{2} dx = dy$,
„ la quale è alcun poco diversa da quella, di cui si serve il Signor Gold-
„ bach; e però non è dà maravigliarsi, s· così a prima vista le nostre
„ serie pajono discordanti da quella, che ha trovata il lodato scritto-
„ re. Per vederne agevolmente la simiglianza bisogna ridurre la nostra
„ equazione alla sua, indi fatto il confronto vedremo che tutta la dis-
„ crepanza dipende dalla varietà dei simboli. Pongo adunque $x^{\frac{-4g}{2g+1}} dx$
„ $= dz$, dalla quale si ricava

$$dx = \frac{\overline{-2g+1}^{\frac{4g}{-2g+1}}}{\overline{2g+1}^{\frac{4g}{-2g+1}}} \cdot z^{\frac{4g}{-2g+1}} dz.$$ Fatta questa sostituzione,

„ la nostra equazione primaria si cangia in quest' altra

$$adz + cy^2 \times \frac{\overline{-2g+1}^{\frac{4g}{-2g+1}}}{\overline{2g+1}^{\frac{4g}{-2g+1}}} \times z^{\frac{4g}{-2g+1}} dz = dy$$

„ la quale è appunto ridotta alla forma medesima di quella, che ma-
„ neggia il Sig. Goldbach, ed in cui la nostra z è lo stesso, che la sua x.
„ Fatto adunque il confronto de' termini di questa nostra con quella,

„ troveremo $a = 1$, e $$C \times \frac{\overline{-2g+1}^{\frac{4g}{-2g+1}}}{\overline{2g+1}^{\frac{4g}{-2g+1}}} = -1;$$ da che io ricavo

„ il valore della c, cioè $$c = -1 \times \frac{\overline{2g+1}^{\frac{4g}{-2g+1}}}{\overline{-2g+1}^{\frac{4g}{-2g+1}}};$$ e poichè la

„ $T = \sqrt{\frac{-a}{c}}$, ovvero $= \sqrt{\frac{-c}{a}}$, secondo la g è pari, o dispari,

„ noi troveremmo in questo caso particolare

$T =$

„ $T = \dfrac{-(2g+1)^{\frac{2g}{-2g+1}}}{(2g+1)^{\frac{2g}{-2g+1}}}$, ovvero $= \dfrac{(2g+1)^{\frac{2g}{-2g+1}}}{(-2g+1)^{\frac{2g}{-2g+1}}}$

„ Sostituiti i valori delle spezie T, c; a nelle nostre due serie, e messo,
„ in luogo della x il suo valore dato per z, tutte e due si comporanno
„ in una sola simile in tutto alla seconda serie esposta dal Signor Gold-
„ bach nel luogo citato. Noto quì, che le nostre majuscole A, B, C
„ sono alcun poco diverse dalle sue, e però bisognerà metter a compu-
„ to la differenza, affine di vedere la perfetta simiglianza di queste due
„ serie.

„ Non voglio ommettere un'importante avvertenza, ed è che la serie
„ dell' Autor nostro non serve, che nel caso particolare, in cui $a = 1$;

„ $c = -1 \times \dfrac{(2g+1)^{\frac{4g}{-2g+1}}}{(-2g+1)^{\frac{4g}{-2g+1}}}$; laddove le nostre sono generalissime, e

„ vagliono qualunque siasi il valore delle due spezie a, c. Di più si osser-
„ vi, che se nel primo membro della nostra equazione primaria differen-
„ ziale i segni saranno ambo positivi, o negativi, le equazioni algebrai-
„ che indi risultanti saranno immaginarie, e solo saranno reali, quando
„ i due termini del suddetto primo membro dell'equazione saranno af-
„ fetti da segni contrari. E sopra queste equazioni algebraiche giova ri-
„ flettere essere esse molto commendabili per le ingegnose, e sottili spe-
„ colazioni che per entro il calcolo si ritrovano; trattandosi spezialmnte
„ di maneggiare un equazione differenziale, la quale è stata considerata
„ dai più insigni Geometri del nostro secolo: per altro esse sono di po-
„ chissima utilità; perchè soddisfanno bensì all' equazione proposta, ma
„ non l'esauriscono intieramente; attesochè altre infinite equazioni trascen-
„ denti nella medesima equazione primaria son contenute, le quali di-
„ pendono dalla quadratura dell' Iperbola.

ANNOTAZIONE XII.

„ L'equazione $\dfrac{y^u\, dx}{\overline{bx^t + ay^n x^r}^{\,m}} = cx^p dy$, sebbene non generalmente par

„ in molti casi opportunamente maneggiata si libera dalla confusione delle in-
„ determinate Esaminiamo qual debba essere il valore dell'esponente p ad ot-

„ tenere l'intento. Faccio uso della sostituzione $\overline{bx^t + ay^n x^r}^{\,m} = x^{mt}.\overline{Z+b}^{\,m}$, o sia

„ $ay^n = x^{t-r}.Z$: dunque $y = \dfrac{x^{\frac{t-r}{n}}}{a^{\frac{1}{n}}} z^{\frac{1}{n}}$, e prendendo le differenze,

„ $dy = \dfrac{\frac{t-r}{n} z^{\frac{1}{n}} x^{\frac{t-r-n}{n}} dx + \frac{1}{n} x^{\frac{t-r}{n}} z^{\frac{1-n}{n}} dz}{a^{\frac{1}{n}}}$. Fatte pertanto le sostitu-

„ zioni, nascerà

$$\frac{z^{\frac{u}{n}} x^{\frac{tu-ru}{n}} dx}{a^{\frac{u}{n}} x^{mt} . \overline{z+b}^{\,m}} = \frac{c.\frac{t-r}{n} z^{\frac{1}{n}} x^{p+\frac{t-r-n}{n}} dx + \frac{1}{n} x^{p+\frac{t-r}{n}} z^{\frac{1-n}{n}} dz.}{a^{\frac{1}{n}}}$$

„ Affinchè si separino le indeterminate, fa d' uopo, che $\dfrac{tu-ru}{n}$
„ $- mt = p + \dfrac{t-r-n}{n}$, dunque $p = \dfrac{tu-ru-mnt-t+r+n}{n}$. Chia-
„ mando $\dfrac{tu-ru}{n} - mt = k$, l'equazione riceverà una più semplice forma

„ $$\frac{z^{\frac{u}{n}} x^k dx}{ca^{\frac{u-1}{n}} . \overline{z+b}^{\,m}} = \frac{t-r}{n} z^{\frac{1}{n}} x^k dx + \frac{1}{n} x^{k+1} z^{\frac{1-n}{n}} dz$$

„ Si

„ Si dèe prima d'ogn'altra cosa avvertire, che la z può essere una „ costante, che faccia l'equazione identica; dal che si raccoglie, che la formola di sostituzione soddisfa alla proposta equazione differenziale. Ma „ a questo fine convien fissare, qual debba essere il valore della costante z.

„ Posto $dz = o$, si avrà $\dfrac{z^{\frac{n}{n}}}{ca^{\frac{n-1}{n}} \cdot \overline{z+b}^{m}} = \dfrac{t-r}{n} z^{\frac{1}{n}}$, ovvero

„ $\dfrac{z^{\frac{n-1}{mn}}}{\left(\dfrac{t-r}{n}\right)^{\frac{1}{m}} c^{\frac{1}{m}} a^{\frac{n-1}{mn}}} = z + b$. Perciò quante sono le radici reali di „ questa equazione, tanti sono i valori di z, i quali introdotti nella formola di sostituzione danno un' equazione algebraica, che soddisfa alla proposta equazione differenziale. „

„ Considerando poi la z siccome variabile ottiensi l' equazione

„ $$\frac{dx}{x} = \frac{\frac{1}{n} z^{\frac{1-n}{n}} dz}{\dfrac{z^{\frac{n}{n}}}{ca^{\frac{n-1}{n}} \cdot \overline{z+b}^{m}} + \dfrac{r-t}{n} z^{\frac{1}{n}}} = \frac{\frac{1}{n} z^{-1} dz \cdot ca^{\frac{n-1}{n}} \cdot \overline{z+b}^{m}}{z^{\frac{n-1}{n}} + \frac{r-t}{n} ca^{\frac{n-1}{n}} \cdot \overline{z+b}^{m}}.$$

„ coll' incognite separate. In questa se si pone il divisore $z^{\frac{n-1}{n}} + \frac{r-t}{n}$ „ $ca^{\frac{n-1}{n}} \cdot \overline{z+b}^{m} = o$, nasce quell' equazione, da cui si ricavano que' valori costanti di z, che danno l' equazione algebraica poc' anzi considerata. „

Esem-

Esempio I.

„ Mi pongo innanzi agli occhj una formola semplice, cioè
„ $\frac{y^3 dx}{bx^2 + ay^2 x} = cdy$, la quale si potrebbe agevolmente maneggiare col
„ metodo della dimidiata separazione preparandola così $\frac{dx}{x} - \frac{acdy}{y} = \frac{bcxdy}{y^2}$;
„ ed usando la sostituzione $\frac{dx}{x} - \frac{acdy}{y} = -\frac{ds}{s}$, per mezzo della quale
„ si perverebbe alla formola esponenziale $C - s = \frac{bcy^{ac-1}}{ac-1}$. Ma compa-
„ riamola colla nostra formola generale, e troveremo $m = 1$, $n = 2$, $u = 3$;
„ $r = 1$, $t = 2$, e $p = 0$. Posti adunque questi valori nell' ultima formo-
„ la separata si vedrà a nascere $\frac{dx}{x} = \frac{cadz}{\overline{2}-ca.z-cab} + \frac{cabdz}{z.\overline{2-ca.z-cab}}$:
„ Il primo membro dell' omogeneo di comparazione è senz' altro una
„ quantità logaritmica : nel secondo essendo un divisore composto di
„ due fattori semplici, ognun sa, che alle quantità logaritmiche agevol-
„ mente riducesi.

Esempio II.

„ La formola $\frac{y^{\frac{3}{4}} dx}{\overline{bx+ay}^{\frac{1}{2}}} = cxdy$ si potrebbe maneggiare col metodo
„ del Signore Manfredi. Pure paragonata colla nostra formola generale
„ ritrovasi $u = 3$, $t = 1$, $n = 1$, $r = 0$, $m = \frac{1}{2}$, $p = 1$, la quale non è pri-
„ va della condizione richiesta. Quindi avremo la formola colle incognite
„ separate $\frac{dx}{x} = \frac{z^{-1} dz . ca^{\frac{1}{2}} \overline{z+b}^{\frac{1}{2}}}{Z^{\frac{1}{2}} - ca^{\frac{1}{2}} \overline{z+b}^{\frac{1}{2}}}$.

ANNOTAZIONE XIII.

„ Molto generale si è la formola $Rdy^q = \overline{T + Vx^p} . \overline{mxdy + ydx}^q$,
„ nella quale R, T, V sono quantità date per y. Convien determinare
„ qual debba esser la quantità V, acciocchè le indeterminate vengano se-
„ parate. La maniera non è ancora nota al mondo letterario, ed è stata
„ non ha molto scoperta dal P. Vincenzo Riccati, ed è cosa molto oppor-
„ tuna il produrla quì la prima volta al pubblico, acciocchè la teoria della
„ separazione delle indeterminate riceva un qualche non dispregevole ac-
„ crescimento. Si serve egli della sostituzione $\overline{mxdy + ydx} = tzdy$, in
„ cui z è una quantità da determinarsi per y nel progresso dell'analisi.
„ Cotal formola sussidiaria la moltiplico per y^{m-1}, onde nasca $mxy^{m-1}dy$
„ $+ y^m dx = tzy^{m-1}dy$, ed integrando $xy^m = \int tzy^{m-1}dy$: dunque $x =$
„ $\frac{1}{y^m} \int tzy^{m-1}dy$. I ritrovati valori si pongano nella formola principale,
„ e si avrà $Rdy^q = \overline{T + \frac{V}{y^{mp}} \overline{\int tzy^{m-1}dy}^p} . t^q z^q dy^q$, la quale divisa
„ per dy^q, e maneggiata a dovere si cangia $R - t^q Tz^q =$
„ $\frac{V}{y^{mp}} \overline{\int tzy^{m-1}dy}^p$.

„ Acciocchè segua la bramata separazione, fa di mestieri, che la
„ prima parte dell'equazione sia composta per due fattori, l'un de'quali
„ sia dato unicamente per t, l'altro per y. Ciò s'avrà, quando sia $\frac{R}{A^q}$
„ $= Tz^q$; A è una costante qualunque, onde la $z = \frac{R^{\frac{1}{q}}}{A . T^{\frac{1}{q}}}$; onde la z ri-
„ mane determinata. Frattanto avremo
„ $\frac{\overline{A^q - t^q}}{A^q} . R = \frac{t^q RV}{A^q . T . y^{mp}} . \frac{1}{A^p} \overline{\int \frac{tR^{\frac{1}{q}} y^{m-1}dy}{T^{\frac{1}{q}}}}^p$, ovvero

Ag-

» $\left(\frac{A^q - t^q}{t^{\frac{q}{p}}}\right)^{\frac{1}{p}} \cdot \frac{T^{\frac{1}{p}} y^m}{V^{\frac{1}{p}}} = \frac{1}{A} \int \frac{t R^{\frac{1}{q}} y^{m-1} dy}{T^{\frac{1}{q}}}$. Si differenzj,

» $\frac{T^{\frac{1}{p}} y^m}{V^{\frac{1}{p}}} D \left(\frac{A^q - t^q}{t^{\frac{q}{p}}}\right)^{\frac{1}{p}} + \left(\frac{A^q - t^q}{t^{\frac{q}{p}}}\right)^{\frac{1}{p}} . D \frac{T^{\frac{1}{p}} y^m}{V^{\frac{1}{p}}} = \frac{t R^{\frac{1}{q}} y^{m-1} dy}{A T^{\frac{1}{q}}}$, e traſ-

» ponendo i termini,

» $\frac{T^{\frac{1}{p}} y^m}{V^{\frac{1}{p}}} D \left(\frac{A^q - t^q}{t^{\frac{q}{p}}}\right)^{\frac{1}{q}} = \frac{t R^{\frac{1}{q}} y^{m-1} dy}{A T^{\frac{1}{q}}} - \left(\frac{A^q - t^q}{t^{\frac{q}{p}}}\right)^{\frac{1}{p}} . D \frac{T^{\frac{1}{p}} y^m}{V^{\frac{1}{p}}}$;

» Così fatta formola sarà ſeparabile, ogni qual volta $\frac{R^{\frac{1}{q}} y^{m-1} dy}{T^{\frac{1}{q}}} =$

» $f D \frac{T^{\frac{1}{p}} y^m}{V^{\frac{1}{p}}}$, eſſendo f qualunque coſtante. Dell' ultima formola ſi

» prendano gl' integrali, e sarà $\int \frac{R^{\frac{1}{q}} y^{m-1} dy}{T^{\frac{1}{q}}} = \frac{f T^{\frac{1}{p}} y^m}{V^{\frac{1}{p}}}$; dunque

» $V = \frac{f^p T y^{mp}}{\left(\int \frac{R^{\frac{1}{q}} y^{m-1} dy}{T^{\frac{1}{q}}}\right)^p}$. Laonde ſe così fatto valore avrà la V, sarà la for-

» mola ſeparabile. »

» Cacciata pertanto dall'equazione la V, ſi avrà

„ $\frac{1}{f}\int\frac{R^{\frac{1}{q}}y^{m-1}dy}{T^{\frac{1}{q}}}\,D\frac{\overline{A^{q}-t^{q}}^{\frac{1}{p}}}{t^{\frac{q}{p}}}=\overline{\frac{t}{A}-\frac{\overline{A^{q}-t^{q}}^{\frac{1}{p}}}{ft^{\frac{q}{p}}}}\cdot\frac{R^{\frac{1}{q}}y^{m-1}dy}{T^{\frac{1}{q}}}$ e fatta la
„ conveniente divisione,

$$\frac{D\frac{\overline{A^{q}-t^{q}}^{\frac{1}{p}}}{t^{\frac{q}{p}}}}{\frac{t}{A}-\frac{\overline{A^{q}-t^{q}}^{\frac{1}{p}}}{ft^{\frac{q}{p}}}}=\frac{fR^{\frac{1}{q}}y^{m-1}dy}{T^{\frac{1}{q}}\int\frac{R^{\frac{1}{q}}y^{m-1}dy}{T^{\frac{1}{q}}}},$$

nella quale sono separate le
„ incognite. „

„ La seconda parte dell' equazione ci mette innanzi un differenziale
„ logaritmico. Per ridur la prima ad una espressione più commoda, si
„ faccia $\frac{\overline{A^{q}-t^{q}}^{\frac{1}{p}}}{t^{\frac{q}{p}}}=\frac{z}{A}$ onde si avrà $\frac{A^{\frac{p+q}{q}}}{\overline{A^{p}+z^{p}}^{\frac{1}{q}}}=t$, onde fatte le sosti-
„ tuzioni, e presa l' integrazione, $\int\frac{dz.\overline{A^{p}+z^{p}}^{\frac{1}{q}}}{A^{\frac{p+q}{q}}-z.\frac{\overline{A^{p}+z^{p}}^{\frac{1}{q}}}{f}}=$
„ $fL\frac{B}{A}\int\frac{R^{\frac{1}{q}}y^{m-1}dy}{T^{\frac{1}{q}}}$.

„ Nell' integrare si è aggiunto il logaritmo B, e i logaritmi sonosi
„ presi nella logistica della sottangente $=A$, il cui logaritmo si suppo-
„ ne $=0$. Questa è l'espressione, quando $\int\frac{R^{\frac{1}{q}}y^{m-1}dy}{T^{\frac{1}{q}}}$ sia positiva: ma

» se fosse negativa, per fuggire i logaritmi delle quantità negative così

» si avrebbe a prendere l'integrale $\int l \frac{AB}{\int -\frac{R^{\frac{1}{q}} y^{m-2} dy}{T^{\frac{t}{q}}}}$.

» Nella trovata equazione si hanno z, y date l'una per l'altra.
» Convien per esse determinare la x. Il che non è difficile, perchè si è
» trovata $x = \frac{1}{y^m} \int t z y^{m-2} dy$; onde sostituiti i valori di t, z, si avrà

» $x = \frac{1}{y^m} \int \frac{A^{\frac{p}{q}} R^{\frac{1}{q}} y^{m-2} dy}{T^{\frac{1}{q}} . \overline{A^p + z^p}^{\frac{1}{q}}}$

» Per dare un esempio, che mostri l'utilità della premessa teoria, mi
» prendo a sciogliere il seguente teorema. Data l'indefinita EAB (Fig. 5.)
» e fuori di essa il punto F, si dimanda la natura, e l'equazion della
» curva MN, a cui condotta qualunque tangente CD, e congiunte CF,
» DF, l'angolo CFD sia dato. »

» Dal punto F s'inchinino la FA, FB per modo che ciascun degli
» angoli FAB, FBA sia eguale a CFD. A queste sieno parallele le CE,
» CG, ed alla EB sia parallela la FIH. Si chiami FA $=$ FB $= a$, AB $= b$,
» AE $= x =$ FH, CE $=$ CG $= y$: dunque CH $=$ CI $= y - a$. Per la si-
» militudine de' triangoli FAB, CHI sarà FA : AB : : CH : HI, ovvero

» $a : b : : y - a :$ HI $= \frac{b}{a} . \overline{y-a}$: dunque FI $= x - \frac{b}{a} . \overline{y-a}$. La sot-

» tangente ED $= \frac{ydx}{dy}$: dunque AD $= x - \frac{ydx}{dy}$.

» Poichè l'angolo CFD $=$ IFA, ch'è uguale all'alterno FAB, detrat-
» ta la parte comune IFD, rimarrà CFI $=$ DFA: ma l'angolo FIC $=$
» FAD, perchè amendue col dato compion due retti: dunque il triangolo
» FAD è simile a FIC: dunque FA : AD : : FI : CI, ovvero $a : x - \frac{ydx}{dy} : :$

» $x - \frac{b}{a} . \overline{y-a} : y - a$: ovvero $\overline{ay - aa} . dy = \overline{xdy - ydx} . \overline{x - \frac{b}{a} . \overline{y-a}}$, ovvero

» $\overline{a^2 - ay} . dy = \overline{x - \frac{b}{a} . \overline{y-a}} . \overline{ydx - xdy}$. »

» Pri-

» Prima d'inoltrarmi considero, che se l'angolo dato CFD fosse retto,
» la AB si annullerebbe, e però $b = o$: dunque $a^2dy - aydy = yxdx - x^2dy$
» e dividendo per y^3, sarà $\frac{a^2dy}{y^3} - \frac{ady}{y^2} = \frac{yxdx - x^2dy}{y^3}$, ed integrando
» $\frac{A}{a} - \frac{a^2}{2y^2} + \frac{a}{y} = \frac{x^2}{2y^2}$, la quale conviene a tutte le sezioni coniche,
» riferite alla direttrice FB, essendo il punto dato T il foco.

» L'equazione poi presa generalmente intanto si separa, in quanto
» al presente canone si riduce. Conciossiachè ritroveremo $R = a^2 - ay$,
» $V = 1$, $T = \frac{b}{a}.\overline{a-y}$, $m = -1$, $q = p$, $p = 1$; di fatto si trova aver
» la V la condizione richiesta, quando facciasi $f = -\frac{a^2}{b^2}$. Ma sarà me-
» glio, che in luogo di ricavare la separazione dalla formola generale,
» la deduciamo a poco a poco seguendo le operazioni divisate.

» Sia adunque la formola $\overline{a^2-ay}.dx = \overline{x + \frac{b}{a}\overline{a-y}}.\overline{-xdy + ydx}$.
» Si adoperi la sostituzione $-xdy + ydx = tzdy$, la qual divisa per y^2,
» ed integrata dà $x = y\int\frac{tzdy}{yy}$, e si arriverà $\overline{a^2 - ay}.dy =$
» $\overline{y\int\frac{tzdy}{yy} + \frac{b}{a}.\overline{a-y}}.tzdy$, e traspositi i termini, $\overline{a-y}.\overline{a-\frac{bt}{a}z} =$
» $ytz\int\frac{tzdy}{yy}$. De' due fattori del primo membro l'uno sarà soltanto dato
» per y, l'altro per t, quando la z si consideri in appresso come costante.
» Adunque $\frac{\overline{a-y}}{y}.\frac{\overline{a-\frac{b}{a}zt}}{t} = z\int\frac{ztdy}{yy}$, e prendendo le differenze,

„ $-\frac{ady}{yy}.\frac{\overline{a-b}\,zt}{\frac{a}{t}} - \frac{adt}{t^2}.\frac{\overline{a-y}}{y} = \frac{z^2tdy}{yy}$. Trasportati i termini avremo

„ $-\frac{adt}{t^2}.\frac{\overline{a-y}}{y} = \frac{dy}{yy}.\overline{z^2t + \frac{aa-bzt}{t}}$, ovvero $\frac{-adt}{t^2.\,\overline{z^2t + \frac{aa-bzt}{t}}} =$

„ $\frac{dy}{y.\,\overline{a-y}}$:

„ Il caso dell'angolo retto domanda, che sia $b=0$; dunque ponendo „ $z=1$, avremo $-\frac{adt}{t.\,\overline{t^2+a^2}} = \frac{dy}{y.\,\overline{a-y}}$: e dividendo le formole secondo il „ metodo noto; si avrà $-\frac{\frac{1}{a}dt}{t} + \frac{\frac{1}{a}tdt}{t^2+a^2} = \frac{1}{a}\frac{dy}{y} + \frac{\frac{1}{a}dy}{a-y}$, e fatta la „ moltiplicazione per a, indi presi gl'integrali passando dai logaritmi ai „ numeri $\frac{\sqrt{tt+aa}}{t} = \frac{By}{a.\,\overline{a-y}}$. B s'introduce per l'aggiunta della costante „ nell'integrazione. Quindi avremo $t = \frac{a^2.\,\overline{a-y}}{\sqrt{\frac{BB-aa}{aa}.\,yy-aa+2ay}}$; ma „ $x = y\int\frac{tdy}{yy}$; dunque $x = y\int\frac{a^2dy.\,\overline{a-y}}{y^2\sqrt{\frac{B^2-a^2}{aa}.\,y^2-a^2+2ay}}$: ma questa „ sommatoria si trova $\sqrt{\frac{BB-aa}{aa}-\frac{aa}{yy}+\frac{2a}{y}}$; dunque $x=$ „ $y\sqrt{\frac{B^2-a^2}{aa}-\frac{a^2}{y^2}+\frac{2a}{y}} = \sqrt{\frac{BB-aa}{aa}.\,y^2-a^2+2ay}$; cioè $x^2=$

„ B²

„ $\frac{BB - aa}{aa} \cdot y^2 - a^2 + 2ay$; la quale è la stessa con quella ritrovata di so-
„ pra, quando si stabilisca $2A = \frac{BB - aa}{a}$. „

„ Presa poi la formola generalmente in supposizione di $z = 1$, sarà
„ $\frac{-adt}{t \cdot \overline{tt - bt + aa}} = \frac{dy}{y \cdot \overline{a - y}}$, la quale risoluta in formole più semplici si
„ ritrova $-\frac{\frac{1}{a}dt}{t} + \frac{\frac{1}{a} \cdot \overline{tdt - \frac{b}{2}dt}}{tt - bt + aa} - \frac{\frac{1}{a}\frac{b}{2}dt}{tt - bt + aa} = \frac{1}{a}\frac{dy}{y} + \frac{\frac{1}{a}dy}{a - y}$.

„ E moltiplicando per $\frac{2a}{b} \cdot \overline{aa - \frac{bb}{4}}$, verrà $\frac{2}{b} \cdot \overline{aa - \frac{bb}{4}}$.
„ $\overline{\frac{dt}{t} + \frac{tdt - \frac{b}{2}dt}{tt - bt + aa} - \frac{dy}{y} - \frac{dy}{a-y}} = \frac{\overline{aa - \frac{bb}{4}} \cdot dt}{tt - bt + aa}$. Il primo membro con-
„ tiene tutte quantità logaritmiche, il secondo è la differenza di un arco
„ circolare, il cui raggio $= \sqrt{aa - \frac{bb}{4}}$, la tangente $= t - \frac{b}{2}$. Dal che si
„ vede, che la curva delle coordinate t, y dipende dalla quadratura del
„ circolo, e dell' Iperbola, e che la x non può aversi se non per mezzo
„ della quadratura di una curva meccanica.

PAR:

PARTE TERZA

Della riduzione delle equazioni differenziali del ſecondo grado.

I. Dopo eſſerci trattenuti quanto baſta ſeparando le variabili nelle formole differenziali del primo grado, facciamo paſſaggio a quelle del ſecondo, nelle quali s'incontra un' altro genere di difficoltà. Parerebbe, che i metodi già inſegnati doveſſero agevolarci la ſtrada; ma per dire il vero, quantunque non ſieno affatto inutili, non ſono però di grand' uſo, dovendoſi nella materia, che abbiamo per le mani, adoprare un' altra ſorte d'induſtria. In parecchj, anzi in infiniti caſi le eſpreſſioni del ſecondo ordine ſono forſe più facili a maneggiarſi di quelle del primo, ed abbiamo certi metodi più generali; mentre l' Analiſta ha adempito al ſuo obbligo, quando giugne a ridurle alle formole del primo grado, nelle quali ſe non ſono bene ſpeſſo ſeparabili le incognite, la colpa non è della maniera, con cui ſi ſviluppano le ſeconde differenze, ma piuttoſto di quella, con cui ſi ſono maneggiate le prime. Noi ſecondo il noſtro lume anderemo eſponendo varj metodi, facendoci ſopra d'ognuno qualche neceſſaria oſſervazione.

Metodo I.

La forma, che a prima viſta ci ſi preſenta, conſiſte nel ridurre l' equazione propoſta ſotto un' altro aſpetto traſponendo i ſuoi termini, o moltiplicandoli, o dividendoli per qualche quantità, in ſomma adoperando quegli ajuti dell' analiſi volgare, che ſervono per dar regola all' equazioni.

Gli Analiſti Franceſi, per quanto ho veduto da loro ſchediaſmi, non han finora ſaputo valerſi d'altro artificio, che di queſto, e perciò ſarà bene di prenderne da loro gli eſempj.

Eſem-

Esempio I.

Cercava il Signor Marchese dell' Ospitale quale fosse quella curva descritta in un piano verticale, per cui discendendo liberamente un grave, in ogni punto l'aggravasse, o la premesse con una forza costante uguale al suo peso. In questo caso bisogna considerare non solo la gravità del mobile, ma la sua forza centrifuga. Chiamando a il peso del corpo, x l'ascissa, ed y l'ordinata della curva in quistione, dx, dy le differenze, e du la flussione della curva, che si suppone costante, la pressione normale causata dalla forza centrifuga s'esprime con la quantità $\frac{2ayddx}{dudy}$, e quella cagionata dalla gravità con l'altra quantità $\frac{adx}{du}$; ma queste due pressioni sono per l'ipotesi eguali al peso costante a; dunque $\frac{2ayddx}{dudy} + \frac{adx}{du} = a$, o sia $2yddx + dxdy = dydu$,

Ha osservato il Signor Marchese suddetto, che l'ultimo membro, stante la costante du, è integrabile, e che tale sarebbe, quand' anche si moltiplicasse, o dividesse per qualsivoglia funzione dell' ordinata y, facendo la du costante figura di unità. Restava dunque da integrarsi il primo membro, che penso sia stato da lui fatto nella seguente forma. Dividasi il tutto per $2\sqrt{y}$ stante il coefficiente 2, ed allora l'integrale del primo membro sarà $dx\sqrt{y}$, e quello del secondo $du\sqrt{y}$, e detratta la costante $-du\sqrt{a}$, essendo sempre du maggior di dx, avremo $dx\sqrt{y} = du\sqrt{y} - du\sqrt{a}$ formola facile a ridursi.

COROLLARIO.

Nota il Signor Varignon, che non solamente succede la riduzione nel caso di sopra esposto, ma quand' anche la pressione fosse data per qualsivoglia dignità dell' ordinata y, e meglio avrebbe detto per qualsivoglia funzione. Sia $\frac{2ayddx + adxdy}{dudy} = by^m$, si maneggierà la formola con la stessa divisione per $2\sqrt{y}$. Nè sarebbe difficile il fare lo stesso sostituendo in cambio del coefficiente 2 qualsivoglia quantità c.

Esem-

Esempio II.

Il lodato Signor Varignon fattosi a sciogliere il Problema inverso delle forze centrali nel vuoto, supposta la forza data in qualsivoglia modo per la distanza dal centro, si è ingegnato di ridurre le formole da lui per la via diretta scoperte. La prima delle sue formole, è la seguente

$f = \frac{-duddu}{dydt^2}$, du è l'elemento della curva, e dt quello del tempo, e nella

predetta formola si era presa per costante la quantità ydx. Moltiplicando per $dydt^2$ sarà $fdydt^2 = -duddu$, e di nuovo moltiplicando per 2,

$2fdydt^2 = -2duddu$, e dividendo per y^2dx^2, $\frac{2fdydt^2}{y^2dx^2} = -\frac{2duddu}{y^2dx^2}$, ed

integrando $2\int\frac{fdydt^2}{y^2dx^2} = -\frac{du^2}{y^2dx^2} + n$; ovvero $2y^2dx^2 . \int\frac{fdydt^2}{y^2dx^2} = ny^2dx^2$

$- du^2 = ny^2dx^2 - dx^2 - dy^2$, oppure $dy^2 = ny^2dx^2 - dx^2 - 2yydx^2$.

$\int\frac{fdydt^2}{y^2dx^2}$, e finalmente $\frac{dy}{\sqrt{nyy-1-2yy\int\frac{fdydt^2}{y^2dx^2}}} = dx$; e facendo giusta la

comune ipotesi il tempo proporzionale all'area cioè, $dt = ydx$;

$$\frac{dy}{\sqrt{nyy-1-2yy\int fdy}} = dx.$$

Esempio III.

Ecco la seconda formola del Signore Varignon, posta ancora ydx come

costante, $f = \frac{dx^2 - yddy}{ydt^2}$, e conseguentemente $\frac{2fdydt^2}{yydx^2} = \frac{2dydx^2 - 2ydyddy}{y^3dx^2}$

$= \frac{2ydy}{y^4} - \frac{2dyddy}{yydx^2}$, la di cui integrale a causa di ydx costante è

$2\int\frac{fdydt^2}{yydx^2} = -\frac{1}{yy} - \frac{dy^2}{yydx^2} + n$. Nel rimanente si proseguisca come sopra:

Esempio IV.

Posta dx costante, abbiamo la formola $f = \frac{du^2 - yddy}{ydt^2}$, e perchè posta dx costante, si ha $dyddy = duddu$, avremo altresì $f = \frac{dydu^2 - yduddu}{ydydt^2}$, che si ridurrà alla seguente $\frac{2fdydt^2}{yydx^2} = \frac{2ydydu^2 - 2yyduddu}{y^4dx^2}$, la di cui integrale a causa della costante dx, sarà $2\int \frac{fdydt^2}{yydx^n} = -\frac{du^2}{yydx^2} + n$ ec.

Esempio V.

Senza supponere alcuna differenziale costante avremo la formola $f = \frac{dxdydu^2 + ydu^2ddx - ydxduddu}{ydxdydt^2}$, ciò, che dà $\frac{2fdydt^2}{yydx^2} = \frac{2ydx^2dydu^2}{y^4dx^4} + \frac{2yydu^2dxddx - 2y^2dx^2duddu}{y^4dx^4}$, l' integrale del secondo membro sarà $-\frac{du^2}{yydx^2} + n$; come nell'esempio quarto.

S C O L I O,

Chi potrà mai far uso di questo metodo ne' casi più difficili, se prima non avrà qualche sentore della integrazione, che dee farsi? Per dir il vero le operazioni sono così involute, e tanti tentativi bisogna fare, che mi sembrerebbe molto povero quell' Analista, che si soggettasse a questo modo di operare con incertezza della riuscita. In fatti il Signore Varignon non è mai giunto all' integrazione delle sue formole, se prima non ha veduto il Problema sciolto per altra strada da' Signori Ermanno, e Bernoulli. Questi gli anno insegnato, che potea farsi ciò, che a lui non sarebbe mai caduto in pensiero di fare.

Meto-

Metodo II.

II. Il secondo metodo si debbe all' industria dell' incomparabile Signore Giovanni Bernoulli. Passa egli alle seconde flussioni senza prendere quantità costante, indi con la formola sotto l'occhio determina una quantità costante, per cui l'espressione viene ad abbracciarsi, ed a ridursi facilmente integrabile. Io non saprei come meglio spiegare il metodo, quanto servendomi dell' esempio addotto dall' Autore.

Una delle formole, per cui si esprime il valore della forza centrale tendente ad un punto nel vuoto è la seguente; $f = \frac{dy^3 + dx^2dy - xdyddx + xdxddy}{2x^3dy^3}$.

L'artificio, di cui si vale il Signore Bernoulli per separar le indeterminate, consiste in abbracciare questa lunga formola, ciò che può farsi in considerando qual sia quella differenziale, che fatta costante, il che è arbitrario, lascia nell' omogeneo di comparazione due soli termini, distruggendo gli altri due. Ora con un poco di attenzione si scopre, potersi ciò fare in due maniere, cioè prendendo per costante xdy, ovvero $\frac{dx}{x}$.

Sia dunque $xdy = c$, e prese le differenze, $xddy + dxdy = 0$, e moltiplicando per dx, $xdxddy + dx^2dy = 0$. Svaniscono pertanto in questa ipotesi nell' omogeneo di comparazione della equazione principale il secondo, ed il quarto termine, cosicchè avremo $f = \frac{dy^3 - xdyddx}{2x^3dy^3}$, ma $xdy = c$; dunque $x^3dy^3 = c^3$; e conseguentemente $f = \frac{dy^3 - xdyddx}{2c^3}$; ma essendo $xddy + dxdy = 0$, sarà $dy = -\frac{xddy}{dx}$, e sostituendo, $f = -\frac{xdy^2ddy}{2c^3dx} - \frac{xdyddx}{2c^3}$, ovvero $f = -\frac{xdy^2ddy - xdydxddx}{2c^3dx}$, ma $xdy = c$; dunque $f = -\frac{dyddy - dxddx}{2c^2dx}$, e finalmente $fdx = -\frac{dyddy - dxddx}{2cc}$. Pertanto integrando troveremo

$$\int fdx = -\frac{dy^2 - dx^2}{4cc} \pm n, \text{ o sia } \int fdx = -\frac{dy^2 - dx^2}{4x^2dy^2} \pm n.$$

Si no-

Si noti per toglier di mezzo ogni equivocazione, che x è la distanza del mobile dal centro, e la forza f è data in qualsivoglia modo per la distanza medesima, essendo dy l'arco infinitesimo circolare, che fa figura della differenza della assissa.

Altrimenti.

Si può arrivare alla medesima integrazione moltiplicando per dx l'equazione $f = \frac{dy^3 - xdyddx}{2c^3}$, onde s'abbia $fdx = \frac{dxdy^3 - xdydxddx}{2c^3}$. Quindi integrando per parti, disposta prima l'equazione nel modo seguente $fdx = \frac{dxdy^3}{2c^3} - \frac{xdydxddx}{2c^3}$, considereremo esser $xdy = c$, dunque $c^3 = x^3dy^3$; ed in conseguenza $\frac{dxdy^3}{2c^3} = \frac{dx}{2x^3}$; e $- \frac{xdydxddx}{2c^3} = - \frac{dxddx}{2x^2dy^2}$, e perciò $\int fdx = - \frac{1}{4xx} - \frac{dx^2}{4x^2dy^2} \pm n$.

Altrimenti.

Sia ora costante la quantità $\frac{dx}{x}$. Questa supposizione cangia l'equazione principale nella seguente $f = \frac{dy^3 + xdxddy}{2x^3dy^3}$, moltiplicando il tutto per dx

$fdx = \frac{dx}{2x^2} + \frac{dx^2ddy}{2x^2dy^3}$, la di cui integrale a causa di $\frac{dx}{x}$, o $\frac{dx^2}{x^2}$ costante si trova esser come sopra $\int fdx = - \frac{1}{4xx} - \frac{dx^2}{4x^2dy^2} \pm n$.

S C O L I O.

III. Mentre il lodato Signore Bernoulli non abbia qualche artificio particolare per fissar quale costante debba assumersi, non vedo, che questo metodo possa mai estendersi ad abbracciar molti casi; con tutto ciò in certe formole difficilissime, e poco meno, che disperate può trovar il suo luo-

luogo. Per facilitare l'esecuzione prendo di nuovo per mano la formola Bernoulliana $f = \frac{dy^3 + dx^2dy - xdyddx + xdxddy}{2x^3dy^3}$, e per tentare se può riuscir la faccenda, ovvero, se ci sono due termini, che moltiplicati, o divisi per qualche quantità comune ad ambi si possano ridurre ad essere integrabili. Ciò, che si è detto di due termini, si dica di tre, di quattro ec. Ora fatta l'integrazione di questi termini, la loro integrale si prenda per costante, e si prosegua col metodo sopra adoperato l'operazione. Qualche volta ci riuscirà l'intento, e spesse volte resteremo delusi.

Nel caso nostro osservo, che presi i due termini $dx^2dy + xdxddy$, se io li divido per dx, restando $xddy + dxdy$, questa quantità è integrabile, ed il suo integrale è xdy, ecco dunque per qual cagione il Signore Bernoulli ha presa questa quantità come costante.

Similmente ne' due termini $dx^2dy - xdyddx$ fatta la divisione per dy, cangiati i segni, e di nuovo dividendo per x^2, si scopre la loro sommatoria $\frac{dx}{x}$, e si ricava per qual motivo il detto Signore Bernoulli abbia scelta questa quantità come costante.

Esempio.

Propongo la formola $yx.\overline{dxddy - dyddx} = ydydx^2 - y^2dzdy^2 - xdxdy^2$, la quale sembra da prima imbrogliatissima, ed in cui la variabile z è data in qualsivoglia modo per y. Con tutto ciò io la dispongo nella seguente forma $yxdxddy + y^2dzdy^2 = yxdyddx + ydydx^2 - xdxdy^2$. Ora se io divido l'omogeneo di comparazione per dy, resterà $yxddx + ydx^2 - xdxdy$, alla qual quantità per essere integrabile nulla manca fuori, che il dividerla per yy, ed in tal caso avremo il suo integrale $\frac{xdx}{y}$. Fatte queste operazioni, avremo $\frac{xdxddy}{ydy} + dzdy = \frac{yxddx + ydx^2 - xdxdy}{yy} = o$, presa per costante $\frac{xdx}{y}$; onde la nostra equazione sarà ridotta $\frac{xdx}{y}. - \frac{ddy}{dy^2} = dz$, ed integrando $\frac{xdx}{ydy} = z$, o sia $xdx = zydy$, ommessa l'addizione delle costanti, che non turba il metodo.

SCO-

SCOLIO.

In questa maniera il metodo Bernoulliano sarà ridotto a buon uso; e potrà essere messo in pratica con profitto, particolarmente in certe formole più imbarazzate.

Metodo III.

IV. Elegante si è l'osservazione del dotto Analista Inglese Taylor; come fissata in una equazione per costante la flussione dy, e per variabile la dx, possa trasformarsi in altra, in cui, mutate le vicende, sia costante dx, e variabile dy.

Si scioglie il quesito sostituendo questi valori, cioè in cambo di $ddx = \frac{-dxddy}{dy}$; $dddx = \frac{-dxdydddy + 3dxddy^2}{dy^2}$; $d^4x = \frac{-dxdy^2d^4y + 10dxdyddyd^3y -}{dy^3}$

$-\frac{15dxddy^3}{dy^3}$, e così successivamente all'infinito. Veggasi la dimostrazione presso l'Autore. Basterà, ch'io dimostri il Teorema nelle seconde flussioni.

Sia l'equazione cattolica $pdx = dy$, p è una quantità in qualsivoglia modo data per x, ed y. Prendo le differenze, posta costante dy; dunque $-pddx = dpdx$. Prendo di nuovo le differenze, posta costante dx, $ddy = dpdx$; dunque paragonando insieme le due equazioni, $ddx = -\frac{ddy}{p}$, ma $\frac{dx}{dy} = \frac{1}{p}$; dunque $ddx = -\frac{dxddy}{dy}$; il che dovea dimostrarsi.

COROLLARIO.

A questo passo avvertirò, che prendendosi molte fiate per costante la flussione du, ch'è l'elemento della curva, in tal caso, come si è fatto di sopra dal Signor Varignon, invece di $dxddx$ potiamo porre la quantità equivalente $-dyddy$. In fatti essendo $dx^2 + dy^2 = du^2$, prese le differenze, fissata du come costante, troveremo $2dxddx + 2dyddy = 0$; dunque $dxddx = -dyddy$; il che ec.

SCO-

SCOLIO I.

V. Non ſi vede qual uſo ſia ſtato fatto dal Signore Taylor di queſta ſua ſpecolazione. Eſſa può ſervire in molti caſi per integrare con franchezza l'equazioni differenzio-differenziali, e può ſervire di preparazione per gli altri metodi, che ſi ſono ſpiegati, e ſi anderanno ſpiegando. Ma prima per tutto ciò, che ci poteſſe accadere, è d'uopo renderlo più univerſale.

Ripiglio la formola cattolica $pdx = dy$, paſſo alle ſeconde differenze col prender per coſtante ad arbitrio la quantità infiniteſimale mdy, ſi ſuppone in una funzione di x, o di y, o d'ambe inſieme. Moltiplico dunque l'uno, e l'altro membro per m, onde s'abbia $mpdx = mdy$. Quindi giuſta l'ipoteſi $mpddx + mdpdx + pdmdx = 0$. Torno a prendere le differenze, poſta coſtante ndx, n parimenti è data in qualſivoglia modo per le coordinate x, y. E perchè in tal caſo $ndx = \frac{ndy}{p}$, differenziando ſarà $0 = pnddy + pdndy - ndydp$, ma $dy = pdx$, dunque $0 = nddy + dndy - ndpdx$, e combinando inſieme le due equazioni, troveremo $pddx + \frac{pdmdx}{m} = -dpdx = -ddy - \frac{dndy}{n}$, cioè $ddx + \frac{dmdx}{m} = -\frac{ddy}{p} - \frac{dndy}{pn}$: ma $\frac{1}{p} = \frac{dx}{dy}$, dunque $ddx = -\frac{dxddy}{dy} - \frac{dmdx}{m} - \frac{dndx}{n}$.

Se ci verrà pertanto propoſta un'equazione, in cui ſia ſtata preſa per coſtante la quantità mdy, e vorremo trasformarla in un altra, in cui ſia coſtante ndx, in luogo di ddx collocheremo il valore poc'anzi trovato $-\frac{dxddy}{dy} - \frac{dmdx}{m} - \frac{dndx}{n}$.

SCOLIO II.

VI. Ma perchè ſpeſſe fiate ſi prende per coſtante una quantità compleſſa in vece di una ſemplice, come per cagione d'eſempio $xdx + ydy$, o $xdy - ydx$ ec. faremo con facilità la trasformazione, ſe lo giudicheremo a propoſito, col metodo di ſopra ſpiegato.

Eſem-

Esempio I.

Se fosse proposta l' equazione, in cui si è presa dx per costante, $dx^2dy - dy^3 = adxddy + xdyddy$, essa facilmente si renderebbe integrabile collocando in cambio di ddy il valore $-\frac{dyddx}{dx}$; imperocchè sarebbe $dx^2dy - dy^3 = -adyddx - xdyddx$, cioè $dx^2 - dy^2 = -addx - xddx$; e Perchè dy è costante, trasponendo il termine $-xddx$, avremo $xdx - ydy = adx$ equazione all'iperbola.

Esempio II.

Propongo la formola seguente, in cui si è presa per costante la quantità ydx, ed in cui si è fatta la preparazione per ridurla al Canone del premesso Scolio primo $\frac{ddy}{dy} + \frac{dx}{x} + \frac{dy}{y} = \frac{dx - x^2dx}{x + x^3}$; moltiplico il tutto per dx, dunque $\frac{dxddy}{dy} + \frac{dx^2}{x} + \frac{dxdy}{y} = \frac{dx^2 - x^2dx^2}{x + x^3}$. Prendo per mano la formola dello Scolio suddetto $\frac{dxddy}{dy} + \frac{dmdx}{m} + \frac{dndx}{n} = -ddx$. Paragono termine con termine: ne'due primi si dà egualità perfetta, come altresì ne'due terzi, se in luogo di n metterò y, stante che nel nostro caso essendosi presa costante $ydx = ndx$ nella formola generale; onde $n = y$.

Paragonando poi i due termini secondi $\frac{dx^2}{x} = \frac{dmdx}{m}$, si vede, che non possono essere eguali, se non quando $m = x$. Per poter dunque surrogare la quantità $-ddx$ in cambio di $\frac{dxddy}{dy} + \frac{dx^2}{x} + \frac{dxdy}{y}$ è necessario prender per costante la quantità xdy, ed allora avremo la nuova equazione $-ddx = \frac{dx^2 - x^2dx^2}{x^3 + x}$, cioè $xddx + x^3ddx + dx^2 - x^2dx^2 = 0$; la quale divisa per $\overline{a + xx}^2$ ci dà l'integrale $\frac{xdx}{a+xx} = xdy$ costante, o sia $\frac{dx}{a+xx} = dy$; il che doveа trovarsi.

SCO-

SCOLIO.

L'ultima equazione però $-ddx = \frac{dx^2 - x^2dx^2}{x+x^3}$, oppure $ddx = \frac{x^2dx^2 - dx^2}{x + x^3}$ ſi può anche maneggiare nella ſeguente maniera. Si divida il tutto per dx, e ſi abbia $\frac{ddx}{dx} = \frac{x^2dx - dx}{x + x^3}$. Quindi ſi oſſervi, che l'integrale del primo membro è logaritmo dx, e quel del ſecondo logaritmo $\frac{a + x^2}{x}$, conſeguentemente avremo paſſando dai logaritmi alle quantità comuni $dx : \frac{\overline{a+xx}}{x} = \frac{xdx}{a+xx}$ = alla coſtante xdy.

Metodo IV.

VII. L'ultimo Scolio ci apre la ſtrada alla ſpiegazione del ſeguente metodo, che dipende dai logaritmi. Come la loro Teoria è nota, così ſenza dirne di vantaggio baſterà il portar qualche eſempio, col farci ſopra qualche oſſervazione.

Eſempio I.

Quando le indeterminate ſono ſeparate, non ſi ricerca di vantaggio per paſſar all'integrazione, ſe non che la differenziale ſeconda ci compariſca in figura tale, che la ſua ſomma dipenda dai logaritmi. Sia $xddx + dx^2 + x^3dx^2 = xzdydx$, la quantità z è data per y. Dividendo il tutto per xdx, sarà $\frac{ddx}{dx} + \frac{dx}{x} + x^2dx = zdy$. Facciaſi $x^2dx = \frac{dp}{p}$, $zdy = \frac{dq}{q}$, avremo p data per x, e q data per y, ed ordinata l'equazione, $\frac{ddx}{dx} + \frac{dx}{x} + \frac{dp}{p} - \frac{dq}{q} = 0$. Quindi integrando, $ldx + lx + lp = lq$, cioè $\frac{pxdx}{q}$ = alla coſtante, che ſi foſſe aſſunta per eſempio dy, dunque $pxdx = qdy$: ma eſſendo data per x la p, e la q per y, ſono ſeparate le variabili.

SCOLIO.

Ma perchè nessuno ha fatto più uso di questo metodo del Signore Conte Giulio Carlo de' Tagnani nel primo Tomo de' Supplementi al Giornale d'Italia pag. 180., e seguenti, per non rifare il già fatto, a lui senz' altro mi rimetto.

Metodo V.

VIII. Servendosi degli accennati metodi, e particolarmente dell' antecedente, come di ajuti secondarj, potremo procedere col nostro secondo metodo adoperato nella separazione delle variabili del primo grado, mettendo in uso una dimezzata separazione ivi insegnata, e procedendo presso poco nella stessa maniera.

Esempio I.

Prendo per mano di bel nuovo la formola Ospitaliana $2yddx + dxdy = dydu$, che il suo Autore ha integrata, dividendo tutta l'equazione per $2\sqrt{y}$. Ma questa maniera è imperfetta; mentre non m' insegna a trovare quella precisa quantità, per cui dee dividersi, o moltiplicarsi l'equazione proposta. Vegghiamo dunque, se ci può essere un metodo più fermo, e se applicando a questo caso il metodo già adoperato nel maneggiare le prime differenze, si possa ottenere l'intento.

Giacchè $2yddx + dxdy = dydu$; preparo l'equazione nella seguente maniera, $dx \times \overline{\frac{ddx}{dx} + \frac{dy}{2y}} = \frac{dy}{2y} . du$. Osservo le due quantità sotto la linea integrabili per via di logaritmi. Faccio pertanto $\frac{ddx}{dx} + \frac{dy}{2y} = \frac{dp}{p}$, e sostituendo questo valore, $\frac{dxdp}{p} = \frac{dy}{2y} . du$. Intanto integrando, si ha $ldx + l\sqrt{y} = lp + ldu$, la quale costante ldu è necessario di aggiugnere, acciocchè fatto il passaggio dalle quantità logaritmiche alle comuni, l'omogeneità dei termini si conservi. Sarà pertanto $\sqrt{y} . dx = pdu$, ovvero $dx = \frac{pdu}{\sqrt{y}}$; e nell' equazione poc' anzi trovata $\frac{dxdp}{p} = \frac{dy}{2y} . du$ surrogato questo nuo-

vo

vo valore di dx, troveremo $\frac{dp}{\sqrt{y}} = \frac{dy}{2y}$, o sia $dp = \frac{dy}{2\sqrt{y}}$, ed integrando;

$p+a = \sqrt{y}$, o $p = \sqrt{y} - a$, e moltiplicando per la costante du, $pdu = \sqrt{y} \cdot du - adu$; ma $pdu = \sqrt{y} \cdot dx$, dunque $\sqrt{y} \cdot dx = \sqrt{y} \cdot du - adu$, il che ec.

Esempio II.

Il chiarissimo Signore Ermanno fattosi a costruire la Tragettoria delle forze centrali nel vacuo, che tendono ad un centro fisso, e che serbano la ragione inversa de' quadrati delle distanze, in vece di cercare la loro equazione al foco, con mirabile sagacità l'ha cercata all'asse, ed ha ottenuta la costruzione senz' altre riduzioni. Veggasi il Giornale d' Italia Tomo secondo, e le Memorie dell' Accademia Reale di Francia per l'anno 1710.

Ora l'equazione scoperta nell' accennata ipotesi fu la seguente, giudicata disperata per l' integrazione dell' incomparabile Signore Giovanni Bernoulli. $\frac{-ddx\sqrt{xx+yy}}{x} = \frac{\overline{ydx-xdy}^2}{xx+yy}$. Si noti essere stata assunta per costante la quantità $ydx - xdy$ proporzionale al tempo.

Se dunque divideremo la seconda flussione ddx per la suddetta costante $ydx - xdy$, la grandezza, che ne risulta, sarà integrabile: quindi rigettate tutte le altre quantità nel membro corrispondente, resta a vedersi, se ci sia modo di separar le variabili, e se fatta la separazione, si possa pervenire all'integrazione. Avremo pertanto l'equazione espressa nella seguente forma $\frac{-ddx}{ydx-xdy} = \frac{x.\ ydx-xdy}{xx+yy \times \sqrt{xx+yy}}$. Nel secondo membro la quantita $ydx - xdy$ si fa sommabile, come è noto, mentre si divida per il quadrato yy, ed in conseguenza preparata secondo il nostro metodo l'equazione $\frac{-ddx}{ydx-xdy} = \frac{xyy}{xx+yy.\ \sqrt{xx+yy}} \times \frac{ydx-xdy}{yy}$. Prendo $\frac{ydx-xdy}{yy} = dp$, ed integrando $\frac{x}{y} = p$. Fatta in consonanza di ciò l' opportuna sostituzione, $\frac{-ddx}{ydx-xdy} = \frac{xyydp}{xx+yy.\ \sqrt{xx+yy}}$. Col mezzo poi dell' equazione $\frac{x}{y} = p$ facciasi svanire l'una, o l'altra delle inde-

 termi-

terminate x, y, e se nell'operazione amendue si dileguano, segno manifesto è, che le variabili senz'altro artificio si separano.

Nell'esempio proposto sparisca x collocando il suo valore yp, e perciò $\frac{-ddx}{dx - xdy} \frac{y^3dpd}{y^2p^2 + yy . \sqrt{y^2p^2 + y^2}} = \frac{pdp}{1 + p^2 . \sqrt{1 + p^2}}$. Conseguita la separazione delle indeterminate nell'omogeneo di comparazione, facilmente si scopre esser sommabile la flussione $\frac{pdp}{1 + pp . \sqrt{1 + pp}}$, che da $\frac{-1}{\sqrt{1 + pp}}$; ed in conseguenza $\frac{-dy}{ydx - xdy} = \frac{-1}{\sqrt{1 + pp}} + b$, e posto in luogo di $ydx - xdy$ il suo valore y^2dp, sarà $\frac{-dx}{y^2dp} = \frac{-1}{\sqrt{1 + pp}} + b$: ma $y^2 = \frac{x^2}{pp}$; dunque $\frac{-p^2dx}{x^2dp} = \frac{-1}{\sqrt{1 + pp}} + b$, o sia $-\frac{dx}{x^2} = \frac{-dp}{p^2\sqrt{1 + pp}} + \frac{bdp}{pp}$, la quale integrata dà $\frac{1}{x} = \frac{\sqrt{1 + pp}}{p} - \frac{b}{p} + c$; e posto in luogo di p il suo valore $\frac{x}{y}$, si avrà $\frac{1}{x} = \frac{\sqrt{xx + yy}}{x} - \frac{by}{x} + c$, la quale si fa essere alle sezioni del cono.

S C O L I O.

Ne' casi più involuti, com' è il presente esempio, giovano mirabilmente le sostituzioni delle quantità semplici in luogo delle più composte. Ma noi prenderemo per mano questa stessa formola negli esempj del seguente metodo.

Metodo VI.

IX. Se io dicessi, che questo metodo, di cui soglio più che degli altri valermi, arriva ad integrare una buona parte di tutte le possibili equazioni differenziali del secondo grado, non direi se non una verità, che spiccherà dalla sua esposizione. Quando dunque in una equazione di

simil

ſimil ſorte manca l'una, o l'altra delle indeterminate finite con tutte le ſue funzioni, e non entrano nella formola ſe non le ſue differenze prime, o ſeconde in qual ſi voglia maniera complicate, ed alzate a qual ſi ſia dignità, l'integrazione, o la riduzione delle ſeconde differenze alle prime ſuccede ſempre felicemente. Ciò ſi ottiene col prendere la prima differenza che fluiſce, e porla uguale ad una nuova incognita moltiplicata nella coſtante aſſunta, o che ſi aſſume ad arbitrio, in caſo non foſſe ſtata fiſſata coſtante. Per eſempio in una data equazione dx ſi è ſuppoſta variabile, e dy coſtante. Faccio $dx = pdy$, e prendendo le differenze nell' ipoteſi di dy coſtante, avrò $ddx = dpdy$. Fatta queſta ſurrogazione in cambio di ddx, e maneggiata l'equazione col ſoſtituir i valori preſi dell'equazione $dx = pdy$, ridurrò ſempre la formola alle prime differenze. Gli eſempj meglio, che i precetti metteranno in chiaro la faccenda.

C A S O I.

X. Quando nel paſſare alle ſeconde differenze è ſtata aſſunta una differenziale coſtante, ſi proceda nella ſeguente maniera.

Eſempio I.

Ripiglio la formola del Signore Marcheſe dell' Oſpitale, e ſcielgo più toſto gli altri eſempj, che i miei, per far vedere, che non adatto gli eſempj al metodo, come ſuole fare la maggior parte degli Scrittori.

Sia adunque $2yddx + dxdy\ dydu$. Già in queſta eſpreſſione ſi è fiſſata per coſtante du; faccio dunque $dx = pdu$, e differenziando, tenendo ferma la coſtante aſſunta, $ddx = dpdu$, ſurrogato queſto valore, avremo $2ydpdu + dxdy = dydu$: ma $dx = pdu$; dunque ſoſtituendo, $2ydpdu + pdydu = dydu$, e dividendo per du, $2ydp + pdy = dy$. Ed ecco ridotta la formola ad una ſemplice differenziale del primo grado. Quindi ſi ſcopre, che il March. dell'Oſpitale non poteva ridurre la ſua equazione, ſe non dividendola per $2\sqrt{y}$, del che ſenza propoſito fa tanto miſtero il Signore Varignon nelle memorie nell' Accademia di Francia 1710. In fatti il primo membro dell' equazione noſtra $2ydp + pdy$ non può integrarſi, ſe non dividendolo per $2\sqrt{y}$. Fatta pertanto l'integrazione, non ommeſſa la coſtante, $p\sqrt{y} + a = \sqrt{y}$; ma $p = \frac{dx}{du}$; dunque $dx\sqrt{y} + adu = du\sqrt{y}$, il che ec.

S C O L I O.

XI. Si poteva anche mettere $dx = pdu + udu$, eſſendo ſempre $ddx = dpdu$. Fatta la ſurrogazione, ſi avrebbe avuto $2ydp + pdy + cdy = ady$, cioè la ſteſſa equazione come ſopra. In tal caſo l'addizione della

cc-

costante è superflua: ma non così succede in tutti gl'incontri; laonde non bisogna mai ommetterla nella soluzione de' Problemi; perchè non manca mai il cancellarla, quando riesce inutile. Se la lascieremo fuori negli esempj, ciò non altererà punto l'andamento, e la forza del Metodo.

Esempio II.

Prendo per mano la prima formola del Sig. Varignon delle forze centrali, che tendono ad un centro nel vuoto, portata già nell'esempio secondo del primo metodo, cioè $fdydt^2 = -duddu$, e collocando in vece della dt^2 il suo valore y^2dx^2, $fy^2dydx^2 = -duddu$. Si suppone f data per y, e si è presa per costante la flusione ydx. Pongo $du = p.ydx$ (anche in questo caso è superflua l'addizione della costante $cydx$) e differenziando $ddu = ydpdx$, e sostituendo, $fy^2dydx^2 = -ydpdxdu$, o sia $fy^2dydx = -ydpdu$, ma $dx = \frac{du}{py}$; dunque $\frac{fydydu}{p} = -ydpdu$, cioè $fdy = -pdp$, ed integrando, $2\int fdy = 2n - pp$; ma $pp = \frac{du^2}{y^2dx^2} = \frac{dx^2 + dy^2}{y^2dx^2}$; dunque fatta la sostituzione, e la necessaria riduzione,

$$dx = \frac{dy}{\sqrt{2nyy - 1 - 2yy\int fdy}}\text{; il che ec.}$$

Esempio III.

Nell'esempio quarto del primo Metodo abbiamo un'altra formola del Sig. Varignon, in cui si è presa costante dx, $fy^3dx^2 = du^2 - yddy = dx^2 + dy^2 - yddy$. Facciasi $dy = pdx$, e $ddy = dpdx$; sostituendo, sarà $fy^3dx^2 = dx^2 + dy^2 - ydpdx$. Svanisca la dx col porre il suo valore $\frac{dy}{p}$, dunque $\frac{fy^3dy^2}{pp} = \frac{dy^2}{pp} + dy^2 - \frac{ydydp}{p}$, cioè $fy^3dy = dy + p^2dy - ypdp$, e dividendo per y^3, $fdy = \frac{dy}{y^3} + \frac{p^2dy - ypdp}{y^3}$. Non procedo di vantaggio, perchè quest'ultima formola è integrabile per i Canoni noti, e fatta la sostituzione del valore di $p = \frac{dy}{dx}$ si avrà l'equazione come sopra.

Esem-

Esempio IV.

Prendo per mano una formola, in cui le variabili sono già fra loro separate nell' equazione del secondo ordine degl' infinitesimi,

$\frac{ddy}{dy^2} = z + \frac{udy}{dx}$ nella qual espressione z s'intende data per x, ed u per y, e dx si prende per costante. Pongo $dy = pdx$, e prese le seconde differenze nell'ipotesi di dx costante, avremo $ddy = dpdx$, e surrogati i valori, $\frac{dp}{p^2dx} = z + \frac{udy}{dx}$, ovvero $\frac{dp}{pp} = zdx + udy$, ed integrando, $\frac{-1}{p} = \int zdx + \int udy$, dunque $p = \frac{-1}{\int zdx + \int udy}$, e collocato questo valore nell' equazione sussidiaria $dy = pdx$, avrassi $dy = \frac{-dx}{\int zdx + \int udy}$, o sia $dyx\int zdn + dyx\int udy = -dx$. Determinati in qualche circostanza i valori $\int zdx, \int udy$, supponendo il primo $= ax^m$, il secondo $= by^n$, ci si presenterà l'equazione $ax^mdy + by^ndy = -dx$, che in alcuni casi sarà integrabile, ed in altrui potranno separarsi le indeterminate sopra di che io mi rimetto a ciò, che da me nella prma parte è stato diligentemente esposto.

Si noti, che se nella nostra equazione in cambio di esserci $\frac{ddy}{dy^2}$, ci fosse stato il termine $\frac{ddy}{dxdy}$, onde l'integrazione dipendesse dai logaritmi, e la formola prendesse la seguente forma $\frac{ddy}{dy} = zdx + udy$, si avrebbe generalmente la separazione, in facendo $zdx = \frac{dt}{t}$, e $udy = \frac{ds}{s}$, nella qual ipotesi t sarebbe data per x, ed s per y; conciossiachè integrando, $ldy = lt + ls$, cioè $dy = tsdx$; dunque $\frac{dy}{s} = tdz$, dalle quali espressioni si può passare facilmente alla costruzione.

CA-

C A S O II.

XII. Ma ſe ſiamo paſſati ai ſecondi differenziali ſenza ſupponer quantità coſtante, ſi potrebbe operare come nel caſo primo, prendendo una coſtante ad arbitrio. Se io mi farò ad integrare la ſeguente formola del Sig. Varignon tolta dal luogo citato eſempio quinto $fy^3dydx^3 = dxdydx^2 + ydu^2ddx - ydxduddu$, preſa per coſtante dx, onde $fy^3dydx^2 = dydu^2 - yduddu$, e preſa per coſtante du, onde ſia $- ydxduddu = 0$, alla ſeguente ſvaniſca ydu^2ddx, la ridurrò, $fy^3dydx^3 = dxdydu^2 + ydu^2ddx$, nè altro mi reſterà a fare, che battere la ſtrada già additata. Ma ſenza valoroſi di queſto artificio ſi proceda così.

Eſempio I.

Conſidero i due termini, in cui ci ſono le ſeconde differenze $ydu^2ddx - ydxduddu$, de'quali cerco la proprietà nella ſeguente maniera; preparando l'equazione ſecondo il noſtro metodo $ydxdu^2 . \overline{\frac{ddx}{dx} - \frac{ddu}{du}}$,

Pongo $\frac{ddx}{dx} - \frac{ddu}{du} = \frac{dp}{p}$, cioè $ldx - ldu = lp$, o $\frac{dx}{du} = p$. Quindi ſoſtituendo, ſarà $ydxdu^2 . \overline{\frac{ddx}{dx} - \frac{ddu}{du}} = \frac{ydxdu^2dp}{p}$, e ſurrogato queſto valore nell equazione principale, $fy^3dydx^3 = dxdydu^3 + \frac{ydxdu^2dp}{p}$, e dividendo per dx, $fy^3dydx^2 = dydu^2 + \frac{ydu^2dp}{p}$, ma $dx^2 = p^2du^2$, dunque $fy^3p^2dydu^2 = dydu^2 + \frac{ydu^2dp}{p}$, dividendo per du^2, $fy^3p^2dy = dy + \frac{ydp}{p}$. Il rimanente come facile ſi tralaſcia.

Eſempio II.

Con non diſſimile artificio ſi può integrare la formola Bernoulliana ricordata nel ſecondo Metodo, cioè $2fx^3dy^3 = dy^3 + dx^2dy - xdyddx + xdxddy$; f in queſta formola è data per x. Facciaſi $\frac{dy}{dx} = p$; dunque

dx.

$\frac{dxddy - dyddx}{dx^2} = dp$; ed in conseguenza $-xdyddx + xdxddy = xdx^2dp$.

Fatta questa sostituzione, e liberata l'equazione dall'elemento dy, avremo una espressione del primo grado, in cui si potranno separare le incognite.

S C O L I O I.

Più sotto in tali casi daremo un metodo più universale, ma nello stesso tempo più difficile, ed imbarazzato, quando s'abbia un'equazione differenziale del secondo ordine, a cui si sia pervenuto senza assumere costanti.

S C O L I O II.

XIII. Il grande imbroglio nasce, quando nell' equazione differenzio-differenziale si ritrovano ambo le indeterminate finite, ovvero le loro funzioni. In tal caso non occorre sperare un metodo generale, o almeno sin ora non è stato scoperto. I metodi di sopra spiegati ponno aver il loro uso, e molto più l'industria, e la pratica dell'Analista. Non voglio però ommettere alcune riflessioni, che anderò spiegando negli annessi Scolj.

Primieramente bisogna tentare di ridurre l'equazione in maniera, che sparisca l'una, o l'altra delle variabili con le sue indeterminate. Ciò bene spesso succede a prima vista, quando i termini, che le comprendono, uniti cogli altri dell'equazione, e moltiplicati, o divisi per qualche quantità sono integrabili. Se io avessi per esempio sotto l'occhio la formola $x^m ddx = yddy + dy^2 + y^3dy^3$, chi non vede, che collocando in vece di ydy un altro valore dz, la ridurrò ad un altra $x^m ddx = ddz + dz^3$ soggetta al nostro canone?

In secondo luogo giovano tutti gli ajuti analitici, divisioni cioè, moltiplicazioni, estrazioni di radici, ed altri, che sono noti, e bisogna adoperare secondo il caso.

In terzo luogo è di profitto il variare le costanti assunte. Se io avessi sotto gli occhj l'equazione $-\frac{dxddy}{dy} - \frac{dydx}{y} = \frac{dx^2+dy^2}{x}$, in cui fosse costante ydx, col far costante dy, e metter nel primo membro l'equivalente ddx, si avrebbe $xddx = dx^2 + dy^2$, che dipende dal nostro Canone.

Finalmante si otterrà l'intento col fissare piuttosto una costante, che l'altra. Veggasi l'esempio del metodo secondo, e sopra di esso si facciano le necessarie riflessioni, dal che si vedrà, che non ogni costante assunta ci dà quello si cerca, ma una sola determinata ad esclusione di tutte l'altre, e perciò bisogna tentare tutte le strade prima di abbandonare l'impresa.

SCOLIO III.

XIV. Molte fiate non ci reca incomodo, che ci sieno le due indeterminate colle loro funzioni; perchè nel fare le operazioni l'una, o l'altra svanisce. Prendiamo a considerare la formola del Sig. Ermanno, rendendola anche universale $-\frac{ddx}{x}\sqrt{x^2+y^2} = \frac{\overline{ydx-xdy}^2}{xx+yy}$. In primo luogo bisogna renderla più semplice, facendo $\sqrt{xx+yy}=z$, $ydx-xdy=dt$, stante che la quantità $ydx-xdy$ è proporzionale al tempo; dunque $-\frac{zddx}{x}=\frac{dt^2}{zz}$; ma perchè nell'ipotesi particolare del Signore Ermanno si è assunta la forza centrale in ragione inversa duplicata delle distanze, la renderemo generale facendo $\frac{1}{zz}=f$, dunque $-\frac{zddx}{x}=fdt^2$. Pongo $dx=pdt$, e prese le seconde differenze, stando ferma la costante dt, $ddx=dpdt$; dunque $-\frac{zdp}{x}=fdt$: ma $dt=ydx-xdy=\frac{z}{\sqrt{zz-xx}}\cdot\overline{zdx-xdz}$, quando in vece della variabile y venga sostituito il suo valore $\sqrt{zz-xx}$; dunque $-dp=\frac{fx}{\sqrt{zz-xx}}\times\overline{zdx-xdz}$. Stabiliscasi $\frac{x}{z}=q$, ed in conseguenza $-dp=\frac{fzz\,qdq}{\sqrt{1-qq}}$. Quindi si scopre, che se $f=\frac{1}{zz}$ in ordine all'ipotesi assunta dal Signore Ermanno, si potrebbe passar oltre integrando $p=\sqrt{1-q^2}$. Era in oltre $dx=pdt=\frac{pz}{\sqrt{zz-xx}}\times\overline{zdx-xdz}=\frac{xx\,pdq}{qq\sqrt{1-qq}}$, e collocando in vece di p il suo valore trovato $\sqrt{1-qq}$, $\frac{dx}{xx}=\frac{dq}{qq}$, ed integrando, $\frac{b}{x}\pm c=\frac{b}{q}=\frac{bz}{x}$, equazione, che ci dà le curve coniche riferite al loro foco.

XV.

XV. Ma se f non fosse eguale ad $\frac{1}{zz}$, ma data in qualsivoglia modo per la distanza z, si proceda nel seguente modo.

Giacchè $-\frac{zddx}{x} = fdt^2$, e $x^2 + y^2 = z^2$, prendasi $xdx + ydy = zdz = pdt$, e passando alle seconde flussioni, posta costante dt, $xddx + yddy + dx^2 dy^2 = dpdt$, ma la costante $ydx - xdy = dt$ dà $yddx = xddy$, ed in conseguenza $\frac{y^2 ddx}{x} = yddy$, ed essendo inoltre $dx^2 + dy^2 = \frac{dt^2}{zz} + dz^2$, come facilmente può dimostrarsi, avremo fatte le sostituzioni necessarie, $\overline{xx + yy} \times \frac{ddx}{x} = \frac{zzddx}{x} = dpdt - \frac{dt^2}{zz} - dz^2$, ma $\frac{zddx}{x} = -fdt^2$ per la nostra prima equazione, e $dt^2 = \frac{z^2 dz^2}{pp}$ per l'equazione sussidiaria; dunque $-\frac{fz^3 dz^2}{pp} = \frac{zdzdp}{p} - \frac{dz^2}{pp} + dz^2$, cioè a dire $-fdz = \frac{pdp}{zz} - \frac{dz}{z^3} - \frac{ppdz}{z^3}$, o pure $\frac{dz}{z^3} - fdz = \frac{zpdp - p^2 dz}{z^3} = \frac{p}{z} \times \frac{zdp - pdz}{zz}$, sicchè integrando $\frac{b}{2} - \frac{1}{2zz} - \int fdz = \frac{pp}{2zz}$, ovvero $\sqrt{bz^2 - 1 - 2zz \int fdz} = p$, da che si rende manifesto, la quantità p esser data per z, e le costanti.

Di vantaggio giacchè $\frac{zdz}{p} = dt = ydx - xdy$, pongasi $\frac{x}{y} = q$, dunque $ydx - xdy = y^2 dq$; ma $x^2 + y^2 = z^2$, e $x^2 = y^2 q^2$, dunque $z^2 = y^2 + y^2 q^2$, cioè $y^2 = \frac{zz}{1+qq}$, ed essendo $\frac{zdz}{p} = y^2 dq$, sarà $\frac{dz}{zp} = \frac{dq}{1+qq}$. Separate in questa guisa le indeterminate, non sarà difficile passare alla costruzione, essendo noto, che la integrazione della differenziale $\frac{dq}{1+qq}$ dipende dalla rettificazione dell' arco circolare. Che se ancor l' altro mem-

 bro

bro $\int \frac{dz}{zp} = \int \frac{dz}{z\sqrt{bzz - 1 - 2zz\int fdz}}$ si riduca ad un arco circolare, ch'abbia col predetto proporzion razionale, la curva indi nascente sarà algebraica.

Si osservi attentamente la progressione del metodo adoperato, che può dar un gran lume nelle presenti, o simili astruse ricerche.

S C O L I O IV.

XVI. Mentre ci sieno nell'equazioni del secondo ordine ambo le indeterminate finite, o le loro funzioni, si può procedere col metodo ultimamente insegnato; imperocchè quantunque si abbiano tre incognite dopo l'operazione, di tutte e tre si forma un'equazione integrabile.

Io ne pongo un'esempio semplice, che nasce dall'espressione $x^2ydy = xdp - pdx$. piacendomi questa volta di battere la strada diretta. Ora dividendo per xx, $ydy = \frac{xdp - pdx}{xx}$, ed integrando $\frac{y^2}{2} + g = \frac{p}{x}$. Supponiamo $p = \frac{dx}{dy}$; dunque $\frac{y^2}{2} + g = \frac{dx}{xdy}$, o sia $xy^2dy + 2gxdy = 2dx$, e dividendo per x, $y^2dy + 2gdy = \frac{2dx}{x}$, e fatta $g = 0$, $y^2dy = \frac{2dx}{x}$.

Supponiamo di nuovo $p = \frac{dy}{dx}$, dunque $\frac{y^2}{2} + g = \frac{dy}{xdx}$, oppure $xdx = \frac{2dy}{yy + 2g}$, e facendo $g = 0$, $xdx = \frac{2dy}{yy}$. Ripiglio ora la nostra formola $x^2ydy = xdp - pdx$, e perchè si è fatto $p = \frac{dx}{dy}$, o $dx = pdy$, prese le differenze, posta dy costante, $\frac{ddx}{dy} = dp$. Sostituiti questi valori, avremo $x^2ydy = \frac{xddx}{dy} - \frac{dx^2}{dy}$; cioè $x^2ydy^2 = xddx - dx^2$, la quale divisa per xx, ed integrata $\frac{y^2dy}{2} + gdy, = \frac{dx}{x}$, come sopra

Me

Ma se io farò $p = \frac{dy}{dx}$, o $dy = pdx$, posta costante dx, avrò $\frac{ddy}{dx} =$ dp, e $x^2dydy = xddy - dxdy$, la qual equazione integrata conforme le regole mi dà come sopra $xdx = \frac{2dy}{yy + 2g}$.

Trasformo la formola $x^2dxydy = xddy - dxdy$ col metodo del Sig. Taylor, ponendo $ddy = -\frac{dyddx}{dx}$; dunque $xddx + dx^2 = -yx^2dx^2$. La qual formola si può maneggiare nella seguente maniera. Si divida per xdx, e si troverà $\frac{ddx}{dx} + \frac{dx}{x} = -yxdx$. Facciasi $\frac{ddx}{dx} + \frac{dx}{x} = \frac{dp}{p}$, ed integrando, $ldx + lx = lp + ldy$: dunque $xdx = pdy$, fatte le sostituzioni, $\frac{dp}{p} = -pydy$, ovvero $-\frac{dp}{pp} = ydy$, e sommando, $\frac{1}{p} = \frac{y^2}{2} + g$, o sia $p = \frac{1}{\frac{y^2}{2} + g}$; ma $p - \frac{xdx}{dy}$, dunque $xdx = \frac{dy}{\frac{y^2}{2} + g}$.

XVII. Ma tentiam la stessa espressione col metodo delle tre incognite, che già sappiamo potersi maneggiare alla maniera del Taylor, e perchè dy è costante, sia $dx = pdy$, e $ddx = dpdy$, e sostituendo, $xdydp + dx^2 = -yx^2dx^2$. In luogo di dx^2 pongo $pdydx$, ed in vece di yx^2dx^2 surrogo $yx^2p^2d^2y^2$. Quindi $xdydp + pdydx = -yx^2p^2dy^2$, o sia $xdp + pdx = -yx^2p^2dy$, o pure $-\frac{xdp - pdx}{x^2p^2} = ydy$, che ci dà integrata $\frac{y^2}{2} + g = \frac{1}{xp}$, cioè $p = \frac{2}{y^2x + 2gx}$, e finalmente $xdx = \frac{2dy}{yy + 2g}$.

Noto, che ci vuole un poco d'industria nel fare la sostituzione. In fatti se giunto alla formola $xdydp + dx^2, = -yx^2dx^2$ avessi sostituito in vece di dx^2, p^2dy^2, ed in luogo di yx^2dx^2, yx^2pdxdy; mi sarebbe comparsa l'equazione $xdp + p^2dy = -ypx^2dx$, da cui nulla avrei ricavato.

ANNOTAZIONE XIV.

„ Avendo considerato l'acutissimo Sig. Leonardo Eulero, che la quan„ tità esponenziale g^{Au} ha per prima differenziale $Ag^{Au}dx$, e per secon„ da $A^2 g^{Au} dx^2 + Ag^{Au} ddx$, intendendo per g quella quantità, il cui loga„ ritmo $= 1$, nelle quali l'indeterminata x non entra se non se nell'es„ ponente, ha discoperto un metodo ingegnoso, elegante, e di somma„ fecondità, per cui se non tutte, almeno moltissime equazioni differenzio„ differenziali a tal si riducono, che ricevono la condizione del presente „ metodo sesto. Si legga la sua dissertazione nel Tomo terzo dell' Acca„ demia Petropolitana. Divide l'Autore l'equazioni, che lasciano manegˈ„ giarsi col suo metodo, in tre generi. Il primo abbraccia quelle, che non „ son composte, se non di due termini; il secondo quelle, in ciascun ter„ mine delle quali l'indeterminate formano un egual numero di dimensio„ ni, annoverando però tra le indeterminate le loro differenziali prime, e „ seconde; il terzo genere contiene quelle, nelle quali l'una, o l'altra „ delle variabili prese insieme colle sue differenziali ottien la medesima di„ mensione."

„ L'equazioni del primo genere vengono espresse da questa formola „ generale $ax^m dx^p y^n dy^{p-2} ddy$, ove dx si suppone costante. Per ridur l'e„ quazione si faccia $x = g^{Au}$, ed $y = g^u t$: dunque $dx = Ag^{Au} du$, e dy „ $= g^u . \overline{dt + tdu}$, e $ddx = Ag^{Au} . \overline{ddu + Adu^2}$, e $ddy = g^u$. „ $\overline{ddt + 2dtdu + tddu + tdu^2}$, ma perchè dx si suppone costante, sarà „ $ddu + Adu^2 = 0$: dunque $ddu = - Adu^2$, e perciò verrà ad essere $ddy =$ „ $g^u . \overline{ddt + 2dtdu + \overline{1-A}. tdu^2}$. In cambio delle x, y, e delle loro „ differenziali surrogati cotai valori si avrà

$$ag^{Au.\overline{m+p}} A^p du^p = g^{u.\overline{n+p-1}} t^n . \overline{dt + tdu}^{p-2} .$$

„ $\overline{ddt + 2dtdu + \overline{1-A}. tdu^2}$.

„ Fa di mestieri determinare il valor di A per guisa, che colla di„ visione le quantità esponenziali svaniscano. A questo fine deve essere

„ A.

„ A. $\overline{m+p} = n+p-1$, dunque $A = \frac{n+p-1}{m+p}$. Fatta la divisione, rimarrà

„ $aA^p du^p = t^n . \overline{dt + tdu}^{p-2} . \overline{ddt + 2dtdu + \overline{1-A} . tdu^2}$, nella quale
„ non entrando la u, la formola alle prime differenze riducesi.

„ Adunque si ponga $du = zdt$, sarà $ddu = zddt + dzdt$; ma $ddu =$
„ $-Adu^2 = -Az^2dt^2$: dunque $ddt = -Azdt^2 - \frac{dz\,dt}{z}$. Sostituiti questi

„ valori nasce $aA^p z^p dt^p = t^n . \overline{dt + ztdt}^{p-2}$.

„ $\overline{-Azdt^2 - \frac{dzdt}{z} + 2zdt^2 + \overline{1-A}.z^2tdt^2}$, e dividendo per dt^{p-1},

„ si ritroverà $aA^p z^p dt = t^n . \overline{1 + zt}^{p-2}$. —

„ $\overline{- Azdt - \frac{dz}{z} + 2zdt + \overline{1-A}.z^2tdt}$, la quale è ridotta alle pri-

„ me differenze. A questa si sarebbe potuto pervenire con una sola ope-

„ razione servendosi delle due sostituzioni $x = g^{\frac{n+p-1}{m+p}\int zdt}$, ed

„ $y = g^{\int zdt} t$, ovvero $x = g^{\overline{n+p-1}\int zdt}$, $y = g^{\overline{m+p}.\int zdt} t$.

„ Ci convien avvertire, che in questo primo genere di equazioni
„ vuolsi far due eccezioni, cioè quando $n + p - 1 = 0$, $m + p = 0$:
„ perciocchè gli esponenti verrebbero ad esser nulli, o infiniti. Con
„ tutto ciò in questi due casi l'equazioni, che si hanno, cioè

„ $ax^m dx^{1-n} = y^n dy^{-1-n} ddy$, $ax^m dx^{-m} = y^n dy^{-m-2} ddy$ sono com-
„ prese dal terzo genere, perciocchè nella prima la y colle sue differen-
„ ziali, e nella seconda la x ottiene il medesimo numero di dimensioni,
„ cioè a dire nullo: onde si potran maneggiare col metodo, che in
„ appresso s'insegnerà.

„ Af-

„ Affine di dare un esempio, prendo a maneggiare la formola
„ $adx^2 = yddy$, la qual paragonata colla generale, sarà $m = -1$, $p = 2$,
„ $n = 1$, d'onde si avrà $A = 2$. Quindi ella si ridurrà alla seguente
„ formola primo-differenziale $4az^2 dt = 1 . \overline{-\frac{dz}{z} - z^2 tdt}$, ovvero $-\frac{dz}{z^3} =$
„ $tdt + \frac{4adt}{t}$ coll'incognite separate.

„ Per dichiarare il metodo, onde si svolgono l'equazioni del se-
„ condo genere, adoprerò un'equazion generale di tre termini, perchè
„ sebbene possono essere dotate di più, pure in tutte la medesima ma-
„ niera di operare conduce al fine. L'equazion generale è la seguen-
„ te, in cui dx si suppone costante,

„ $ax^m y^{-m-1} dx^p dy^{2-p} + bx^n y^{-n-1} dx^q dy^{2-q} = ddy$; in ciascun
„ de'termini avvi una sola dimensione delle indeterminate. Cotal equa-
„ zione io la riduco per mezzo delle sostituzioni $x = g^u$, $y = g^u t$, dal-
„ le quali deducesi $dx = g^u du$, $ddx = g^u ddu + g^u du^2$: ma $ddx = 0$;
„ dunque $ddu = - du^2$. Di più

„ $dy = g^u . \overline{dt + tdu}$, $ddy = g^u . \overline{2dtdu + tdu^2 + ddt + tddu}$, ma
„ $ddu = - du^2$, dunque $ddy = g^u . \overline{2dtdu + ddt}$. Fatte le sostituzioni, na-
„ scerà $ag^u t^{-m-1} du^p . \overline{dt + tdu}^{2-p} + bg^u . t^{-n-1} du^q . \overline{dt + tdu}^{2-q} =$
„ $g^u . \overline{2dtdu + ddt}$, la qual divisa per g^u si trasforma nella seguente

„ $at^{-m-1} du^p . \overline{dt + tdu}^{2-p} + bt^{-n-1} du^q . \overline{dt + tdu}^{2-q} = 2dtdu + ddt$.

„ Mancando in questa la variabile u, pongo $du = zdt$, e $ddu = zddt$
„ $+ dzdt$: ma $ddu = - du^2 = - z^2 dt^2$, dunque $- z^2 dt^2 = zddt + dzdt$,
„ e per conseguenza $ddt = - zdt^2 - \frac{dzdt}{z}$. Quindi si ottien l'equazione

„ at

$$„\ at^{-m-1} z^{p} dt^{p} . \overline{dt + ztdt}^{\,2-p} + bt^{-n-1} z^{q} dt^{q} . \overline{dt + ztdt}^{\,2-q} =$$

„ $2zdt^{2} - zdt^{2} - \frac{dzdt}{2}$, ovvero l'altra più ſemplice

$$„\ at^{-m-1} z^{p} dt . \overline{1+zt}^{\,2-p} + bt^{-n-1} z^{q} dt . \overline{1+zt}^{\,2-q} = zdt - \frac{dz}{z}$$ la

„ qual equazione ſi avrebbe con una ſola operazion ricavata, adoperando

„ le ſoſtituzioni $x = g^{\int z dt}$, $y = g^{\int z dt} t$.

Per illuſtrare il ſuo metodo ſi ſerve l'Eulero del ſeguente eſempio
„ $xdxdy - ydx^{2} = yyddy$, il qual ridotto alla forma dell'èquazion genera-
„ le prende l'aſpetto $xy^{-2}dxdy - y^{-1}dx^{2} = ddy$: dunque colla comparazione
„ ſi trova $a = 1$, $b = -1$, $m = 1$, $p = 1$, $n = 0$. $q = 2$. A queſto e-
„ ſempio corriſponde pertanto la ſeguente equazione differenziale $t^{-2}zdt.$
„ $. 1 + zt - t^{-1}z^{2}dt = zdt - \frac{dz}{z}$, la qual dopo le opportune opera-

„ zioni ſi riduce alla ſeguente $\frac{dz}{zz} = \frac{dt . \overline{tt-1}}{tt} = dt - \frac{dt}{tt}$, ed integran-

„ do $A - \frac{t}{z} = t + \frac{1}{t}$, ovvero $Atz - t = t^{2}z + z$: ma $z = \frac{du}{dt}$, dunque

„ $Atdu - tdt = t^{2}du + du$, o ſia $du = \frac{tdt}{At - tt - 1}$. Poichè $g^{u} = x$, ſarà

„ $u = lx$, e $t = \frac{y}{x}$; dunque $du = \frac{dx}{x}$, $dt = \frac{xdy - ydx}{xx}$, dunque $\frac{dx}{x} =$

„ $\frac{yxdy - y^{2}dx}{Ax^{2}y - xy^{2} - x^{3}}$ la qual eſpurgata dà $ydy = Aydx - xdx$.

,, Il terzo genere di equazioni distinguer vuolsi in due casi: nel pri- ,, mo è costante la flussione di quella indeterminata che ha lo stesso nu- ,, mero di dimensioni in ogni termine; nel secondo fluisce uniformemen- ,, te l'altra indeterminata. Al primo caso appartiene la seguente univer- ,, sale equazione $Px^m dy^{m+2} + Qx^{m-b} dx^b dy^{m+2-b} = dx^m ddy$; nella quale ,, la x in tutti i termini ha lo stesso numero di dimensioni $= m$ includen- ,, dovi la sua flussione dx, che si suppone costante; P., Q. sono quantità ,, date in qualunque maniera per y. D'una sola sostituzione fa d'uopo, ,, cioè $x = g^u$. Per mezzo di questa, come si è fatto di sopra, si faccian ,, svanire le x, dx, e divisa l'equazion risultante per g^{mu}, avremo ,, $Pdy^{m+2} + Qdu^b dy^{m+2-b} = du^m ddy$. Non entrando nell'equazioni la u, ,, si ponga $du = zdy$, e ddu, ovvero $-du^2$, ovvero $-z^2dy^2 = zddy +$,, $dzdy$, onde $ddy = -zdy^2 - \frac{dzdy}{z}$. Compite le sostituzioni, proverrà

,, $Pdy^{m+2} + Qz^b dy^{m+2} = -z^{m+1}dy^{m+2} - z^{m-1} dzdy^{m+1}$, e dividendo per ,, dy^{m+1}, resterà $Pdy + Qz^b dy = -z^{m+1}dy - z^{m-1} dz$; alla quale ci

,, avrebbe condotti l'unica sostituzione $x = g^{\int z dy}$.

,, Gioverà il propor per esempio la seconda di quelle equazioni; ,, che sono state eccettuate nel primo genere, cioè $ax^m dx^{-m} = y^n dy^{-m-2} ddy$, ,, la qual si riduca alla forma della nostra equazion generale nella guisa ,, seguente $ay^{-n} x^m dy^{m+2} = dx^m ddy$: dunque $P = ay^{-n}$, $Q = 0$. Quindi si ,, ottien l'equazione primo-differenziale $ay^{-n} dy = -z^{m+1}dy - z^{m-1}dz$, ,, nella quale in pochi casi sappiamo separar le variabili.

,, Il secondo caso dell'equazioni del terzo genere è compreso nella ,, seguente formola generale $Px^m dy^{m+1} + Qx^{m-b} dx^b dy^{m-b+1} = dx^{m-1} ddx$; ,, nella quale dy si suppone costante; P, Q. esprimono qualunque funzion ,, della y, ed in ciascun termine x ascende alla dimension m. Pongasi co- ,, me dianzi $x = g^u$, sarà $dx = g^u du$, e $ddx = g^u \cdot ddu + du^2$. Collocati ,, nella formola cotai valori, e fatta la divisione per g^{mu}, nascerà

$$Pdy^{m+1} + Qdu^b dy^{m-b+1} = du^{m+1} + du^{m-1} ddu.$$

,, Per ridur compiutamente quest'equazione, in cui manca la u, fac- ,, ciasi $du = zdy$, e $ddu = dzdy$ a cagione della costante dy. Laonde l'ul- ,, tima equazione si tramuterà in quella, che segue

,, Pdy

„ $Pdy^{m+1} + Qz^{b} dy^{m+1} = z^{m+1} dy^{m+1} + z^{m-1} dy^{m} dz$ e dividendo

„ per dy^{m}, $Pdy + Qz^{b} dy = z^{m+1} dy + z^{m-1} dz$.

„ La prima di quelle formole, che nel primo genere è ſtata eccet-
„ tuata, ci ſomminiſtrerà l'eſempio del preſente caſo. Eſſa cangiando la
„ x nella y, e la $-n$ in m, e vice verſa per accomodarci alla noſtra e-

„ ſpreſſion generale, ſi è $ay^{-n} x^{m} dy^{1+m} = dx^{m-1} ddx$. Fatto il con-

„ fronto, ſarà $P = ay^{-n}$, $Q = o$: dunque la formola primo-differen-

„ ziale, a cui riduceſi, ſi cangia $ay^{-n} dy = z^{m+1} dy + x^{m-1} dz$, la

„ quale è ſol diverſa ne' ſegni da quella che ſi è trovata nell'eſempio del
„ caſo antecedente.

APPENDICE I.

Della maniera di evitare le seconde, e le ulteriori differenze.

I. HO detto tutto ciò, che mi è sovvenuto intorno le seconde differenze, e tutto ciò, che mi ha suggerito la pratica, e l'esperienza. Resta da dirsi il più importante, ed è, che l'Analista dee fare il possibile per iscansare le seconde, e le ulteriori flussioni in quella guisa che nell'Analisi comune si sfugge, quanto mai si può, di ascendere alle dimensioni più alte. Ci sono alcune quantità, che virtualmente nelle loro prime differenze contengono le differenze seconde, ed altre, che contengono nelle seconde le terze, e così successivamente, anzi ce ne sono, che nelle loro prime flussioni contengon le terze, e così di mano in mano. Per esempio la suttangente $t = \frac{ydx}{dy}$ contiene le prime differenze implicitamente, e la sua differenza $dt = \frac{ydyddx + dy^2dx - ydxddy}{dy^2}$ contiene le seconde, e la sua seconda differenza ddt le terze &c. Così il raggio osculatore r equivale alle seconde differenze, e la sua differenza dr alle terze.

Tutto l'artificio consiste d'introdurre opportunamente nell'Analisi queste quantità, e di regolarla in maniera, che l'equazione non oltrepassi le prime differenze. In ciò spicca mirabilmente la perizia del Geometra, ed in tal forma il Sig. Ermanno ha sciolto il Problema del Sig. March. dell'Ospitale mentovato di sopra, ed il Sig. Giovanni Bernoulli, per tacere altri esempj, quello delle forze centrali nel vuoto, e quello degl' Isoperimetri proposto dal Sig. Jacopo suo Fratello, che montava alle terze differenze. Tentiamo sul loro esempio di sciogliere per l'una, e per l'altra strada il Problema inverso de' raggi osculatori, che è fondamentale, e quasi direi elementare nelle materie, su cui versiamo.

PROBLEMA

II. Dato il raggio osculatore in qualsisia modo per l'ordinata della curva, descrivere la curva medesima.

Lasciando da parte l'Analisi diretta che si può vedere sul March. dell'Ospitale, e su parecchj altri Autori, prendo ad imprestito una formola per le curve riferite al foco, cioè $r = \frac{ydu^3}{dxdu^2 - ydxddy}$ in cui essen-

ſendoſi preſa dx per coſtante, r è data per y, e du è l'elemento della curva. Diſpoſta l'equazione nella ſeguente guiſa $\frac{ydu^3}{r} = dxdu^2 - ydxddy$ per valermi del mio metodo, che è il più facile, e più ſpedito, applicandolo però ad alcune quantità, che appartengono alla curva ſteſſa, per avere la ſoluzione più elegante, condotta all'ordinata BC (Fig. 6.) la perpendicolare BF, chiamo p la ſunnormale BF, e q la normale CF, onde avremo $\frac{ydy}{p} = dx$, $\frac{qdx}{y} = du$ Giacchè dunque $\frac{pdx}{y} = dy$, preſe di nuovo le differenze in ordine all'ipoteſi di dx coſtante, $\frac{pdydx}{yy} - \frac{dpdx}{y} = -ddy$, e ſoſtituito queſto valore nella formola principale, $\frac{ydu^3}{v} = dxdu^2 + \frac{pdydx^2}{y} - dpdx^2$: ma $du = \frac{qdx}{y}$, dunque $\frac{q^3dx}{r} = q^2dx + pydy - y^2dp$; ed eſſendo $dx = \frac{ydy}{p}$, ſarà $\frac{q^3dy}{r} = q^2dy + p^2dy - ypdp$. Frattanto ſi trova eſſere $p^2 = q^2 - y^2$, e $pdp = qdq - ydy$, e fatte le ſoſtituzioni, $\frac{q^3dy}{r} = 2qdy - ydq$, cioè moltiplicando tutti i termini per y, e dividendoli per q^2, $ydy = \frac{2qydy - yydq}{pq}$, ed integrando $\int \frac{ydy}{r} \pm b - \frac{y^2}{q}$.

Corollario I.

Quando le curve aveſſero relazione al loro aſſe, allora dalla formola $\frac{q^2dy}{r} = 2qdy - ydq$ dovrebbe ſottrarſi la quantità qdy, e così ſi avrebbe $\frac{dy}{r} = \frac{qdy - ydq}{qq}$, ed integrando $\int \frac{dy}{r} \pm b = \frac{y}{q}$.

Corollario II.

Stante che $\int\frac{ydy}{r} \pm b = \frac{y^2}{q}$, tirata dal polo B alla CF la normale BK, Saranno in proporzione continua le rette FC, CB, CK; dunque $\frac{y^2}{q}$ = CK $= t$; e perciò $\int\frac{ydy}{r} = t \pm b$.

Corollario III.

E perchè t è data per y, fatte le debite riduzioni, avremo $dx = \frac{tdy}{\sqrt{yy-tt}}$.

Corollario IV.

Dal punto G si cali alla CB prodotta la normale GH, l'intercetta CH si chiami sottosculatrice, o co-raggio secondo la frase del Sig. Bernoulli, la quale si supponga data in qualsisia modo per l'applicata CB $= y$. Giacchè $\frac{ydy}{r} = dt$, e giacchè si verifica l'analogismo CB, y : CK, t :: CG, r : CH $= z$, sarà $\frac{zy}{t} = r$, dunque $\frac{dy}{z} = \frac{dt}{t}$, il che &c.

Altramente

III. La premessa soluzione ce ne somministra un'altra, in cui non c' entrano le seconde differenze. Condotta dal punto B alla DG la normale BN infinitamente prossima alla BK, stante il parallelismo delle due rette CM, BK ambe perpendicolari alla retta CG per la costruzione, e dell' altre due CD, BN normali alla retta DG, l'angolo MCD sarà uguale all' angolo KBL, e di più al CGD per la proprietà dei raggi osculatori; dunque saranno simili i due settori KBL, CGD, e così GC : CD :: BK : KL; ma CD : DI :: CB : BK, dunque ex æquo perturbate GC, r : DI, dy :: CB, y : KL, dt, cioè $\frac{ydy}{r} = dt$.

Ma se il raggio osculatore fosse dato in qualsivoglia modo per la curva AC $= u$, lascio la soluzione del quisito al Lettore.

AP-

APPENDICE II.

Della riduzione delle equazioni differenziali del terzo grado.

I. NOn voglio ommettere qualche riflessione intorno ai terzi differenziali, per non lasciar indietro un Metodo insegnatoci dal fu Sig. Jacopo Bernoulli, di cui si può far uso anche nelle formole differenziali di grado inferiore.

Nello sciogliere il gran Problema degl' Isoperimetri è pervenuto egli alle seguenti equazioni $bdzd^3x = 3bddxddz - dbdzddz = 0$; $bdxdz^2d^3x = 2bdz^2ddz^2 + bdx^2ddx^2 + dbdxdz^2ddx$. Nell' una, e nell'altra batte la stessa strada onde basterà considerare la prima delle due formole.

Finge il Sig. Bernoulli la seguente equazione $b^m dz^n ddx^r =$ ad una costante. Le tre indeterminate, o quantità b, dz, ddx sono elevate a potestà incognite da determinarsi nel progresso dell'operazione. Quindi passando alla differenziazione, ottiene

$rb^m dz^n ddx^{r-1} d^3x + nb^m dz^{n-1} ddx^r ddz + mb^{m-1} dbdz^n ddx^r = 0$, la qual divisa per $b^{m-1} dz^{n-1} ddx^{r-1}$ si riduce $rbdzdddx + nbddxddz + mdbdzddx = 0$. Paragonata questa termine per termine coll' equazione principale, avremo $r = 1$, $n = -3$, $m = -1$, ed in vece dell'equazione finta avremo la vera $\frac{ddx}{bdz^3} =$ costante, ch' è l'integrale della formola proposta.

Si poteva però ottenere la stessa integrazione per via de' logaritmi. Infatti dividendo per bdz, avremo $bddx - \frac{3ddxddz}{dz} - \frac{dbddx}{b} = 0$, e dividendo per ddx, $\frac{dddx}{ddx} - \frac{3ddz}{dz} - \frac{db}{b} = 0$; dunque &c.

Esempio

Ma messe da parte queste astruse ricerche da ripigliarsi dall'Analista provetto, confrontando insieme le tre soluzioni del famoso Problema degl' Isoperimetri date da due Fratelli Bernoulli, e dal Sig. Jacopo Ermanno, mi fermo su un'esempio più semplice delle curve elastiche, catenarie, velarie ec, intorno le quali tante cose sono state dette.

Sia la fibra ABC (Fig. 7.) attaccata immobilmente a due punti A, C, che pressa, o sollecitata in ogni punto B dalla forza BH normale alla

alla curva, o ſia alla porzione Bb, ſia obbligata a prendere la figura inflessa ABC. Sia AF $= x$, fF $= dx$, FB $= y$, GB $= dy$, arco AB $= s$, bB $= ds$, e finalmente la potenza BH $= p$ la quale ſi riſolva nell'orizzontale BE, e nella verticale EH per la teoria dell forze compoſte. Tirata la verticale AIK, e la tangente BbI, che la tagli nel punto I, e condotta l'orizzontale MIL, ne' punti L, K s'intendano applicate due forzé K, L di modo, che ſi conſervi l'equilibrio. La potenza, che ſoſtiene in A, la quale è ſempre coſtante, deve ſoſtenere tutta la potenza K, ed una parte della potenza L; imperocchè queſta parte è ſoſtenuta dal punto A, e parte dal punto B, per mezzo de' due fili AI, BI: ma per le coſe, che ſi dimoſtrano da'Meccanici come il ſeno dell'Angolo AIB, o del ſuo complemento a due retti BIK al ſeno dell' angolo MIB, cioè come IM : MB, così la potanza L alla potenza A.

In queſto mentre eſſendo BE : BK :: GB : Bb;

BE : p :: dy : ds;

DB : BH :: Gb : bB

DB : p :: dx : ds, dunque BE. $ds = pdy$; DB. $ds = pdx$. Da ciò ſi ricava, che la ſomma di tutte le potenze orizzontali BE $=$ L $- \int pdy$ e la ſomma di tutte le verticali BD $=$ K $= \int pdz$: ma la potenza A coſtante è eguale alla potenza K più un'altra potenza, che alla potenza L ſtà in ragione di IM : MB, o di Gb : BG :: $dy : dx$, la qual potenza ſi eſprime per $\frac{dy.}{xd} \int pdy$; dunque poſta A $= a = 1$, $a = \int pdx +$

$\frac{dy}{dx} \int pdy$; dunque differenziando, fatto coſtante l'elemento della curva

ds; $o = pdx + \frac{pdy^2}{dx} + \frac{dxddy - dyddx.}{dx^2} \int pdy$. E perchè in ogni curva

$dx^2 + dy^2 = ds^2$; $dsdds = dxddx + dyddy$, eſſendo ds coſtante, e $dds = o$, ſarà $- dxddx = dyddy$, o ſia $- ddx = \frac{dyddy}{dx}$. Fatta queſta ſoſtituzione,

avremo $pdx + \frac{pdy^2}{pd} + \frac{dx^2ddy + dy^2ddy.}{dx^3} \int pdy = o$, e moltiplicando

per dx, e dividendo per $dx^2 + dy^2$, $p + \frac{ddy}{dx^2} \int pdy = o$, o ſia

$\int pdy$

$\int pdy = -\frac{pdx^2}{ddy}$, e di bel nuovo differenziando;

$pdy = -\frac{dpdx^2 ddy - 2pdxddxddy + pdx^2 dddy}{ddy^2}$. In cambio di $dxddx$ sosti-

tuiscasi $-dyddy$, con che sarà $pdyddy^2 = -dpdx^2ddy + 2pdyddy^2 + pdx^2dddy$, e cancellati i termini, che si elidono, e dividendo per pdx^2ddy, $\frac{dp}{p} = \frac{dyddy}{dx^2} + \frac{dddy}{ddy} = \frac{dddy}{ddy} - \frac{ddx}{dx}$, fatta la solita sostituzione nel se-

condo termine di $-dxddx$ in vece di $dyddy$. Integrando dunque per via dei logaritmi, $lp = lddy - ldx - lds$. Aggiungo il logaritmo della costante negativo, per prender le quantità omogenee; dunque $p = \frac{ddy}{dxds}$,

con che siamo pervenuti ad una differenziale del secondo grado, che facilmente si ridurrà al primo.

Corollario I.

Se $p =$ a costante, la curva sarà un circolo, come nelle vesiche, e ne' muscoli gonfiati da un aura elastica, e ciò si rende manifesto; perchè posta ds costante, l'espressione del raggio osculatore nelle curve riferite all'asse è la seguente $r = \frac{dxds}{ddy} = \frac{1}{p}$, dunque essendo p costante, sarà co-

stante altresì il raggio osculatore, ch' è una proprietà del circolo.

Corollario II.

Sia $p = \frac{dy^2}{ds}$, proprietà della velaria; dunque $\frac{dy^2}{ds} = \frac{ddy}{dxds}$; e conse-

guentemente $dx = \frac{ddy}{dy^2}$, ed integrando, $x + a = \frac{-ds}{dy}$, o $\overline{x+a}.dy$

$= -ds$, e $\overline{x^2 + 2ax + a^2}.\ dy^2 = ds^2 = dx^2 + dy^2$, e finalmente

$dy = \frac{dx}{\sqrt{2ax + xx}}$.

Negli altri casi delle catenarie, delle elastiche bisogna limitare la forza p conforme i casi, e far qualche avvertenza ai segni del più, e del

 me-

meno, conforme che le ordinate crescono, o decrescono in paragone delle assisse.

E' da vedersi di più con qual artificio il Sig. Ermanno nella sua Foronomia nella soluzione di questi Problemi ha saputo scansare le seconde, e le terze differenze, avendo noi portata la premessa soluzione per illustrazione del Metodo.

ANNOTAZIONE XV.

„ E' stato insegnato di sopra dal Conte Jacopo, in qual guisa l'equazioni differenziali del secondo grado, in cui una delle due variabili man-
„ ca, si tramutino in equazioni differenziali del primo grado. Nel Tomo
„ terzo dell'Accademia di Bologna aggiunge, che lo stesso accade all'equa-
„ zioni differenziali del terzo grado, se l'una, e l'altra delle due inde-
„ terminate non abbia luogo nell'equazione. Egli spiega il suo metodo
„ coll'esempio, che segue. Sia $dxddy + dx^2ddy = dx^4 + dy^4$, in cui s'è
„ assunto per costante l'elemento dx. Facciasi $dy = pdx$, e $ddy = dpdx$,
„ e $dddy = ddpdx$. Fatte le necessarie sostituzioni, troveremo $dx^2ddp +$
„ $dx^2dpdx = dx^4 + p^4 dx^4$, nella quale non entra se non l'incognita p.
„ Adunque facendo uso del metodo conosciuto, si metta $dp = qdx$, e
„ $ddp = dqdx$, e dopo le sostituzioni nascerà $dq + qdx = dx + p^4dx$:
„ ma $dx = \frac{dp}{q}$, dunque $dq + dp = \frac{dp}{q} + \frac{p^4dp}{q}$, ch'è un'equazione del
„ primo grado.

„ Non è necessario, che amendue le indeterminate sieno dall'equa-
„ zione lontane; ma se una vi entra, per esempio, la x, fa di mestieri,
„ che non si vegga la prima flussione dell'altra, cioè dy. Sia a cagion
„ d'esempio $xdxd^3y + dx^2ddy = dx^4 + \overline{ddy}^2$: nella quale non ha luogo
„ nè la y, nè la dy. Si usi al solito la sostituzione $dy = pdx$, $ddy =$
„ $dpdx$, $d^3y = ddpdx$; dunque proverrà l'equazione $xddp + dxdp =$
„ $dx^2 + dp^2$, nella quale non entra, se non la x. Pongasi $dp = qdx$;
„ $ddp = dqdx$; dunque $xdq + qdx = dx + q^2dx$, ovvero
„ $xdq = dx. \overline{q^2 - q + 1}$; dunque $\frac{dq}{q^2 - q + 1} = \frac{dx}{x}$ coll'incognite se-
„ parate. „

Avanzandosi poscia l'Autore, ci ammonisce, che per ridur al pri-
„ mo grado l'equazioni del quarto fa d'uopo, che manchino non sola-
„ mente nell'equazioni le due indeterminate, ma ezia ndio o l'una, o l'altra
„ delle prime flussioni; e noi aggiungeremo, che ritrovandosi nell'equazio-
„ ne la x, è necessario che la seconda flussion ddy sia lontana. Propone egli
se-

„ il ſeguente eſempio $d^4y + dx^3dy - dx^2ddy = 0$, in cui la dx è coſtante:
„ Si faccia $dy = pdx$, $ddy = dpdx$, $d^3y = ddpdx$, $d^4y = d^3pdx$. Fatte
„ pertanto le ſoſtituzioni, ſi avrà $d^3p + dxddp - dx^2dp = 0$. Di nuo-
„ vo ſi ponga $dp = qdx$, $ddp = dqdx$, $d^3p = ddqdx$, onde naſcerà
„ $ddq + dxdq - qdx^2 = 0$. Finalmente ſia $dq = zdx$, e $ddq = dzdx$:
„ dunque $dz + zdx - qdx = 0$: ma $dx = \frac{dq}{z}$; dunque $dz + dq - \frac{qdq}{z} = 0$,
„ nella quale le indeterminate agevolmente ſi ſeparano. „

„ Mi ſi dia a riſolvere l'equazione $xd^4y + dxd^3y - dx^4 = 0$.
„ Sia $dy = pdx$, d'onde ſi ha $xd^3p + dxddp - dx^3 = 0$. Di nuovo la
„ ſoſtituzione $dp = qdx$ ci dà $xddq + dxdq - dx^2 = 0$. Finalmente
„ $dq = zdx$, e ſi ha $xdz + zdx - dx = 0$, ed integrando, $xz - x = A$.
„ Per mezzo di queſta, chi ritornaſſe indietro per le fatte ſoſtituzioni,
„ ritroverebbe il valor della

$$y = \int dx \int dxlx + \frac{x^3}{2.3} + \frac{Bx^2}{2} + Cx + D;$$ le B, C, D

„ ſono coſtanti aggiunte nell' integrazione, e il logaritmo lx ſi può
„ prendere in qualunque logiſtica, la cui ſottangente $= A$, ch'è una
„ qualunque coſtante „.

„ E' agevole il conoſcere la ragione, perchè non abbia luogo il ca-
„ none ſenza l'eſpoſte condizioni. Imperciocchè quando il noſtro meto-
„ do tolte di mezzo le differenze ſeconde, terze ec. ci conduce ad un'e-
„ equazione del primo grado, ſenza le premeſſe condizioni l'equazion
„ naſcente non ſolamente conterrà le variabili x, y, ma ancor le aſſun-
„ te p, q ec. Il che ſuccedendo, non abbiam metodo fermo per ottener
„ la ſeparazione, o l'integrazione.

ANNOTAZIONE XVI.

„ L' Ingegnoſiſſimo Sig. Eulero dopo aver dichiarato il metodo di
„ ridurre al primo grado que' tre generi d'equazioni differenzio-differen-
„ ziali, di cui abbiam parlato nell' Annotazione XIV., ſoggiunge, che l'e-
„ quazioni del terzo grado dotate delle medeſime condizioni ſi riducono
„ al ſecondo, e generalmente tutte ad un grado inferiore, adoprando lo
„ ſteſſo metodo. La coſa è veriſſima, ma quanto più alto è il grado
„ dell'equazione differenziale, tanto più ſi rende inviluppato, e proliſſo
„ il calcolo, e ſtanca la pazienza, e l'induſtria dell'Analiſta. Noi ci con-
„ tenteremo di maniſeſtare il metodo nell' equazioni differenziali del ter-
„ zo grado compoſte di due ſoli termini: giacchè nell' altre ſebbene è
„ più lungo, pure non è diverſo.

„ L'equazione differenziale del terzo grado di due ſoli termini coſì „ generalmente ſi eſprime $az^{m}\, dx^{p} = y^{n}\, dy^{q}\, ddy^{\frac{p-q-3}{2}}\, dddy$, in cui dx „ è coſtante. Le ſoſtituzioni ſieno $x = g^{Au}$; $y = g^{Bu}\, t$. Dunque „ $dx = Ag^{Au}\, du$, e $ddx = Ag^{Au}.\, \overline{A du^2 + ddu}$: ma $ddx = 0$; dun- „ que $ddu = -Adu^2$. Similmente $dy = g^{Bu}.\, \overline{Btdu + dt}$, e „ $ddy = g^{Bu}.\, \overline{B.\, \overline{B-A}.\, tdu^2 + 2B\, dudt + ddt}$, ſurrogato in luogo di „ ddu il ſuo valore $-Adu^2$, e

„ $d^3 y = g^{Bu}.\, \overline{B.\, \overline{B-A}.\, \overline{B-2A}.\, tdu^3 + 3B.\, \overline{B-A}du^2dt + 3Bduddt + d^3 t}$.

„ Fatte tutte queſte ſoſtituzioni, la propoſta equazione ſi cangerà nella „ ſeguente $aA^{p}\, g^{mAu + pAu}\, du^{p} = g^{nBu + qBu + \frac{p-q-3}{2}Bu + Bu}\, t^{n}$.

„ $\overline{Btdu + dt}^{q}.\ \overline{B.\, \overline{B-A}\, tdu^2 + 2Bdudt + ddt}^{\frac{p-q-3}{2}}$;

„ $\overline{B.\, \overline{B-A}.\, \overline{B-2A}tdu^3 + 3B.\, \overline{B-A}dtdu^2 + 3Bduddt + d^3 t}^{-1}$ Affinchè „ le quantità eſponenziali per via di diviſione ſvaniſcano, è neceſſario, „ che ſia $\overline{m+p}.\, A = \overline{n + q + \frac{p-q-3}{2} + 1}.\, B = \overline{\frac{2n + q + p - 1}{2}}.\, B$, „ dunque $A : B :: 2n + q + p - 1 : 2m + 2p$. Pertanto ſe porrò „ $2n + q + p - 1 = A$, ſarà $2m + 2p = B$. L'equazione dopo le ridu- „ zioni verrà ad eſſere

$$„\ aA^{p}\,du^{p} = t^{n}\,.\,\overline{Btdu + dt}^{\,q}\,.\,\overline{B\,.\,\overline{B-A}\,.\,tdu^{2} + 2Bdudt + ddt}^{\,\frac{p-q-3}{2}}\,.$$

$$„\ \overline{.B\,.\,\overline{B-A}\,.\,\overline{B-2A}\,tdu^{3} + 3B\,.\,\overline{B-A}\,dtdu^{2} + 3Bduddt + d^{3}t}\,.$$

„ Poichè in questa non entra nè la u, nè le ddu, $d^{3}u$, usiam la „ sostituzione $du = zdt$; dunque $ddu = zddt + dzdt$; ma $ddu =$ „ $-Adu^{2} = -Az^{2}dt^{2}$, dunque $-Az^{2}dt^{2} = zddt + dzdt$: dunque „ $ddt = -Azdt^{2} - \frac{dzdt}{z}$. Assumiamo la formola $-Adu^{2} = zddt + dzdt$,

„ e prendiamo le differenze $-2Aduddu = zd^{3}t + 2dzddt + dtddz$: ma „ $-2Aduddu = 2A^{2}du^{3} = 2A^{2}z^{3}dt^{3}$: dunque $2A^{2}z^{3}dt^{3} = zd^{3}t +$ „ $2dzddt + dtddz$, e sostituendo il valore di ddt poc' anzi trovato, sarà „ $2A^{2}z^{3}dt^{3} = zd^{3}t - 2Azdzdt^{2} - 2dz^{2}dt + dtddz$: dunque $d^{3}t =$

„ $2A^{2}z^{2}dt^{3} + 2Adzdt^{2} + \frac{2dz^{2}dt}{z^{2}} - \frac{dtddz}{z}$.

„ Fissate queste egualità, nell' ultima nostra equazione si sostituiscano „ i valori delle du, ddt, $d^{3}t$, e nascerà l' equazione

$$aA^{p}\,z^{p}\,dt^{p} = t^{n}\,.\,\overline{Bztdt - dt}^{\,q}\,.\,\overline{B\,.\,\overline{B-A}z^{2}tdt^{2} + 2Bzdt^{2} - \frac{dzdt}{z} \atop -Azdt^{2}}^{\,\frac{p-q-3}{2}}\,.$$

$$„\ \overline{B\,.\,\overline{B-A}\,.\,\overline{B-2A}z^{3}tdt^{3} + 3B\,.\,\overline{B-A}z^{2}dt^{3} - 3Bdzdt^{2} + \frac{2dz^{2}dt}{z^{2}} - \frac{dtddz}{z}}\,,$$
$$-3BAz^{2}dt^{3} + 2Adzdt^{2}$$
$$+2A^{2}z^{2}dt^{3}$$

„ e dividendo per $dt^{\frac{q+p-1}{2}}$, rimarrà

„ aA

» $aA^p z^p dt^{\frac{p-q+1}{2}} = t^n . \overline{Bzt-1}^{\,q} . \overline{B. \overline{B-A}z^2 tdt +}$

» $\overline{+ 2\overline{B-A}zdt - \frac{dz}{z}}^{\frac{p-q-3}{2}}$.

» $\overline{. B. B-A . \overline{B-2A}z^3tdt^2 + 3\overline{BB-6AB+2AA} . z^2dt^2 - 3\overline{B+2A} . dzdt +}$

» $+ \overline{\frac{2dz^2}{z^2} - \frac{ddz}{z}}$,

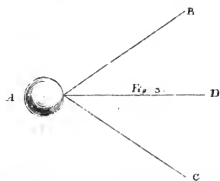
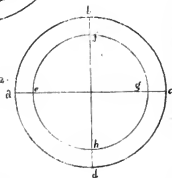
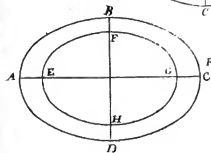
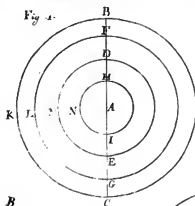
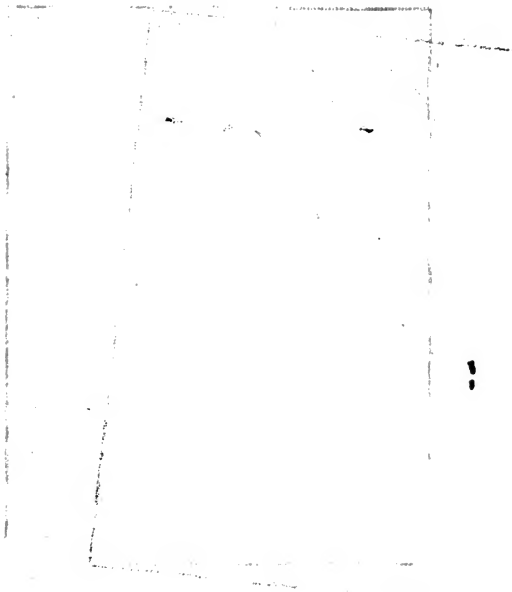
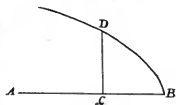
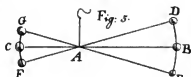
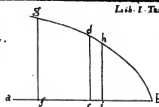
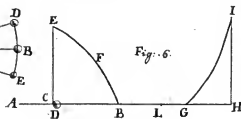
» la quale è un equazione differenziale del secondó grado.

Fine del Tomo Primo.

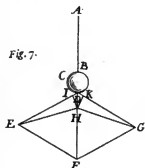
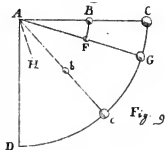
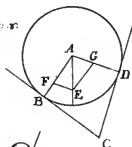
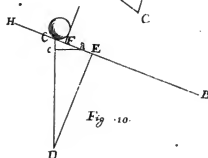
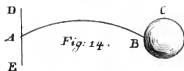
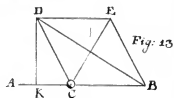
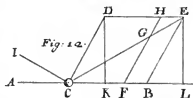
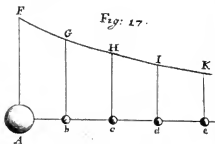
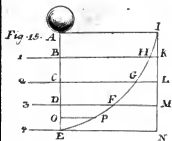
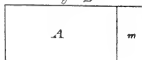
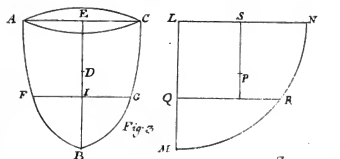
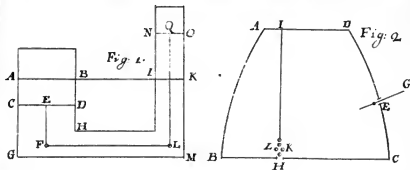
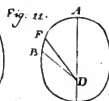
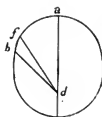
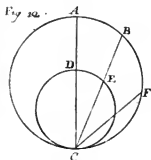
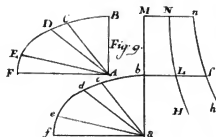
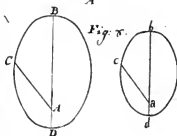
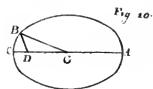
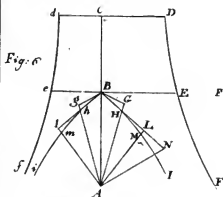
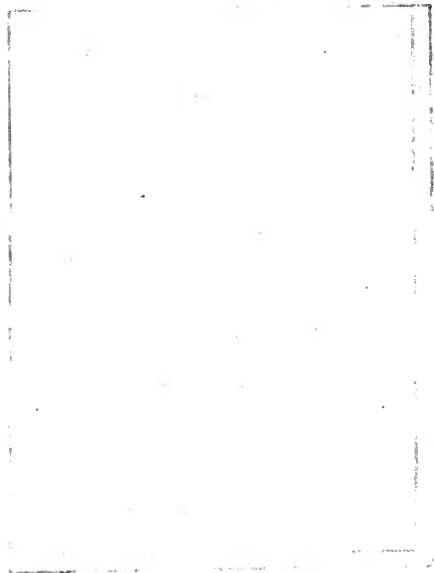
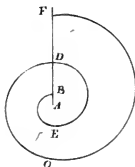
Lib. I. Tav. I

Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 3.

Lib. I. Tav. II.
Fig: 4.
Fig: 5.
Fig: 6.
Fig. 7.
Fig: 8.
Fig. 9
Fig. 10.

Lib. II. Part. I. Tav. I.
Fig. 1.
A
B
I
K
N
Q
O
C
E
D
H
F
L
G
M
Fig. 2.
A
I
D
G
E
L
K
H
B
C
A
E
C
D
F
I
G
B
Fig. 3
L
S
N
P
Q
R
M
Z
A
b
c
d
e
Fig. 5.
C
m
n
g
h
i
B
a
b
d
Fig. 4.
c

Lib. II. Part. I. Tav. II
Fig: 6.
Fig: 7.
Fig 10.
Fig: 8.
Fig. 9.
Fig 12.
Fig. 11.

Lib. II. Part. I. Tav. III.
Fig. 13.
Fig. 14.
Fig. 15.
Fig. 16.
Fig. 17.

Lib · II · Tav · III ·
Fig: 18.
Fig. 19.
Fig: 20.
Fig: 21.
Fig: 22.
Fig: 23.
Fig: 24.
Fig: 25.
Fig: 26.
Fig: 27.
Fig: 28.